بسم الله الرحمن الرحیم

دانشکده مهندسی برق

پروژه درس کنترل صنعتی

شبیه سازی و کنترل ارابه و پاندول معکوس

نگارش

محمد امین فراهانی فرد

۴۰۱۴۱۳۰۲۹

استاد

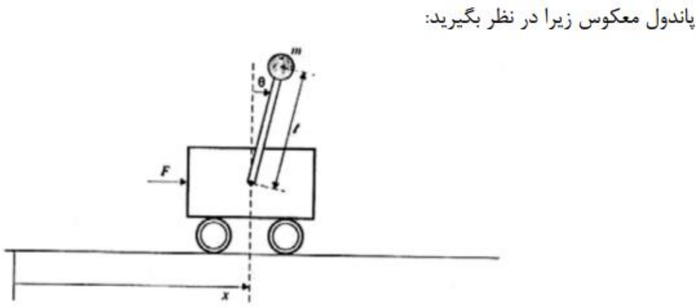
دکتر سهیل گنجه فر

زمستان ۴۰۳

فهرست

۱-۱. مسئله

پاندول معکوس زیر را درنظر بگیرید؛ در طول این پروژه می خواهیم پاندول معکوس زیر را شبیه سازی و تخمین و با انواع روش های تنظیم کنترل کننده PID ان را کترل کنیم.



شکل ۱-۱ (مسیله)

۱-۲. محاسبه مدل غیر خطی و خطی حول نقطه $\theta = 0$

برای بدست اوردن مدل غیر خطی از معادلات لاگرانژ استفاده می نماییم

معادله لاگرانژ:

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_i}=Q_i \qquad i=1,2,\ldots,n}$$

لاگرانژین:

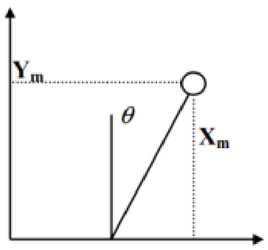
$$L = T - V(1)$$

T= انرژی جنبشی ، V=انرژی پتانسیل .

در این جسم در ۲ راستا حرکت داریم ؛ در راستای X و راستای θ. داده های مورد نیاز عبارت است از:

$$M = 10Kg \ \ , m = 0.3Kg \, , l = 0.3m \ \ , g = 9.8$$

۱-۲-۱. بدست اوردن معادلات لاگرانژ مدل



$$X_m = x + \ell sin\theta \ (2)$$

$$Y_m = \ell cos\theta \ (3)$$

از این عبارات مشتق میگیریم:

$$\mathrm{V_x} = \dot{\mathrm{x}} + \ell\dot{\theta}\cos\theta \ \ (4)$$

$$\mathrm{V_y} = -\ell\dot{\theta}\sin\theta \ \ (5)$$

انرژی جنبشی کل برابر است با:

$$T = \frac{1}{2}M\dot{X}^2 + \frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2\right) \ (6)$$

$$T = \frac{1}{2}M\dot{X}^2 + \frac{1}{2}m\left[\left(\dot{x} + \dot{\theta}\ell\cos\theta\right)^2 + \left(-\ell\dot{\theta}\sin\theta\right)^2\right] \ (7)$$

$$T = \frac{1}{2}(M + m)\dot{X}^2 + \frac{1}{2}m\left(\left(\ell\dot{\theta}\right)^2 + mx\dot{\theta}\ell\cos\theta\right) \ \ (8)$$

برای بدست اوردن انرژی پتانسیل سیستم نیاز است که سطح انرژی ارابه را v_o در نظر بگیریم

$$V = \mathrm{V_0} + mg\ell Cos\theta \ (9)$$

لاگرانژین صورت زیر در می اید:

$$L = 1/2(\mathrm{M} + \mathrm{m})x^2 + 1/2m\left(\ell\dot{\theta}\right)^2 + m\dot{x}\dot{\theta}\ell Cos\theta - \mathrm{V_0} - mg\ell Cos\theta(10)$$

معادله در راستای X:

$$d/dt\left(\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \dot{x}}\right) - \partial L/\partial x = F(11)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(M\dot{\mathrm{x}} + m\left(\dot{\mathrm{x}} + \ell\dot{\theta}Cos\theta\right)\right) = F\ (12)$$

$$(\mathrm{M} + \mathrm{m})\ddot{\mathrm{x}} + m\ell\ddot{\theta}cos\theta - m\ell\dot{\theta}^2 sin\theta = F\ (13)$$

در امتداد θ:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \theta} = 0\ \ (14)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\mathrm{m}\ell\dot{\mathrm{x}}\cos\theta + \mathrm{m}\ell^2\dot{\theta}\right) - mg\ell sin\theta = 0\ \ (15)$$

$$x\ddot{c}os\theta + l\theta\ddot{\square} - gsin\theta = 0(16)$$

عادلات نهایی بصورت ماتریسی:

$$\begin{bmatrix} M+m & m\ell Cos\theta \\ Cos\theta & \ell \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F + mlw^2 sin\theta \\ gsin\theta \end{bmatrix}\ (17)$$

باحل معادلات به روش کرامر خوهیم داشت:

$$\dot{v} = \frac{(F + m\ell\omega^2 \sin\theta - mg\sin\theta\cos\theta)}{\left(M + m(1-\cos^2\theta)\right)} \quad (18)$$

$$\dot{\omega} = \frac{(-F\cos\theta - m\ell\omega^2 \sin\theta\cos\theta + (M + m)g\sin\theta)}{(\ell[M + m(1-\cos^2\theta)])} \quad (19)$$

$$\dot{x} = v(20)$$

$$\dot{\theta} = \omega(21)$$

۱-۲-۲. خطی سازی معادلات حول $\theta = 0$

برای خطی‌سازی این معادلات حول θ=۰، باید فرض کنیم که زاویه θ و مشتق‌های آن کوچک هستند. به این ترتیب، می‌توان از تقریب‌های زیر استفاده کرد:

$$sin\theta \approx \theta(22)$$

$$Cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad (23)$$

$$Cos^2\theta \approx 1 - \theta^2 \quad (24)$$

$$\theta^2 \approx 0 \quad (25)$$

۱-۲-۲-۱. معادله $\dot{v}$:

معادله اصلی معادله(۱۸) می باشد و حال با در نظر گرفتن تقریب های بالا و جایذاری در معادله (۱۸) خواهیم داشت:

$$\dot{v} = \frac{\left(F + m\ell\omega^2\theta - mg\theta\left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right)}{(M + m\theta^2)} \quad (26)$$

ساده شده عبارت برابر است با :

$$\boxed{\dot{v} = \frac{(F + m\ell\omega^2\theta - mg)}{(M\ )} \quad (27)}$$

۱-۲-۲-۲. معادله $\dot{w}$:

معادله اصلی معادله(۱۹) می باشد و حال با در نظر گرفتن تقریب های بالا و جایگذاری در معادله (۱۹) خواهیم داشت:

$$\dot{\omega} = \frac{\left(-F\left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) - m\ell\omega^2\theta\left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) + (M + m)g\theta\right)}{(\ell[M + m(\theta^2)])} \quad (28)$$

$$\boxed{\dot{\omega} = \frac{(-F - m\ell\omega^2\theta + (M + m)g\theta)}{(\ell M)} \quad (29)}$$

ساده شده عبارت برابر است با:

$$\Delta\dot{\omega} = \frac{(-\Delta F - m\ell\Delta\omega^2\Delta\theta + (M + m)g\Delta\theta)}{(\ell M)} \quad (30)$$

سایر معادلات خود خطی هستند:

$$(\Delta x)^{\cdot} = \Delta v (20)$$

$$\Delta \theta^{\cdot} = \Delta \omega (21)$$

۱-۲-۳. بررسی حالت اول :

$$x(0) = v(0) = \omega(0) = 0، \theta(0) = 0.1، F(t) = 0، 0 \leq t \leq 1$$

جایگذاری مقادیر و بدست اوردن معادلات خطی و غیرخطی

غیر خطی:

$$\dot{v} = \frac{(0.09\omega^2 \sin\theta - 2.94 \sin\theta \cos\theta)}{\left(10 + 0.3(1 - \cos^2\theta)\right)} \quad (31)$$

$$\dot{\omega} = \frac{(-0.09\omega^2 \sin\theta \cos\theta + 100.94 \sin\theta)}{([3 + 0.09(1 - \cos^2\theta)])} \quad (32)$$

$$\dot{x} = v \quad (20)$$

$$\dot{\theta} = \omega \quad (21)$$

خطی:

$$\dot{\omega} = \frac{(-0.09\omega^2\theta + 30.282\theta)}{3} \quad (33)$$

$$\dot{v} = \frac{(0.09\omega^2\theta - 2.94\theta)}{10} \quad (34)$$

$$\dot{x} = v \quad (20)$$

$$\dot{\theta} = \omega \quad (21)$$

۱-۲-۴. حالت دوم

$$x(0) = v(0) = \omega(0) = 0، \theta(0) = 0.1، F(t) = Sin(t)، 0 \leq t \leq 5$$

غیرخطی :

$$\dot{\mathrm{v}} = \frac{(Sint +\ 0.09\omega^2\sin\theta\ -\ 2.94\sin\theta\cos\theta)}{\left(10 +\ 0.3(1-\cos^2\theta)\right)} \quad (35)$$

$$\dot{\omega} = \frac{(-\mathrm{SintCos}\theta -\ 0.09\omega^2\sin\theta\cos\theta\ +\ 100.94\sin\theta)}{([3\ + 0.09(1-\cos^2\theta)])} \quad (36)$$

$$\dot{x} = v(20)$$

$$\dot{\theta} = \omega(21)$$

خطی:

$$\dot{\omega} = \frac{(\mathrm{sint} -\ 0.09\omega^2\theta\ + 100.94\theta)}{3} \quad (37)$$

$$\dot{\mathrm{v}} = \frac{(-Sint + 0.09\omega^2\theta\ -\ 2.94\theta)}{10} \quad (38)$$

$$\dot{x} = v(20)$$

$$\dot{\theta} = \omega(21)$$

بصورت ساده تر خواهیم داشت :

$$\dot{\omega} = \frac{(\mathrm{Sint} - 0.09\omega^2\theta + 30.282\theta)}{3} \quad (39)$$

$$\dot{v} = \frac{(-\mathrm{Sint} + 0.09\omega^2\theta - 2.94\theta)}{10} \quad (40)$$

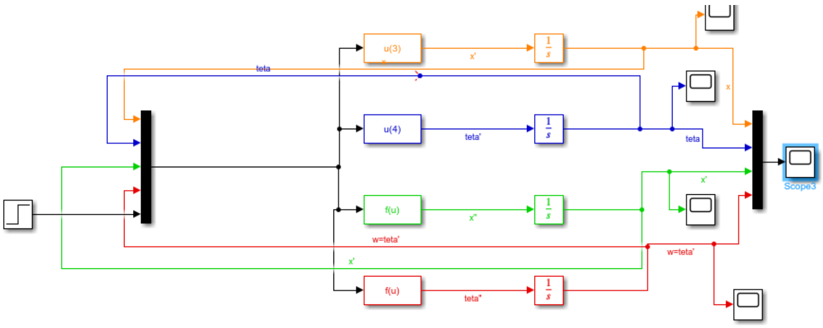
$$\dot{x} = v (20)$$

$$\dot{\theta} = \omega (21)$$

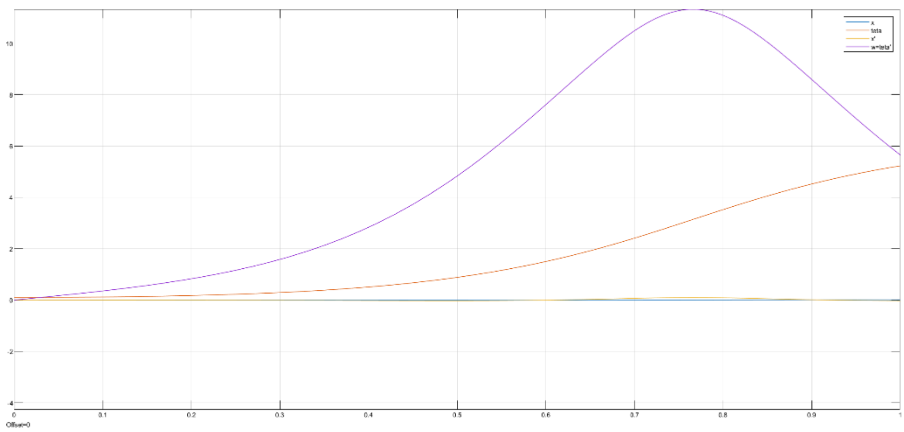
1-3. شبیه سازی حالات اولیه

1-3-1. شبیه سازی حالت اول :

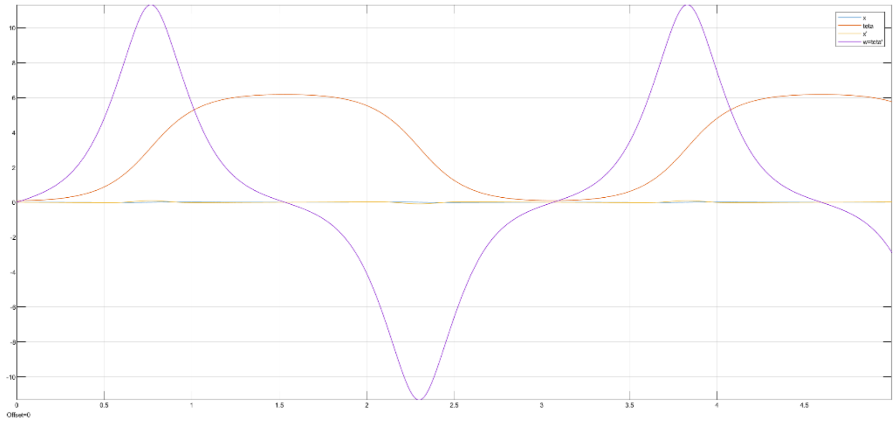
1-3-1-1. غیر خطی:



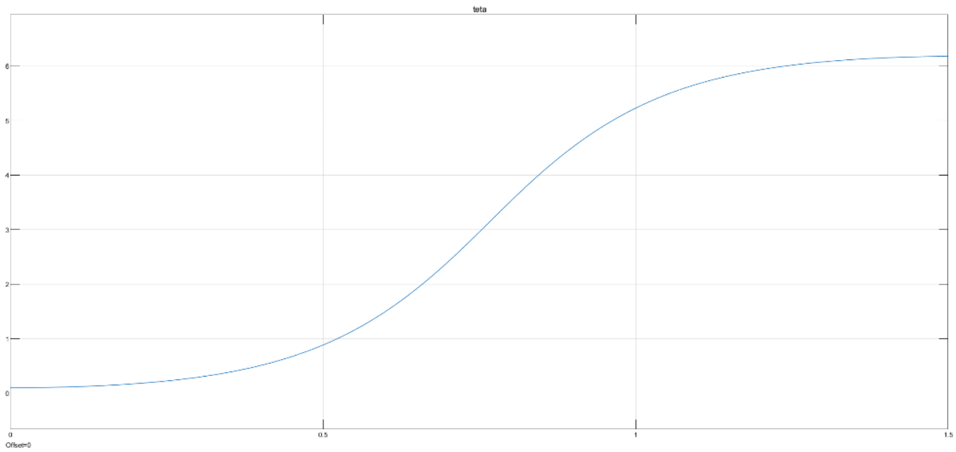
شکل ۱-۲ (بلوک های سیمولینک)



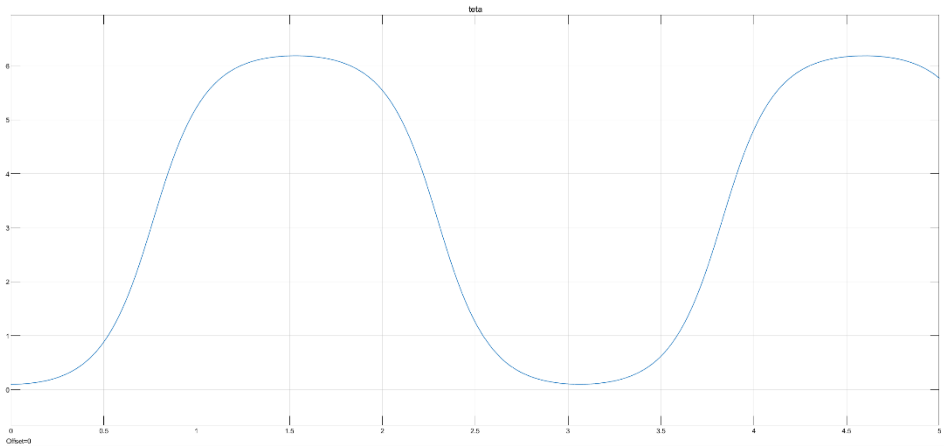
شکل 1-3 (نتایج حاصل از حالت اول (غیرخطی))



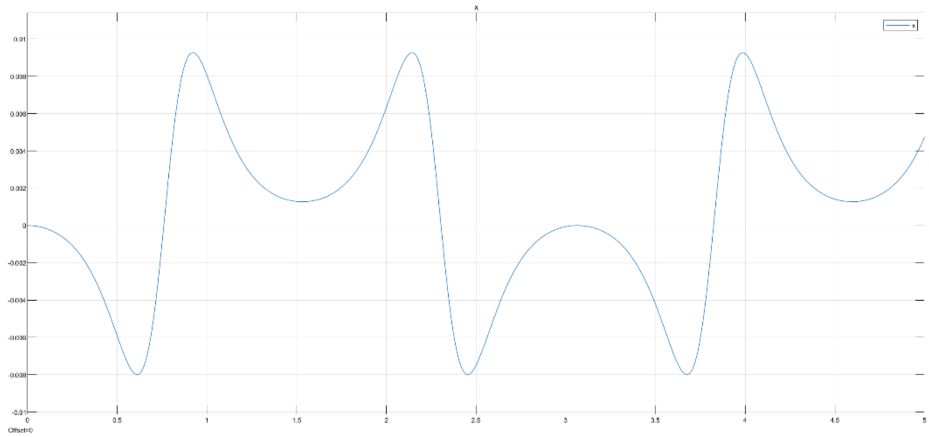
شکل ۱-۴ (نتایج حاصل از حالت اول (غیرخطی) از ۰ تا s۵)



شکل ۱-۵ (نمودار زاویه θ از ۰ تا ۱.۵ S)

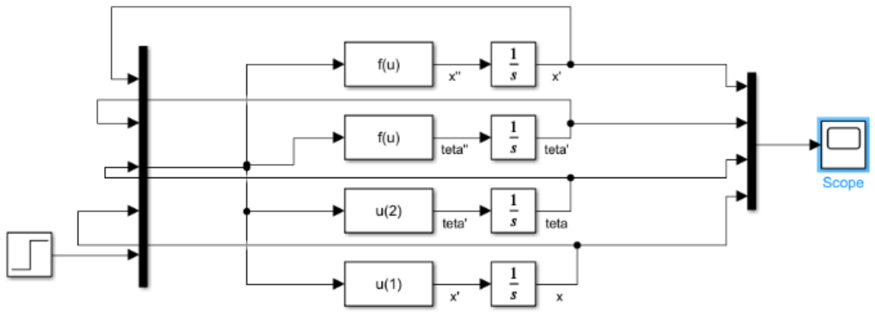


شکل ۱-۶ (نمودار زاویه θ از ۰ تا ۵S)

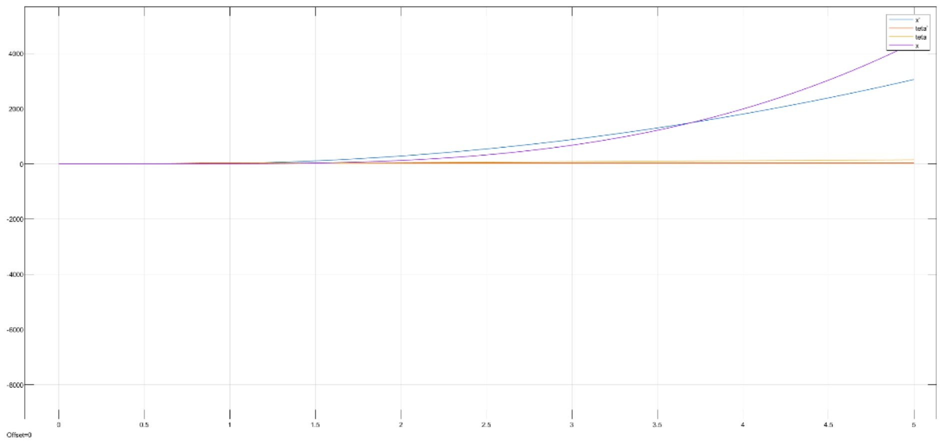


شکل ۱-۷ (نمودار مکان X از ۰ تا ۵S)

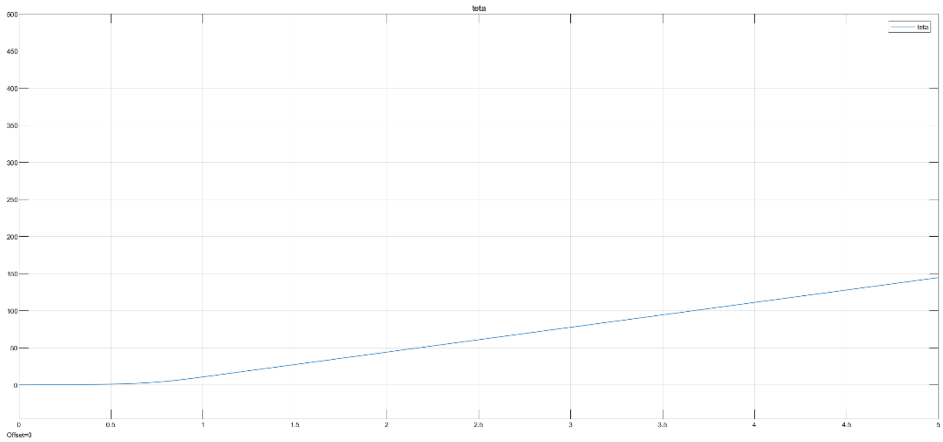
2-1-3-1. خطی:



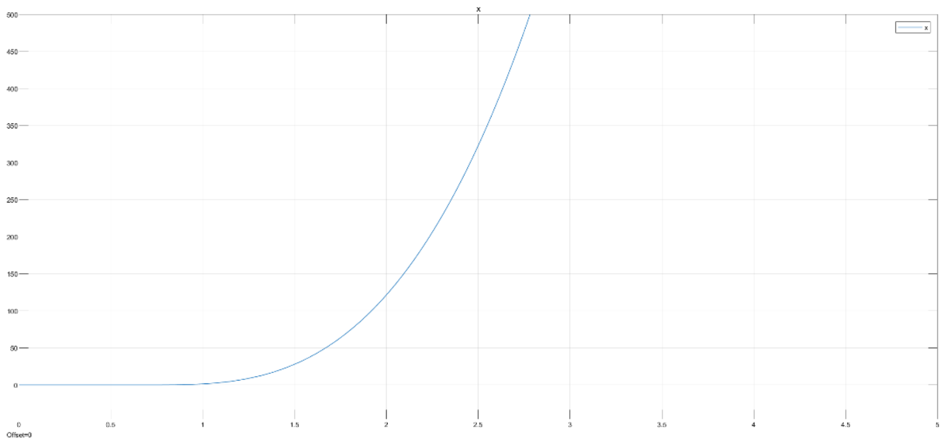
شکل ۱-۸ (بلوک های سیمولینک)



شکل 9-1 (نتایج حاصل از حالت اول (خطی))



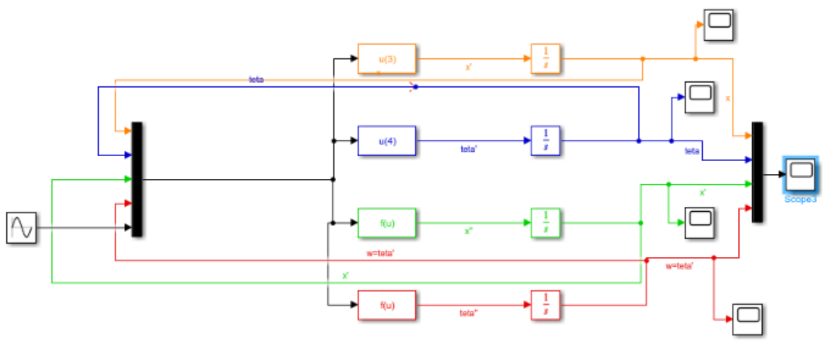
شکل ۱-۱۰ (نمودارزاویه θ از حالت اول (خطی)از ۰ تا ۵S)



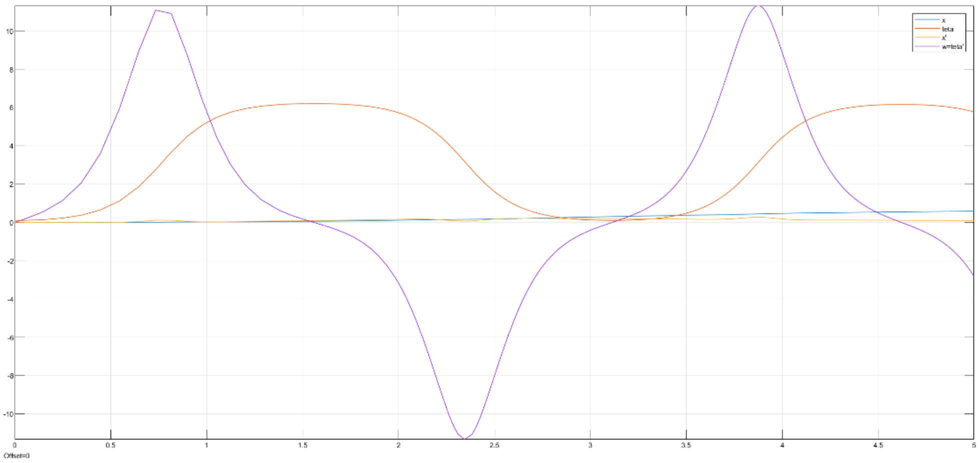
شکل ۱-۱۱ (نمودار مکان X در حالت خطی از ۰ تا ۵S)

1-3-2. شبیه سازی حالت دوم:

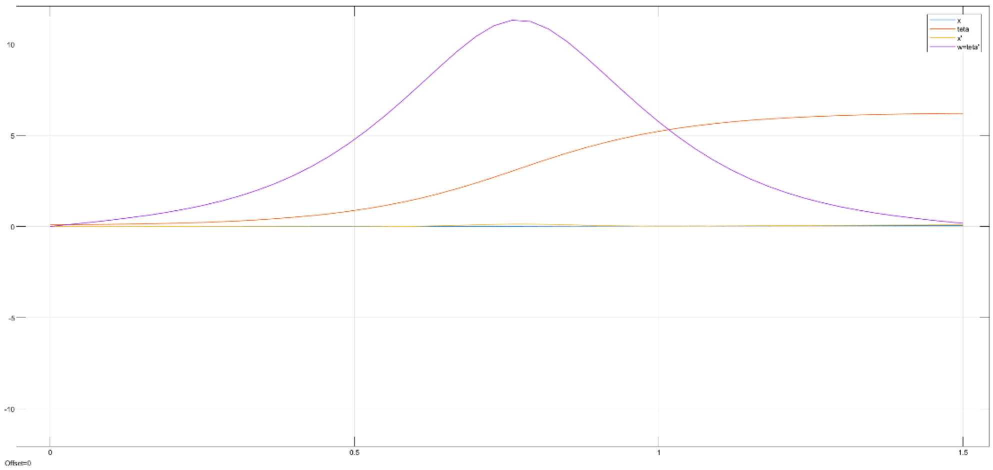
1-3-2-1. غیرخطی:



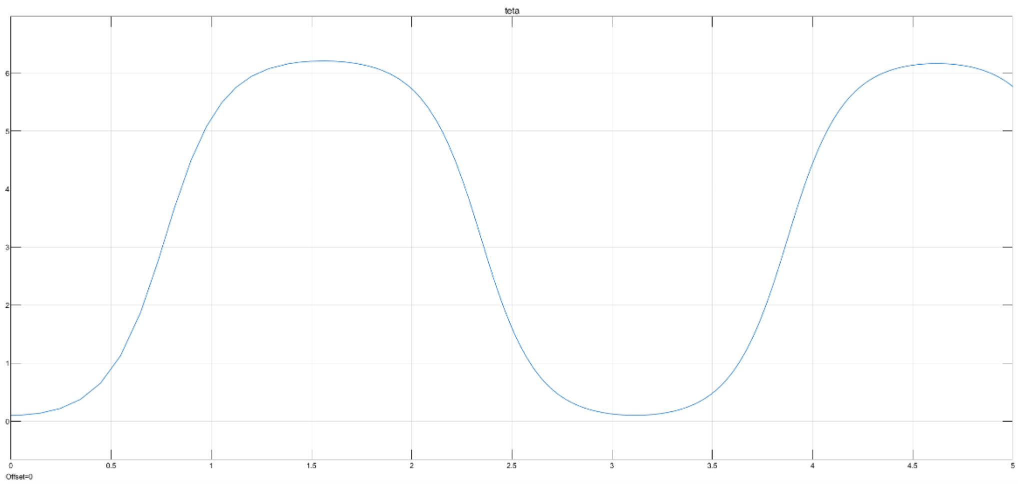
شکل ۱-۱۲ (بلوک های سیمولینک)



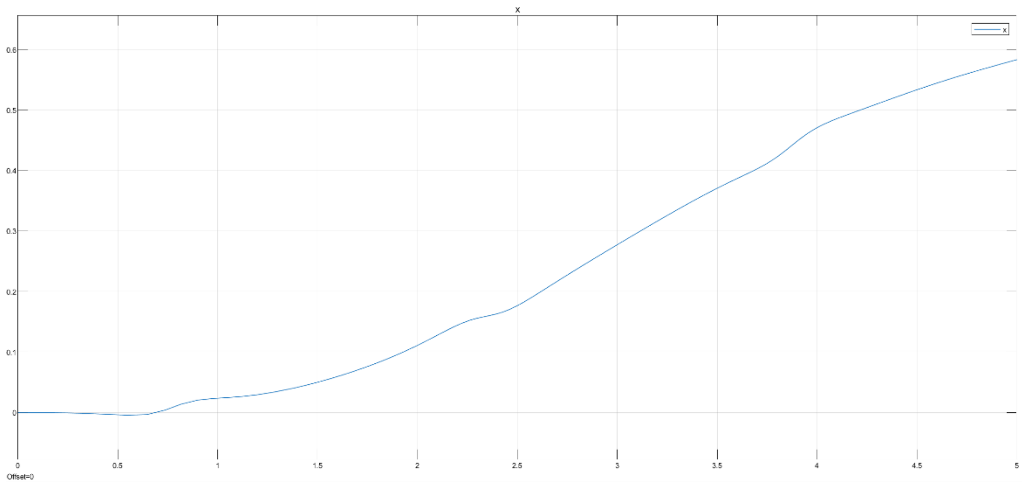
شکل ۱-۱۳ (نتایج حاصل از حالت دوم (غیرخطی) از ۰ تا 5s)



شکل ۱-۱۴ (نتایج حاصل از حالت دوم (غیرخطی) از ۰ تا1.5s)



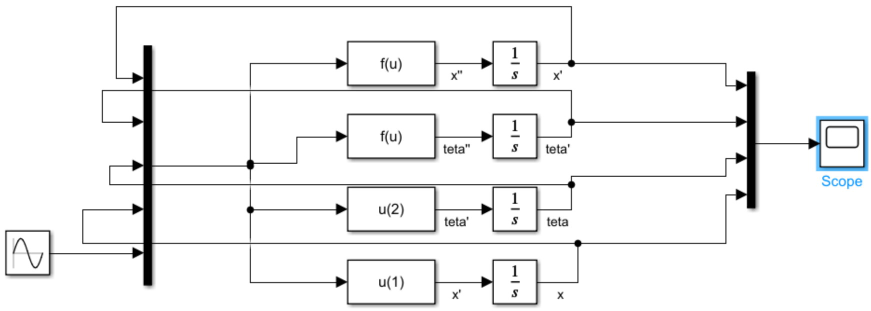
شکل ۱-۱۵ (نمودار تتا ۰ تا 5S)



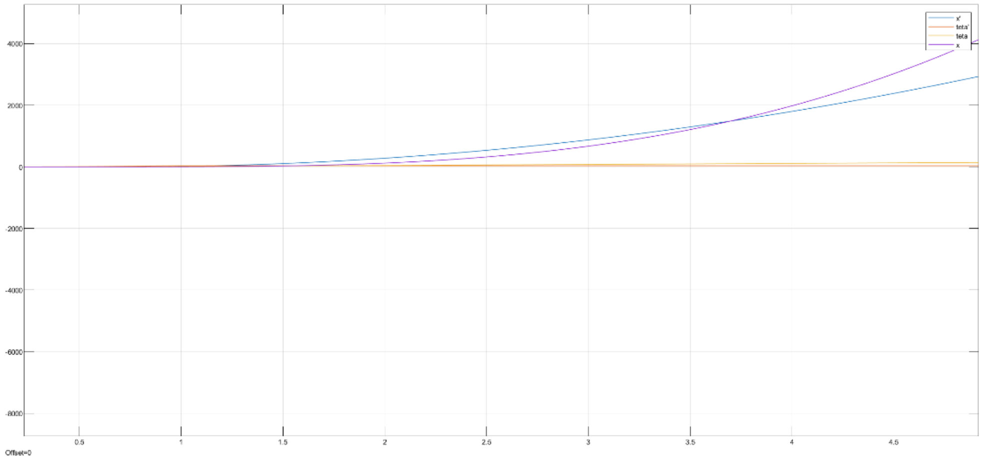
شکل ۱-۱۶ (نمودار X از ۰ تا 5S)

به دلیل اینکه دامنه سینوس بسیار کم است در این حالت وبرابر یک می باشد بنابراین تفاوت جزیی را در این حالت در تغییرات زاویه خواهیم داشت با حالت قبل که بصورت بدون نیرو بود.

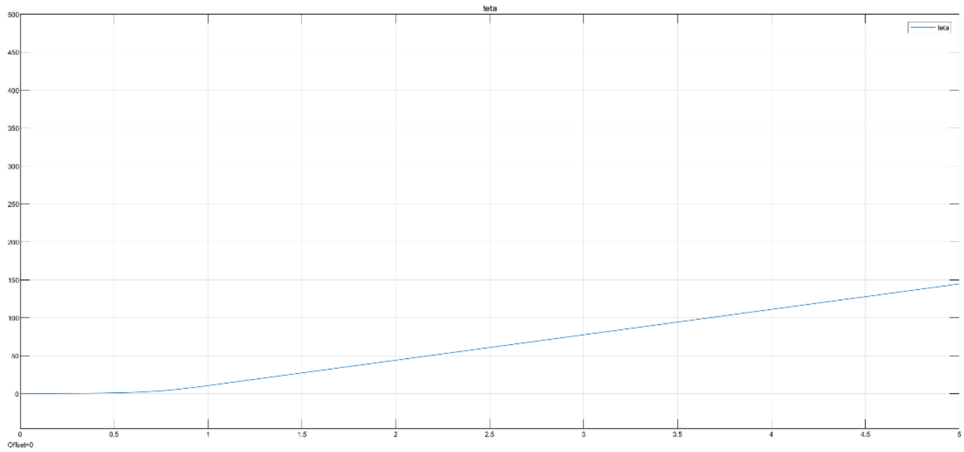
1-3-2-2. خطی:



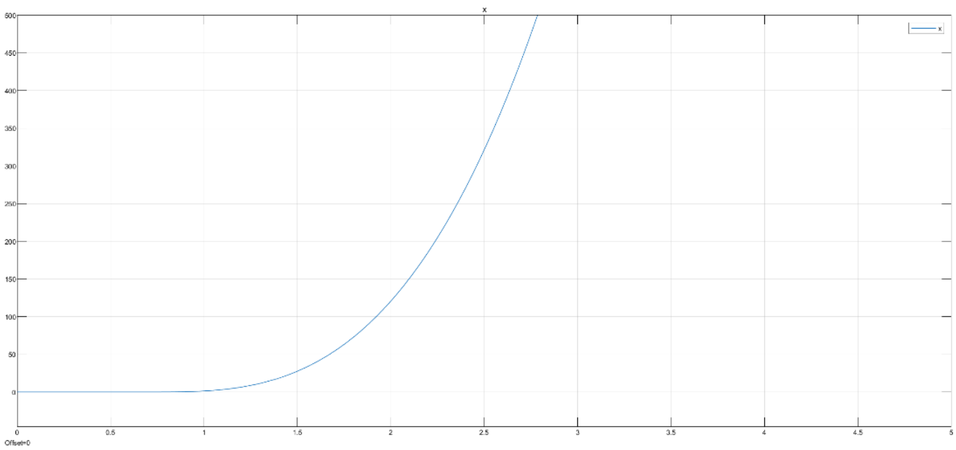
شکل ۱-۱۷ (بلوک های سیمولینک)



شکل ۱-۱۸ نتایج حاصل از حالت دوم (خطی) از ۰ تا ۵s)



شکل ۱-۱۹ (نمودار حالت خطی زاویه θ از ۰ تا ۱S)

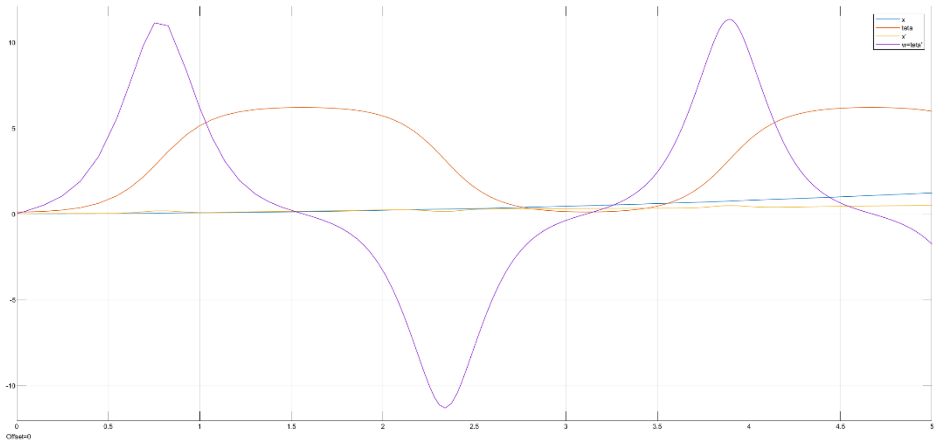


شکل ۱-۲۰ (نمودار مکان x در حالت صفر تا ۱ ثانیه)

۱-۴. شناسایی مدل ۳ جزیی و ۴ جزیی

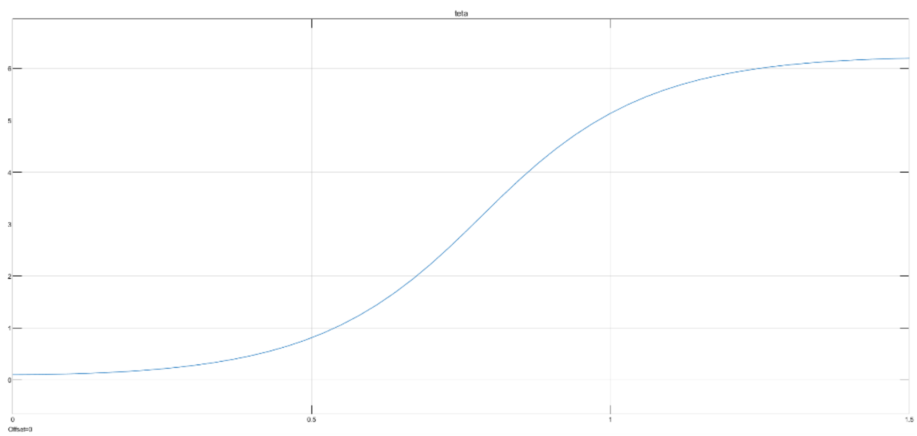
برای هر دو حالت خطی و غیر خطی مدل مدل های ۳ جزیی و ۴ جزیی را شناسایی می کنیم و از ورودی پله واحد استفاده می کنیم.

1-4-1. حالت غیرخطی:



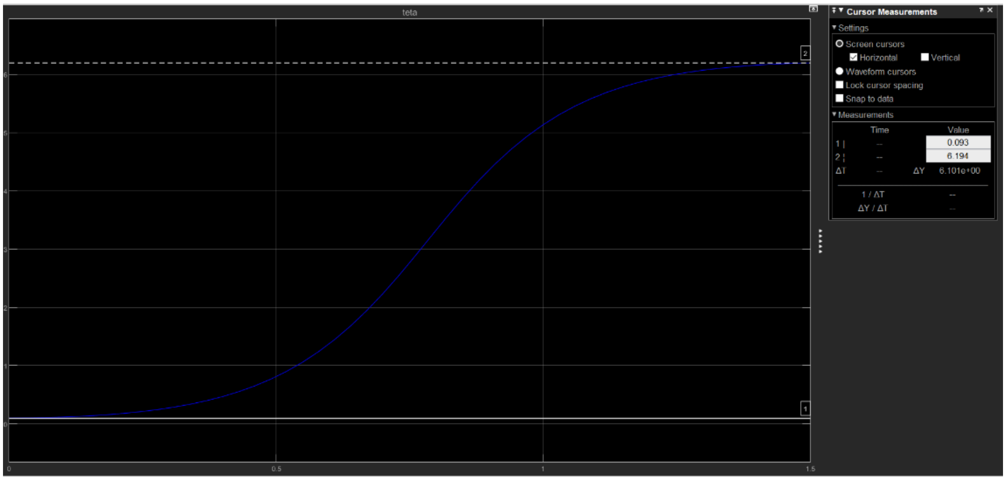
شکل ۱-۲۱ (پاسخ ورودی پله واحد درحالت غیر خطی)

حال باید پاسخ تتا را جداگانه رسم نموده برای ان مدل های مربوطه را تخمین بزنیم.



شکل ۱-۲۲ (پاسخ زاویه θ به ورودی پله واحد از صفر تا ۱.۵s)

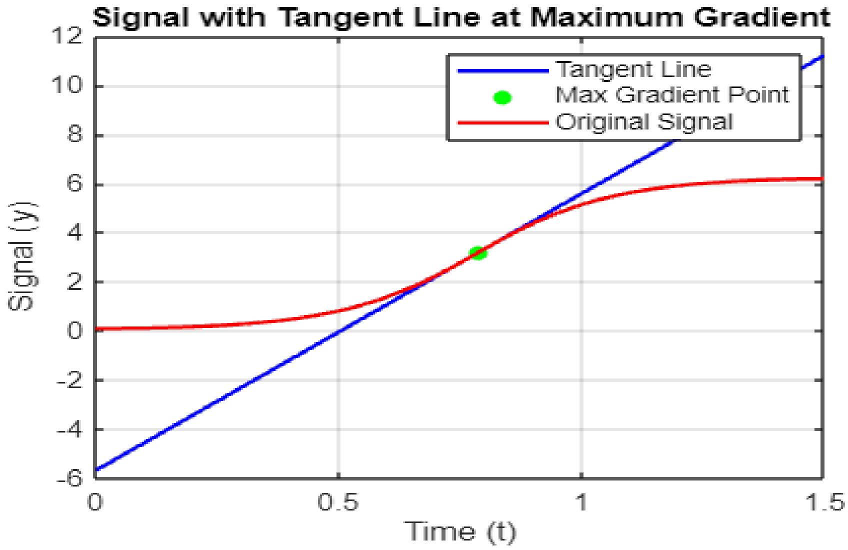
مدل سه جزئی به صورت $(41)\quad G(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{1+Ts}$ تعریف می شود که با توجه به پاسخ پله در ادامه مقادیر مجهول محاسبه می گردند.



شکل ۱-۲۳ (محاسبه مقدار K)

مقدار k مطابق شکل زیر تقریبا برابر ۶.۱۹۴ است.برای محاسبه ی L، باید در نقطه ای که بیشترین شیب نقطه ای وجود دارد، یک خط به نمودار مماس شود که محل برخورد این خط مماس با محور افقی L است.

برای رسم خط با شیب ماکسیمم از بلوک To workspace استفاده می کنیم و سپس با استفاده از متلب(ام-فایل) خط را با کد زیر رسم می نماییم.



شکل 1-24 خط ابی ، خطی که از عطف میگذرد و بیشترین شیب را دارد)

این خط با استفاده از کد زیر در متلب رسم شده است:

```
٪ استخراج داده‌ها از timeseries
y = out.teta.Data; ٪ داده‌ها
t = out.teta.Time; ٪ زمان‌ها

٪ محاسبه گرادیان
dy = gradient(y, t);
[value, index] = max(dy);
٪ تعریف خط مماس
a = value; ٪ شیب خط مماس
y_۲ = y(index); ٪ مقدار y در بیشینه گرادیان
t_۲ = t(index); ٪ مقدار t در بیشینه گرادیان
y_ = a * (t - t_۲) + y_۲; ٪ معادله خط مماس


٪ رسم نمودارها
figure; ٪ باز کردن پنجره جدید
plot(t, y_, 'b', 'LineWidth', ۱.۵); ٪ رسم خط مماس
hold on;
scatter(t(index), y(index), 'g', 'filled'); ٪ نقطه با بیشینه گرادیان
hold on;
plot(t, y, 'r', 'LineWidth', ۱.۵); ٪ رسم سیگنال اصلی
grid on;
```

```
%افزودن عنوان
xlabel('Time (t)');
ylabel('Signal (y)');
title('Signal with Tangent Line at Maximum Gradient');
legend('Tangent Line', 'Max Gradient Point', 'Original Signal');
```

حال باتوجه به شکل مقادیر لازم را بدست می اوریم

$$L = 0.5042 \quad (42)$$

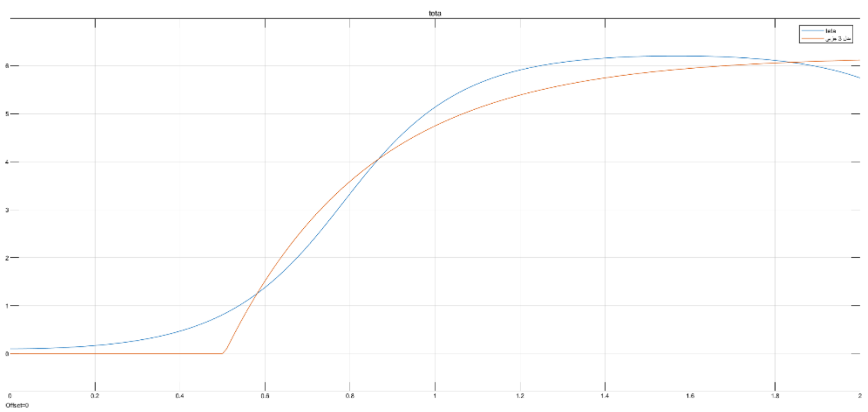
$$a = 5.6796 \quad (43)$$

برای بدست اوردن مقدار T می توان از مقدار ۰.۶۳k استفاده کرد .

$$T = 0.3413 \quad (44)$$

مدل سه جزیی را بصورت زیر می نویسیم:

$$G(s) = \left(6.194e^{(-0.5042s)}\right)/(1 + 0.3413s) \quad (45)$$



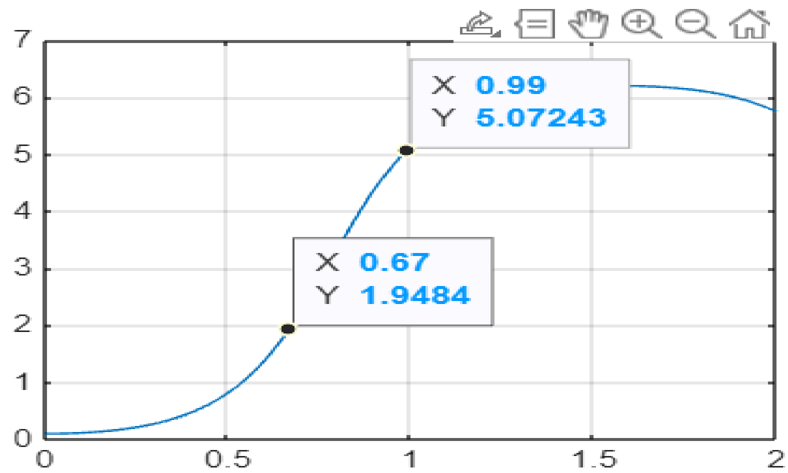
شکل ۱-۲۵ (رسم مدل ۳ جزیی همراه با تتا)

1-4-2. مدل چهارجزیی غیر خطی:

با توجه به اینکه فرمول محاسبه مدل چهار جزئی به صورت $G(s)=\frac{Ke^{-Ls}}{(1+T1s)(1+T2s)}$ می باشد K, و L مطابق مرحله قبل بوده و از روی نمودار بدست آمده اند.برای محاسبه T ۱ وT ۲ دو نقطه دلخواه از نمودار در فرمول زیر قرار می گیرند.

$$s(t) = k\left(1 + \frac{T_2 e^{\left\{-\frac{(t-L)}{T_2}\right\}} - T_1 e^{\left\{-\frac{(t-L)}{T_1}\right\}}}{T_1 - T_2}\right) \quad (46)$$

بطور دلخواه دو نقطه روی نمودار را انتخاب می کنیم.



شکل ۱-۲۶ (دونقطه انتخاب شده روی نمودار)

حال با استفاده از متلب مقادیر T۱ و T۲ را تعیین می کنیم.

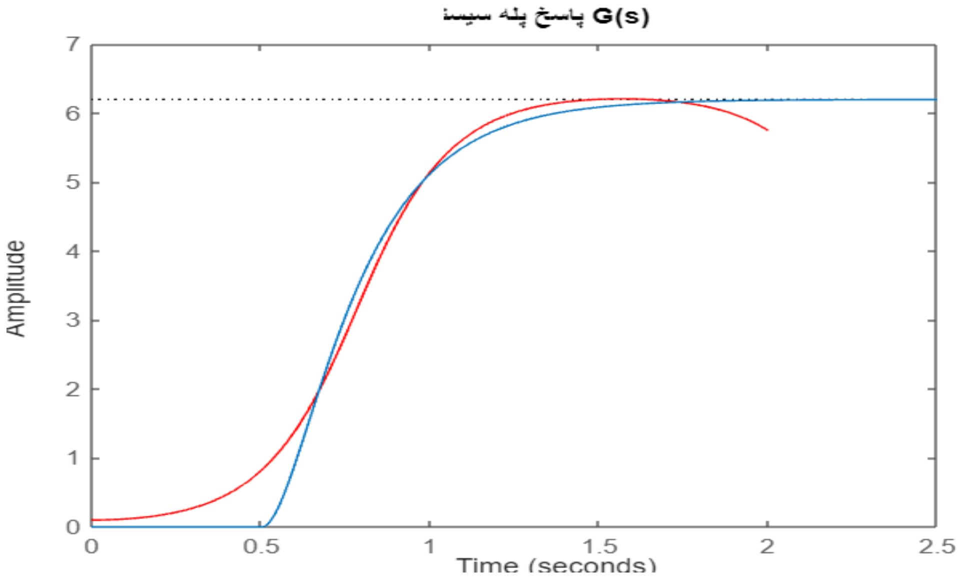
```
% داده‌ها
t۱ = ۰.۹۹;
s۱ =۵.۰۷۲۴۳;
t۲ = ۰.۶۷;
```

```
s۲ = ۱.۹۴۸۴;
٪ ثابت‌ها ٪
k = ۶.۱۹۴; ٪ مقدار k
L = ۰.۵۰۴۲; ٪ مقدار L
٪ تعریف تابعی که باید صفر شود ٪
equations = @(z) [
  k * (۱ + (z(۲) * exp(-(t۱ - L) / z(۲)) - z(۱) * exp(-(t۱ - L) / z(۱))) / (z(۱) - z(۲))) - s۱;
  k * (۱ + (z(۲) * exp(-(t۲ - L) / z(۲)) - z(۱) * exp(-(t۲ - L) / z(۱))) / (z(۱) - z(۲))) - s۲
];
٪ مقدار اولیه برای حل ٪
z۰ = [۰.۳, ۰.۲]; ٪ حدس اولیه برای T۱ و T۲
٪ حل سیستم معادلات ٪
options = optimoptions('fsolve', 'Display', 'iter');
[z, fval, exitflag] = fsolve(equations, z۰, options);
٪ نمایش نتایج ٪
T۱ = z(۱);
T۲ = z(۲);
fprintf('T۱ = ٪.۵f\n', T۱);
fprintf('T۲ = ٪.۵f\n', T۲);
```

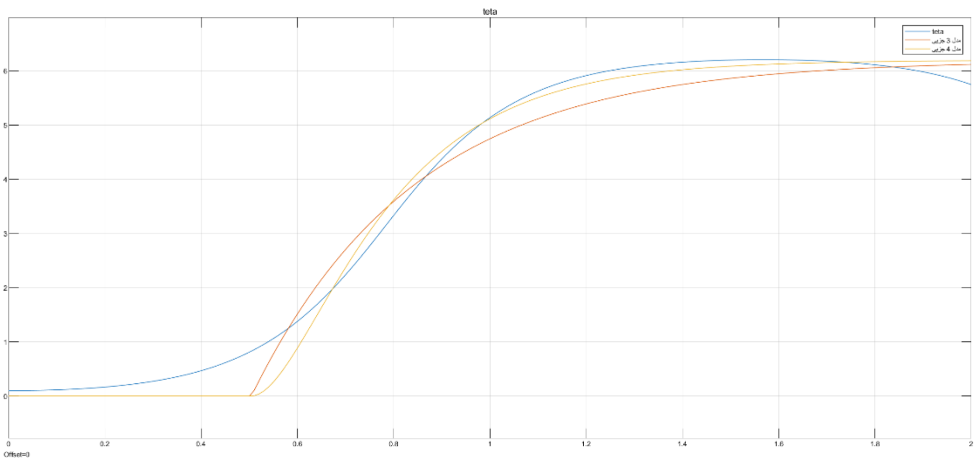
مقدار $T_1 = 0.2185$,$T_2 = 0.09013$ می باشد.

$$G(s) = \frac{6.194e^{-0.5042s}}{(1 + 0.2185s)(1 + 0.09013s)} \quad (47)$$

$$G(S) = \frac{6.194\mathrm{e}^{-0.504s}}{0.01996\ \mathrm{s}^2 + 0.3098\ \mathrm{s} + 1} \quad (48)$$



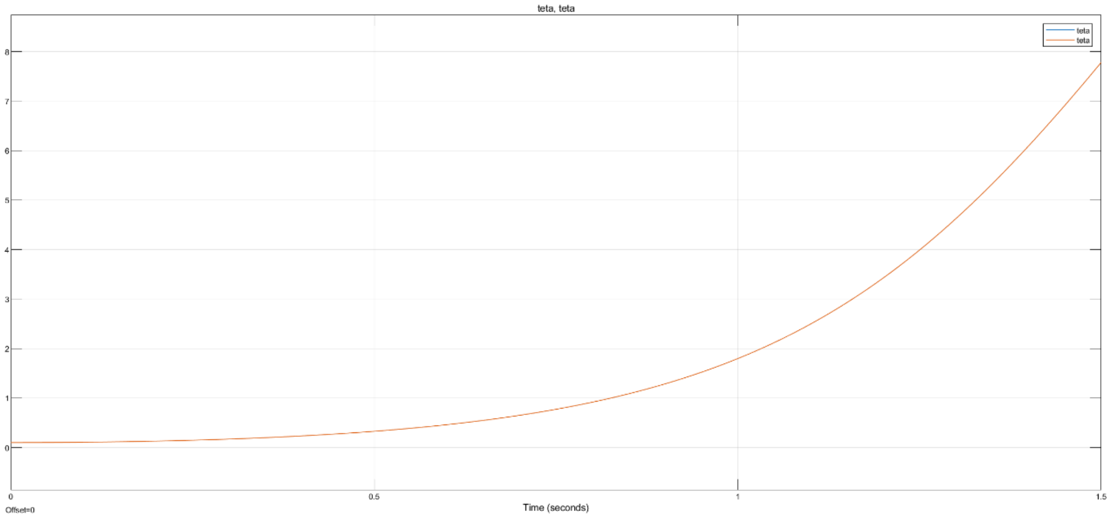
شکل ۱-۲۷ (رسم مدل اصلی و مدل تخمین(چهار جزیی))



شکل ۱-۲۸ (رسم مدل اصلی و ۳ جزیی و ۴ جزیی)

همانطور که معلوم است ،مدل ۴ جزیی نزدیک تر است به مدل اصلی سیستم .

حالت خطی:



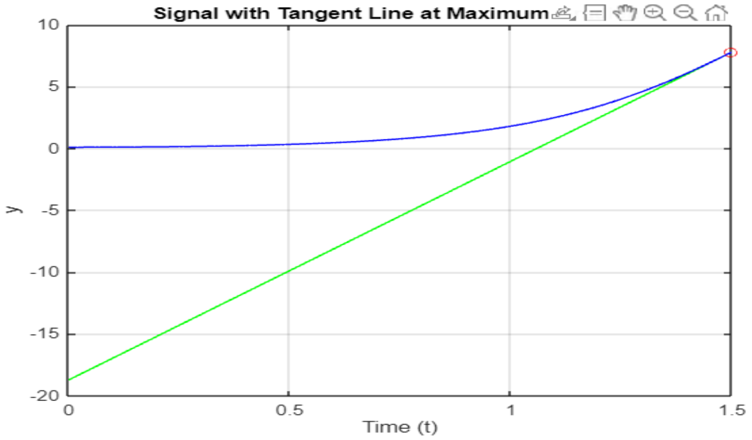
شکل ۱-۲۹ (نمودار مدل خطی تتا)

حال برای مدل ۳ جزیی انتگرال گیر را باید بدست اوریم :

$$G(S) = \frac{Ke^{-Ls}}{s(1+Ts)} \quad (49)$$

$$T = \frac{S(T+L)e}{K} \quad (50)$$

حال باید مقدار L+T و K را از روی نمودار مشخص کنیم برای این کار باید خطی را در شیب ماکس رسم کنیم که در شکل زیر امده است.



شکل ۱-۳۰ (خط سبز ، خطی که از عطف میگذرد و بیشترین شیب را دارد)

همانطور که در شکل مشخص است L+T برابر است با ۱.۰۵۹۶ و همچنین K(L+T) برابر است با

.۱۸.۷۲۶۹

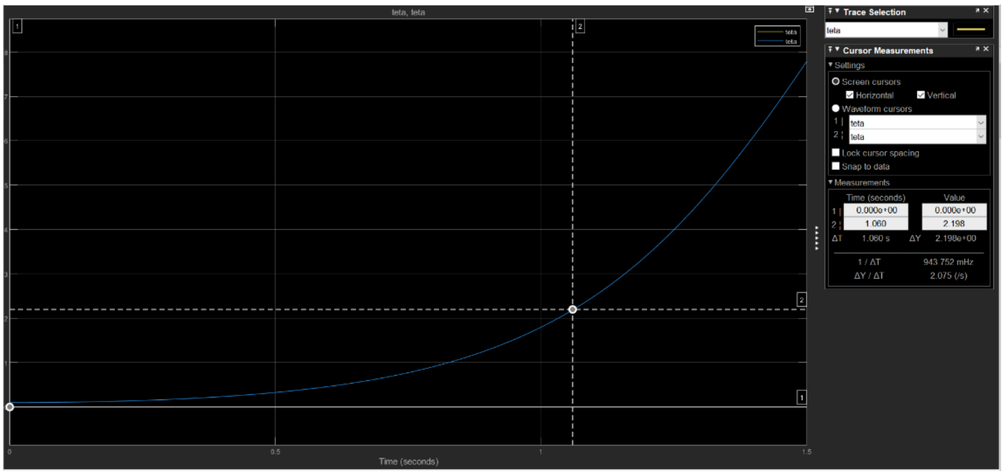
بنابراین :

$$L + T = 1.0596(51)$$

$$K(L + T) = 18.7269(52)$$

$$K = 17.6736(53)$$

همانطور که در شکل زیر مشخص است مقدار S(L+T) برابر می شود با ۲.۱۹۸ .



شکل ۱-۳۱ (اندازه گیری مقدار S(L+T))

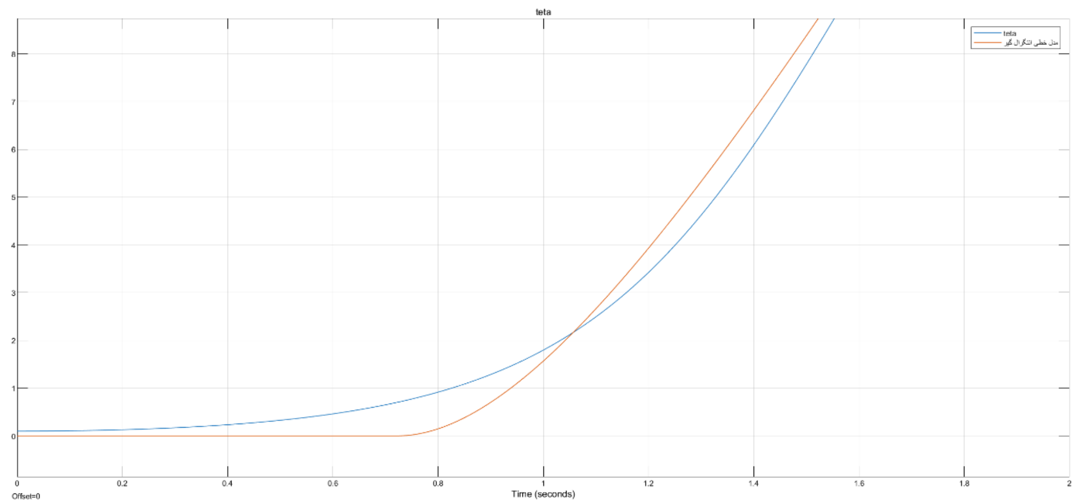
حال از رابطه (۵۰) مقدار T را بدست می اوریم.

$$T = \frac{S(T + L)e}{K} = 0.3381\ (54)$$

$$L = 1.0596 - 0.3381 = 0.7215(55)$$

مدل ۳ جزیی انتگرال گیر به شکل زیر در می اید:

$$G(s) = \frac{17.6736e^{-0.7215s}}{s(1 + 0.3381s)}\ (56)$$



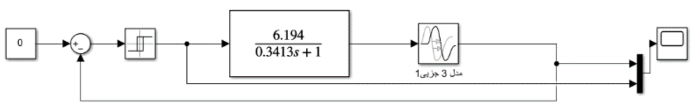
شکل ۱-۳۲ (مدل انتگرال گیر ۳ جزیی طراحی شده و مدل اصلی)

چون در حالت خطی قرار دارد و شکل نمودار سیستم انتگرال گیر می باشد بنابراین برای این سیستم با اموخته های ما نمی شود مدل ۴ جزیی شناسایی نمود.

۱-۵. بدست اوردن اطلاعات نقطه نهایی سیستم با روش فیدبک رله

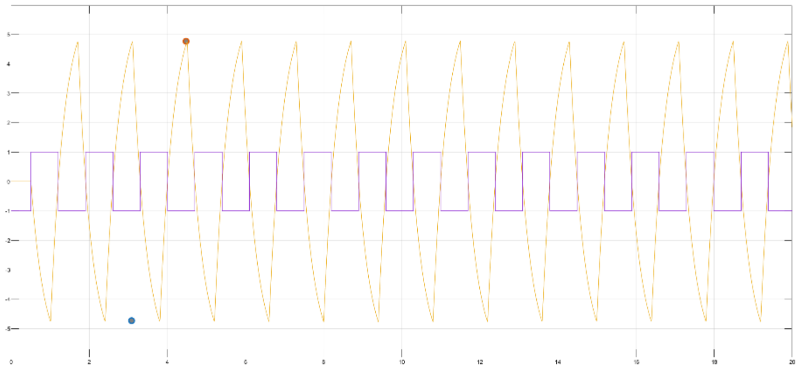
مدل سه جزیی:

ابتدا باید بلوک های زیر را در سیمولینک ایجاد کنیم



شکل ۱-۳۳ (شکل بلوک دیاگرام در سیمولینک)

خروجی سیستم به شکل زیر در می اید:

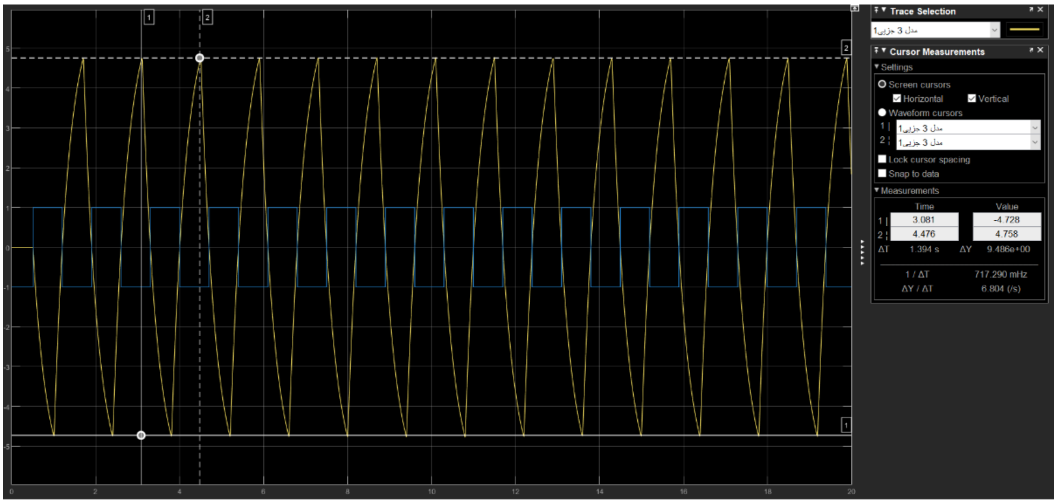


شکل ۱-۳۴ (خروجی سیستم با فیدبک رله)

همانطور که در شکل بالا مشخص است ، ورودی و خروجی دارای اختلاف فاز ۱۸۰ درجه می باشند و همچنین دامنه نوسانات برابر می شود بنابراین اطلاعات نقطه نهایی را بدست می دهد.

$$G(iw_u) = -\frac{\pi a}{4d} \quad (57)$$

از رابطه (۵۷) استفاده می کنیم تا نقطه نهایی برا بدست اوریم.



شکل ۱-۳۵ (نمودار فیدبک رله)

باید مقادیر دامنه ثابت نوسانات در خروجی (a) و دامنه تغییرات رله (d) را اندازه بگیریم و بعد از رابطه (۵۷) استفاده کنیم تا مقادیر لازم را بدست اوریم.

$$d = 2 (58)$$

$$a = 9.486 (59)$$

$$Tu = 1.394 (60)$$

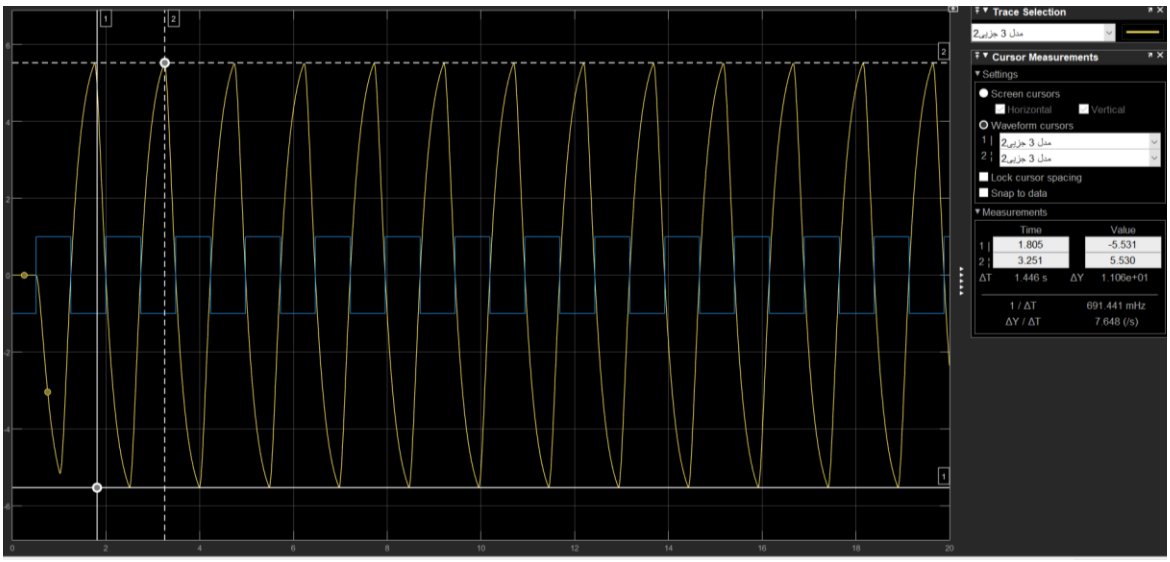
$$w_u = \frac{2\pi}{T_u} = 4.5073 \ (61)$$

$$G(iw_u) = -\frac{\pi a}{4d} = -3.7251 \ (62)$$

$$K = \frac{1}{|G(iw_u)|} = 0.2684 \ (63)$$

مدل ۴ جزیی:

برای مدل ۴ جزیی نیز همانند مدل ۳ جزیی همان مراحل را تکرار کرده و مقادیر خواسته شده را بدست می اوریم.



شکل ۱-۳۶ (نمودار فیدبک رله)

$$a = 11.06(64)$$

$$d = 2(65)$$

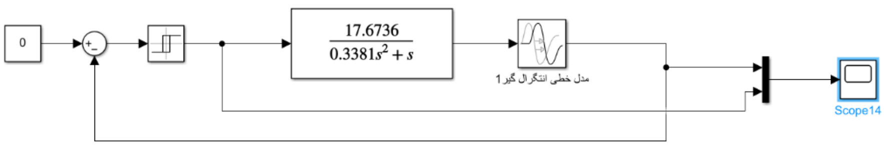
$$Tu = 1.446\ (66)$$

$$w_u = \frac{2\pi}{T_u} = 4.3452\ (67)$$

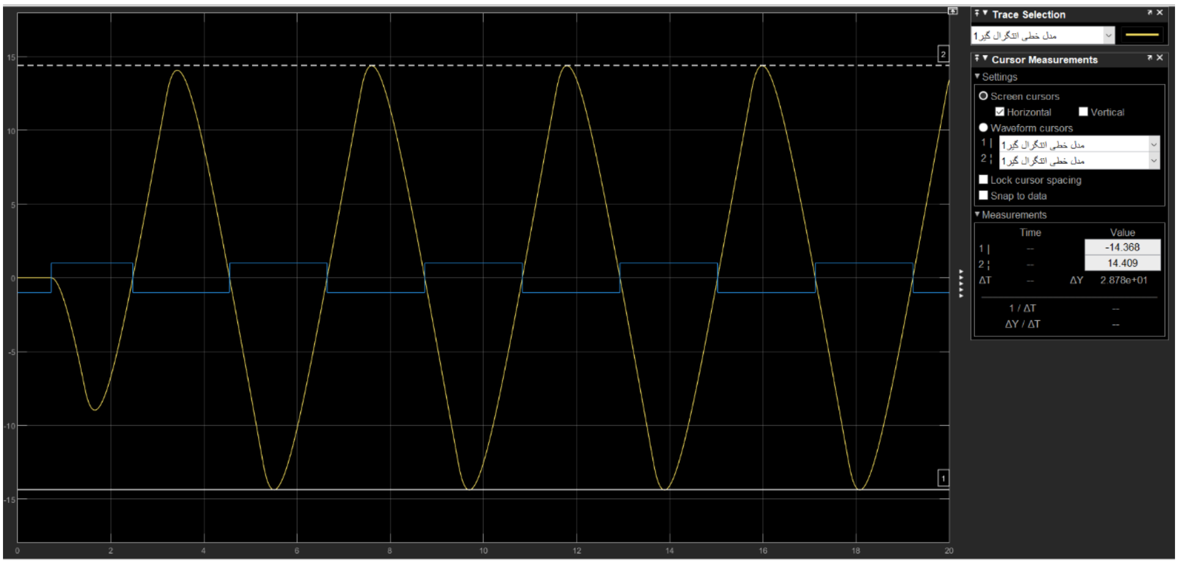
$$G(iw_u) = -\frac{\pi a}{4d} = -4.3432\ (68)$$

$$K = \frac{1}{|G(iw_u)|} = 0.2302\ (69)$$

حالت خطی:



شکل ۱-۳۷ (بلوک دیاگرام در سیمولینک)



شکل ۱-۳۸ (نمودار خروجی همراه با فیدبک رله)

باید مقادیر دامنه ثابت نوسانات در خروجی (a) و دامنه تغییرات رله (d) را اندازه بگیریم و بعد از رابطه (۵۷) استفاده کنیم تا مقادیر لازم را بدست اوریم.

$$a = 28.78 (70)$$

$$d = 2 (71)$$

$$T_u = 4.257 \ (72)$$

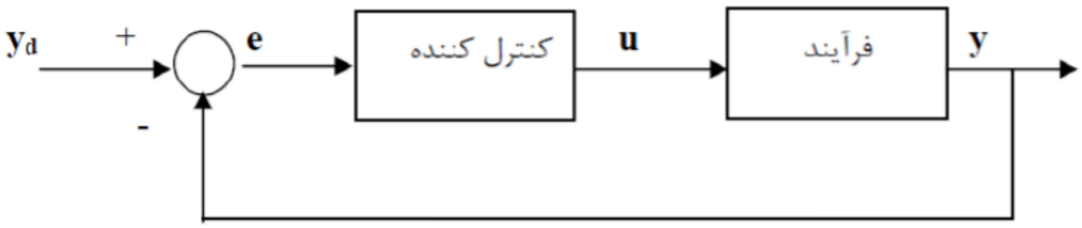
$$w_u = \frac{2\pi}{T_u} = 1.4759 (73)$$

$$G(iw_u) = -\frac{\pi a}{4d} = -11.3018 \ (74)$$

$$K = \frac{1}{|G(iw_u)|} = 0.0884 (75)$$

۱-۶. طراحی PID به روش زیگلر-نیکولز

۱-۶-۱. در حوزه فرکانس



شکل ۱-۳۹ (بلوک دیاگرام PID)

باید با استفاده از T_u و k با استفاده از جدول مربوط به زیگلر نیکولز در حوزه فرکانس ضرایب را بدست بیاوریم.

کنترل کننده	K	T_i	T_d	T_p
P	$0.5K_u$			T_u
PI	$0.4K_u$	$0.8T_u$		$1.4T_u$
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$	$0.85T_u$

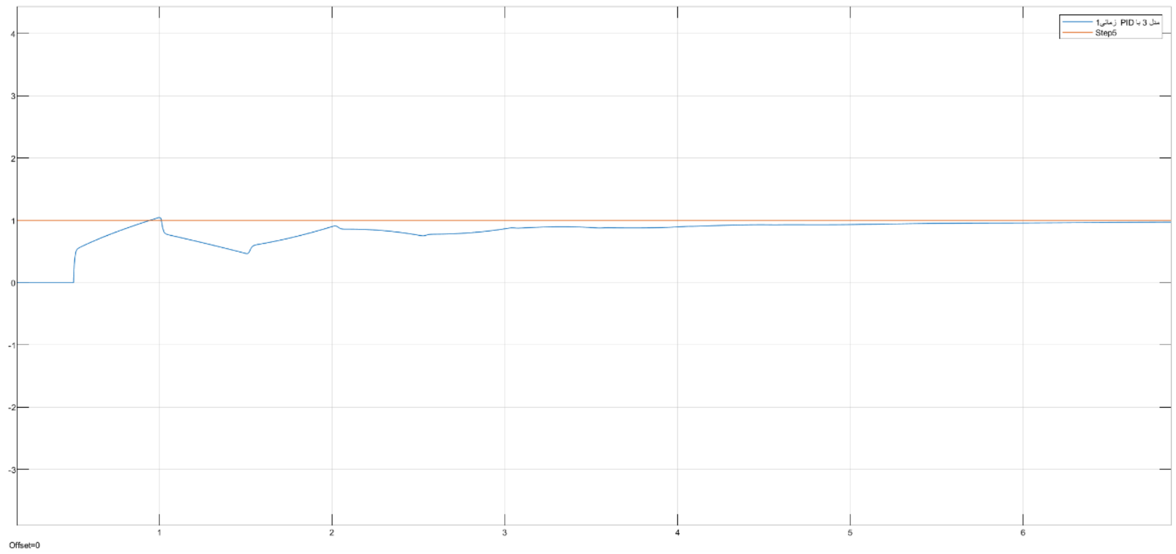
شکل ۱-۴۰ (جدول ضرایب PID فرکانسی به روش زیگلر-نیکلز)

برای مدل ۳ جزیی غیر خطی شناسایی شده برابر است با:

$$K = 0.16104 \quad (76)$$

$$T_i = 0.697 \quad (77)$$

$$T_d = 0.17425 \quad (78)$$



شکل ۱-۴۱ (نمودار تتا به همراه PIDحوزه فرکانس)

همانطور که در شکل پیداست کنترل کننده باعث افزایش سرعت پاسخ وکاهش اورشوت شده است.

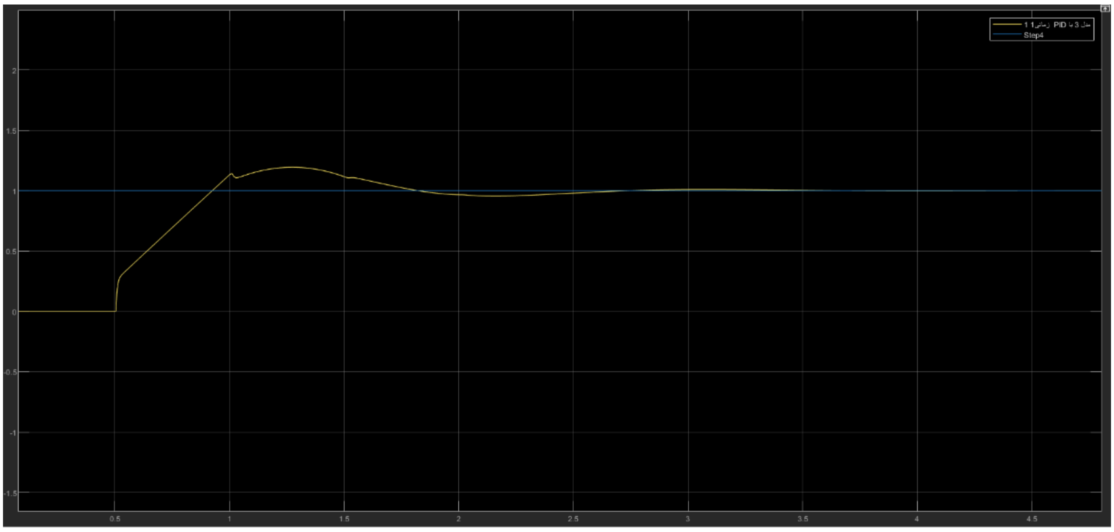
برای تنظیم و کمتر کردن دامنه نوسانات ضرایب PID را در باید تنظیم کنیم:

۱-۶-۲. بار اول:

$$K = 0.14 \quad (79)$$

$$T_i = 0.5 \quad (80)$$

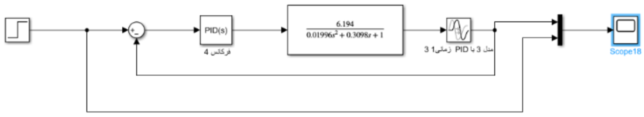
$$T_d = 0.1 \quad (81)$$



شکل ۱-۴۲ (PID با ضرایب جدید)

همانطور که در شکل پیداست ؛ زمانی که کنترل کننده را با ضرایب جدید به سیستم اعمال می کنیم دامنه نوسانات کاهش می باید و ۱.۲ به حدود می رسد با انحراف اولیه $\boldsymbol{\theta = 0.1}$ که پاسخ مطلوب تری می باشد.

چهار جزیی :

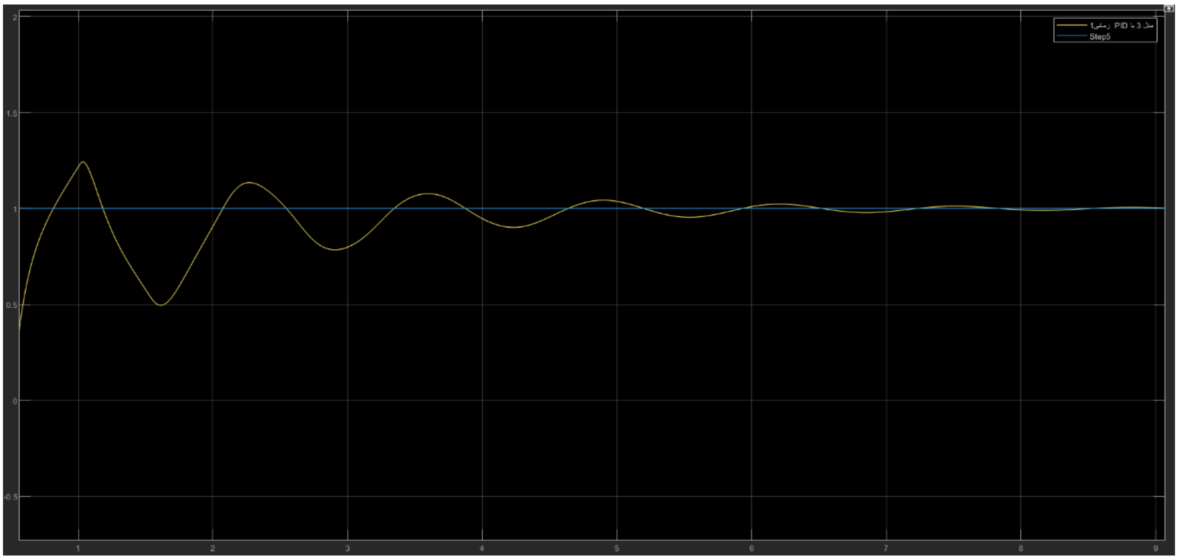


شکل 1-43 (بلوک دیاگرام سیمولینک)

$$K = 2.5542 (92)$$

$$T_i = 0.044 (93)$$

$$T_d = 0.53321 (94)$$

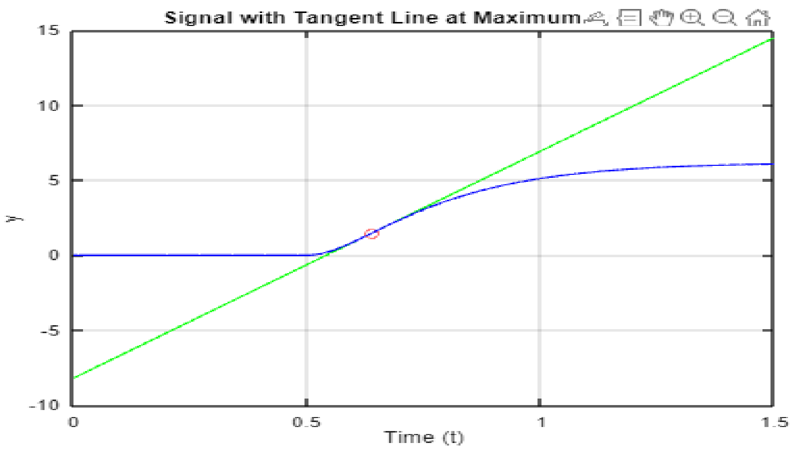


شکل ۱-۴۴ (با PID در حوزه فرکانس)

۱-۶-۳. درحوزه زمان

۱-۶-۳-۱. مدل ۴ جزیی

ابتدا می باید دوباره خطی رسم کنیم که از نقطه عطف گذشته و بیشترین شیب را دارد و از این حالت مقدار a و L را بدست اوریم.



شکل ۱-۴۵ (خط رسم شده برای این شیب ماکس)

همانطور که مشخص است مقدار a و L بصورت زیر می باشد:

$$L = 0.5420 \quad (82)$$

$$a = 8.1993 \quad (83)$$

برای طراحی PID در حوضه زمان می باید از جدول زیر ضرایب را بدست اورد.

Tp	Td	Ti	K	کنترل کننده
4L	0	0	1/a	**P**
5.7L	0	3L	0.9/a	**PI**
3.4L	L/2	2L	1.2/a	**PID**

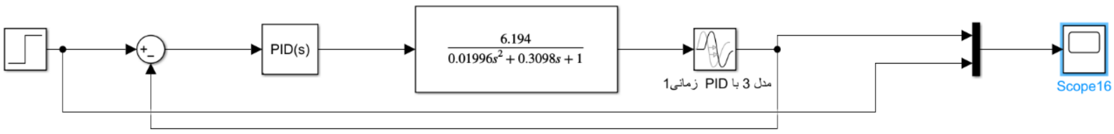
شکل ۱-۴۶ (جدول ضرایب در حوزه زمان)

ضرایب از جدول بالا بصورت زیر بدست می ایند:

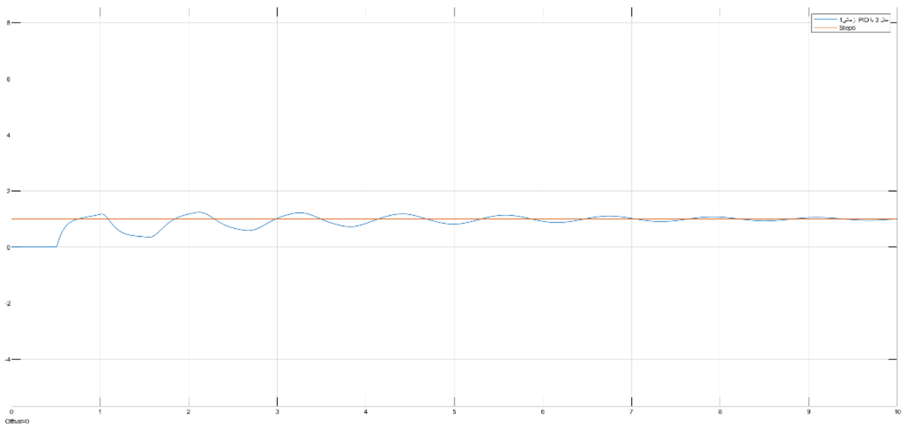
$$k = \frac{1.2}{a} = 0.1463 \quad (84)$$

$$T_i = 2l = 0.9225 \quad (85)$$

$$T_d = 0.271 \quad (86)$$



شکل ۱-۴۷ (بلوک های سیمولینک)

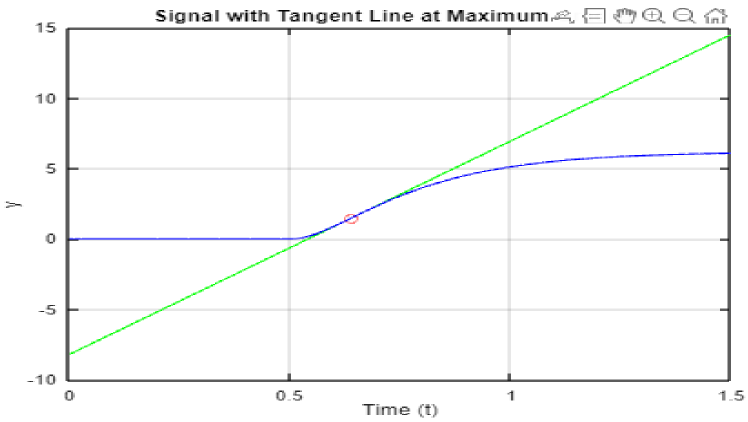


شکل ۱-۴۸ (نمودار تتا به همراه PID حوزه زمان)

پاسخ سیستم با وجود پی ای دی بصورت بالا در می اید که تا ۱۰ ثانیه به مقدار پایدار خود می رسد و خواسته مطلوب ما را براورده می کند.

۱-۶-۳-۲. مدل ۳جزیی

مانند حالت قبل از رسم خط a و L را بدست می اوریم.



شکل ۱-۴۹ (خط رسم شده برای این شیب ماکس)

مقادیر a و L بصورت زیر بدست می اید:

$$L = 0.5420(87)$$

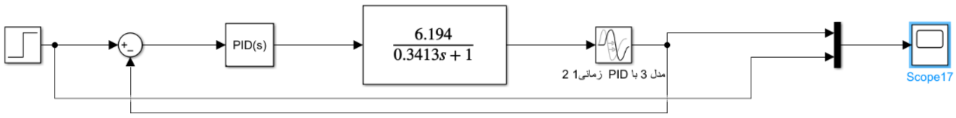
$$a = 8.1993(88)$$

حال با استفاده از جدول مقادیرضرایب PID را بدست می اوریم.

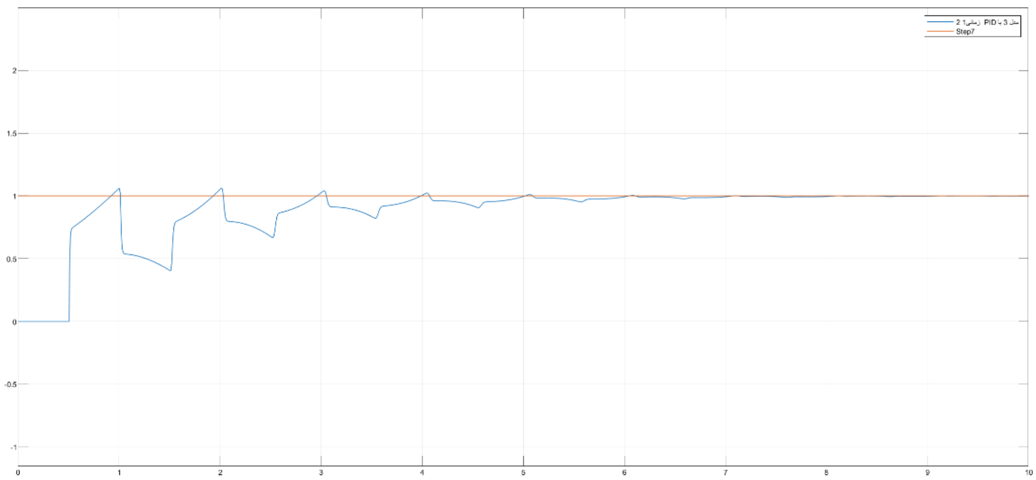
$$\boldsymbol{k = \frac{1.2}{a} = 0.1463\ (89)}$$

$$T_i = 2l = 0.9225\ (90)$$

$$T_d = \frac{l}{2} = 0.271\ (91)$$



شکل ۱-۵۰ (بلوک های سیمولینک)



شکل ۱-۵۱ (نمودار تتا به همراه PID حوزه زمان)

همانطوری که درپاسخ ها مشخص است تمام PID هایی که طراحی شده است در حوضه فرکانس بهتر عمل می کنند و بنابر این طراحی PID در حوضه فرکانس مطلوب تر می باشد.برای مدل خطی نمی توانیم کنترل کننده مناسب طراحی کنیم به بی نهایت میل می کند.

۱-۷. زیگلر-نیکولز تعمیم یافته

برای بدست اوردن ضرایب PID از روش زیگلر-نیکلز تعمیم یافته می تواند برای نقطه دلخواه B ضرایب زیر را محاسبه نمود:

$$Kp = Ku.rb.cos\phi_b (92)$$

$$Ti = Tu/\pi\left(\left(1 + (sin\phi_b)\right)/(cos\phi_b)\right)\ (93)$$

$$Td = \alpha Tu/\pi\left(1 + (sin\phi_b)/(cos\phi_b)\right)(94)$$

حال باید برای یک نقطه مناسب برای این سیستم ضرایب را بدست بیاوریم ، اگر فرض کنیم نقطه $r_b = 0.29 , \varphi_b = 37\measuredangle$ را انتخاب می کنیم.

$$Kp = Ku.rb.cos\phi_b = 0.2316Ku(95)$$

$$Ti = \frac{T_u}{\pi}\left(\frac{1 + sin\varphi_b}{cos\varphi_b}\right) = 0.5581Tu(96)$$

$$Td = \alpha\frac{T_u}{\pi}\left(\frac{1 + sin\varphi_b}{cos\varphi_b}\right) = 0.1395Tu\ (97)$$

1-7-1. PID برای مدل 3 جزیی

مقادیر بدست امده از فیدبک رله

همانطور که مشخص است در این حالت پاسخ سیستم سریع تر و با سرعت بیشتری به مقدار نهای میرسد.

$$K_u = 0.2684(98)$$

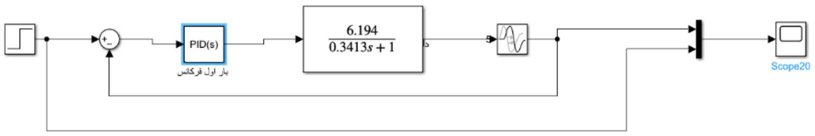
$$T_u = 1.394(99)$$

ضرایب بدست امده برای *PID*

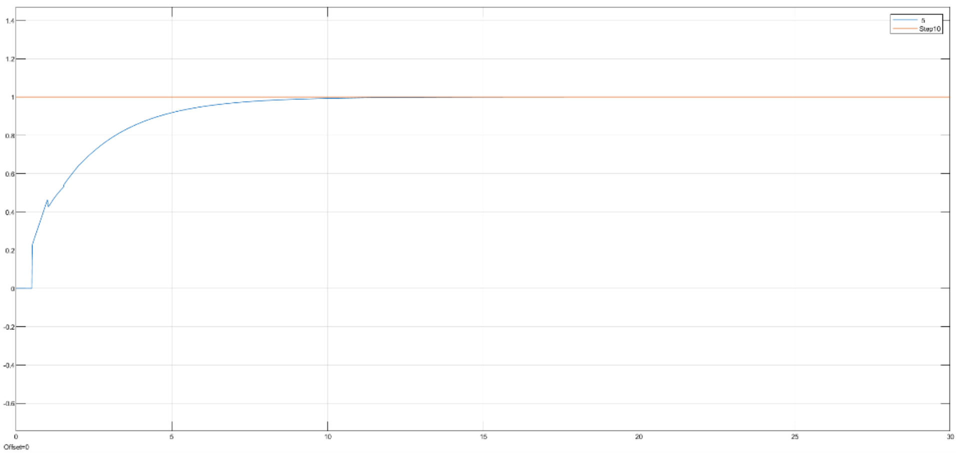
$$Kp = Ku.rb.cos\phi_b = 0.2316Ku = 0.062(100)$$

$$Ti = \frac{T_u}{\pi}\left(\frac{1+sin\varphi_b}{cos\varphi_b}\right) = 0.5581Tu = 0.77799(101)$$

$$Td = \alpha\frac{T_u}{\pi}\left(\frac{1+sin\varphi_b}{cos\varphi_b}\right) = 0.1395Tu = 0.1945(102)$$



شکل 1-52 (بلوک های سیمولینک)



شکل 1-53 (پاسخ سیستم با کنترل کننده زیگلر-نیکولز تعمیم یافته)

همانطور که مشخص است در این حالت پاسخ سیستم سریع تر و با سرعت بیشتری به مقدار نهای میرسد.

2-7-1. PID برای مدل 4 جزیی

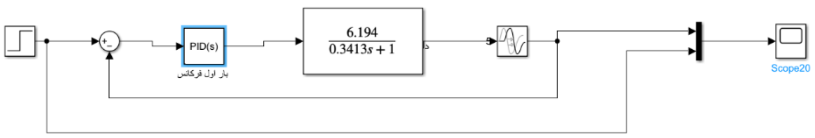
$$K_u = 0.2302(103)$$

$$T_u = 1.446(104)$$

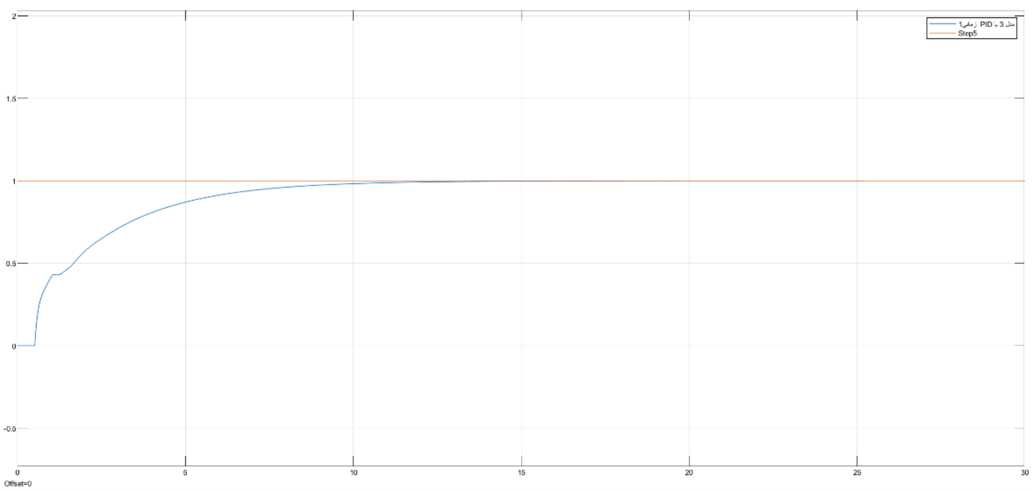
$$p = Ku.rb.cos\phi_b = 0.2316Ku = 0.0532(105)$$

$$Ti = \frac{T_u}{\pi}\left(\frac{1 + sin\varphi_b}{cos\varphi_b}\right) = 0.5581Tu = 0.807(106)$$

$$Td = \alpha\frac{T_u}{\pi}\left(\frac{1 + sin\varphi_b}{cos\varphi_b}\right) = 0.1395Tu = 0.2017(107)$$



شکل 1-54 (بلاک دیاگرام سیمولینک)



شکل 1-55 (خروجی مدل 4 جزیی)

همانطور که انتظار داشتیم برای مدل چهار جزیی گنترل کننده بهتر عمل می کند.

۱-۸. روش لامبدا

ابتدا برای PID سعی می کنیم روابط را بدست بیاوریم:

$$C(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) = K\frac{1 + T_i s + T_i T_d s^2}{T_i s} \quad (108)$$

$$C'(s) = K'\frac{(1 + T_i' s)(1 + T_d' s)}{T_i' s} \quad (109)$$

$$K = K'\frac{T_i' T_d'}{T_i'} \ (110) \quad ,T_i = T_i' + T_d' \ (111) \quad ,T_d = \frac{T_i' T_d'}{T_i' + T_d'} \ (112)$$

$$L(\mathrm{S}) = \frac{\mathrm{K_p}\left(1 - \frac{\mathrm{LS}}{2}\right)\mathrm{K'}(1 + \mathrm{TS})\left(1 + \frac{\mathrm{LS}}{2}\right)}{1 + \mathrm{TS}\left(1 + \frac{\mathrm{LS}}{2}\right)}\frac{1}{\mathrm{TS}} \quad (113)$$

$$L(\mathrm{S}) = P(\mathrm{S})\mathrm{C'}(\mathrm{S}) = \frac{\mathrm{K'K_p}\left(1 - \frac{\mathrm{LS}}{2}\right)}{\mathrm{TS}} \quad (114)$$

$$s\left(T - K_p K L/2\right) + K_p K' = 0 \quad (115)$$

$$-\frac{K_p K'}{T - K_p K L/2} = -\frac{1}{\lambda} \quad (116)$$

$$K' = \frac{1}{K_p L/2 + \lambda}(117)\,,\quad T_i = T(118), \qquad T_d = \frac{L}{2}(119)$$

ضرایب بدست امده برای PID از روش لامبدا

$$K = \frac{1}{K_p}\frac{L/2 + T}{L/2 + \lambda}(120), \quad T_i = T + \frac{L}{2}(121), T_d = \frac{TL}{L + 2T}(122)$$

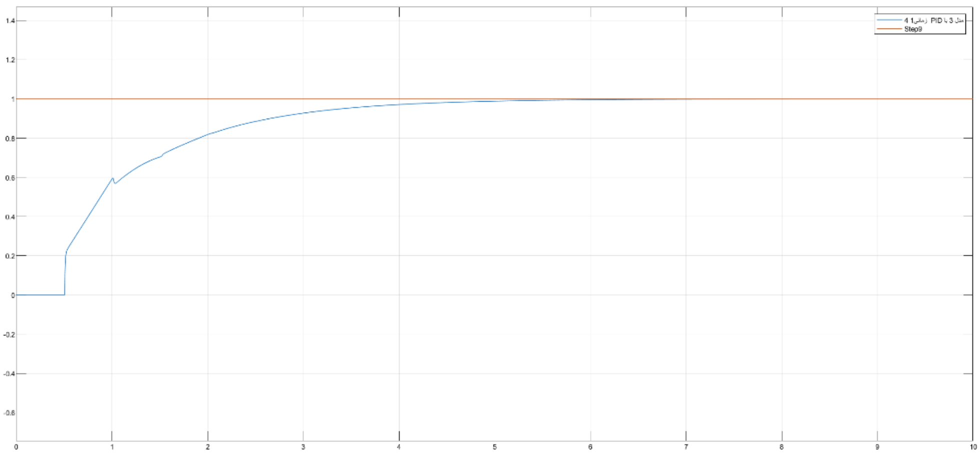
برای داشتن کنترل کننده مناسب باید $\lambda = 3T$ در نظر گرفت.

باجایگذاری مقادیر بدست امده برای مدل ۳ جزیی ، ضرایب PID را بصورت زیر خواهیم داشم:

$$\boldsymbol{k = 0.07634}(123)$$

$$Ti = 0.6123(124)$$

$$Td = 0.1510(125)$$



شکل 1-56 (باسخ سیستم بدست امده از کنترل کننده PID طراحی شده با لاندا)

همانطور که مشاهده می کنید کنترل کننده بدست امده کنترل کننده مناسبی است زیرا سیستم را در این در زمان سریعی به مقدار نهایی خود می رساند.
در این روش نیز نمی توانیم مقادیر لازم برای مدل ۴ جزیی را بدست اوریم.

9-1. طراحی PID به روش ISE

در این روش طراحی با استفاده از روابط زیر ضرایب PID را بدست می اوریم:

$$K(s) = k\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s\right) (108)$$

$$k = \frac{1}{K} a(\theta)^{-b} (126)$$
$$T_i = T.c.(\theta)^{d} (127)$$
$$T_D = T.e.(\theta)^{f} (128)$$

- کنترل کننده PID

f	e	d	c	b	a	روش
1	0.5	1	2	1	1.2	Z.N.
1.14	0.48	0.75	1.14	0.92	1.4	IAE
1	0.56	0.77	0.92	0.95	1.5	ISE
1	0.38	0.74	1.18	0.95	1.36	ITAE

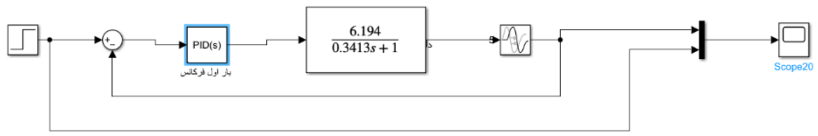
شکل ۱-۵۷ (جدول مربوط به ثوابت ISE)

ضرایب بدست امده از این روش برابر است با:

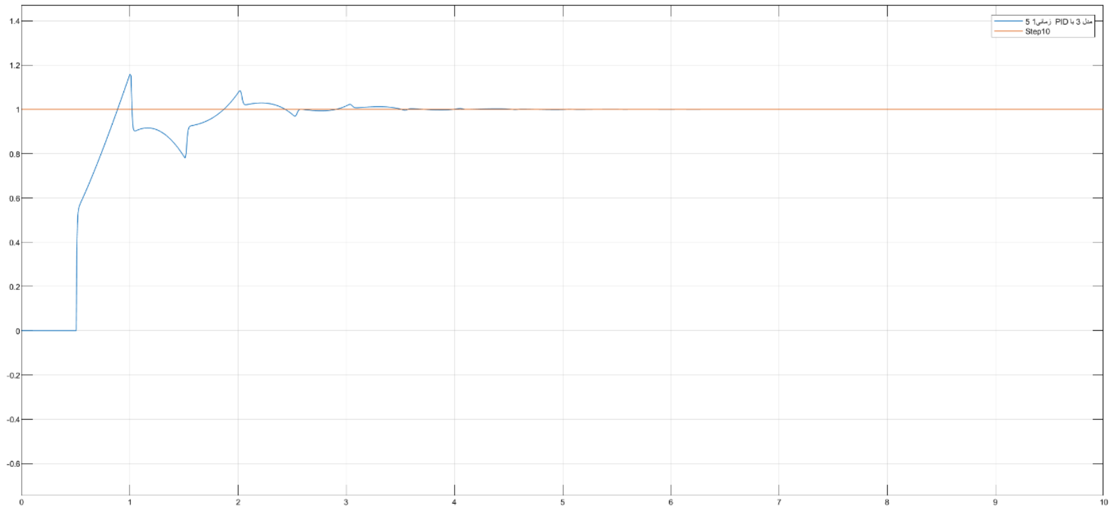
$$k = 0.1415 (129)$$

$$Ti = 0.5670 (130)$$

$$Td = 0.2059(131)$$



شکل 1-58 (بلاک دیاگرام سیمولینک)



شکل 1-59 (پاسخ سیستم با PID طراحی شده با روش ISE)

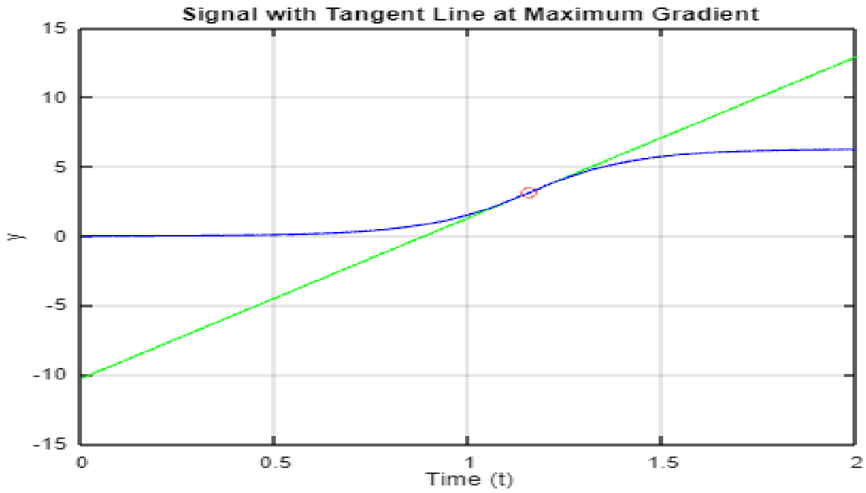
پاسخ بدست امده مطلوب می باشد زیرا در این حالت با اینکه مقدار کمی اورشوت دارد و هم چنان به سرعت به مقدار نهایی خود خواهد رسید.

برای مدل ۴ جزیی نیز نمی توانیم با این روش ضرایب را بدست اوریم زیرا تنها معادلات مربوط به ۳ جزیی را در اختیار داریم.

10-1. کنترل کننده های مختلف به انحراف های مختلف

1-10-1. برای انحراف 1

باید ابتدا مقادیر برای شناسایی سیتم برا بدست بیاوریم.



شکل 1-60 (رسم خط که از عطف گذرد)

مقادیر بدست امده از شکل برابر است با:

$$L = 0.1716 \quad (132)$$

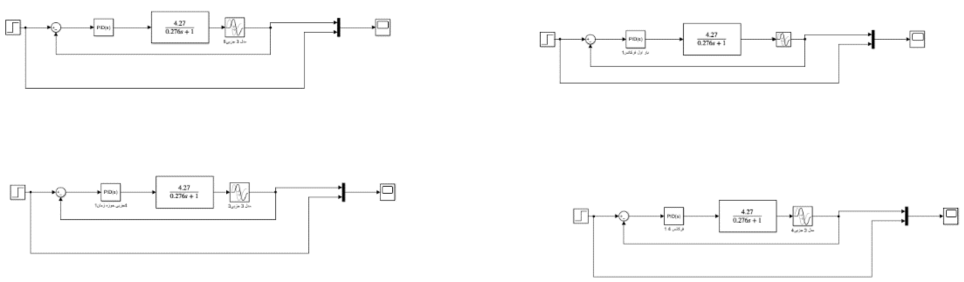
$$a= -10.7437 \quad (133)$$

$$k=4.27 \quad (134)$$

$$\boldsymbol{T = 0.276(135)}$$

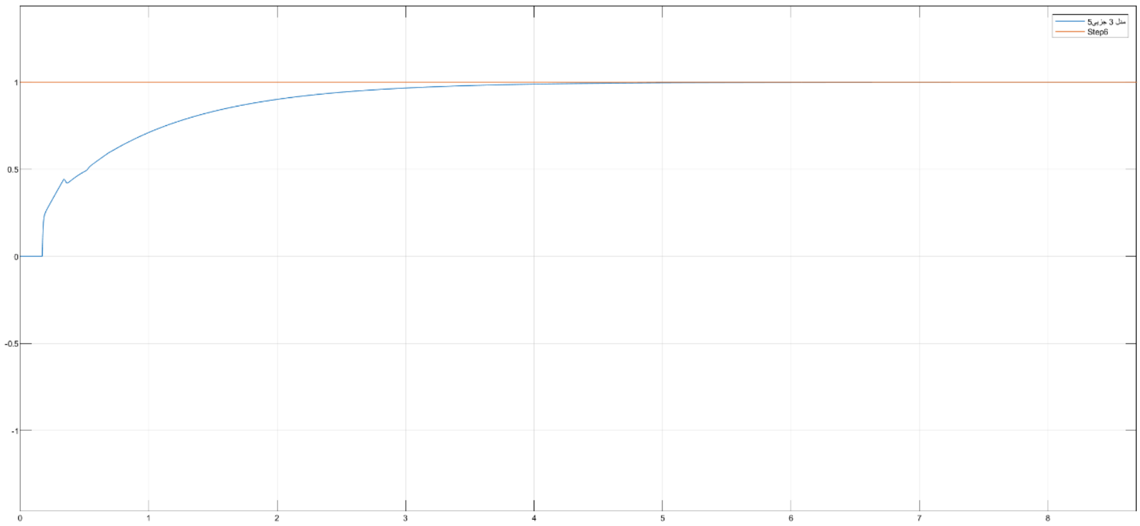
تابع تبدیل سیستم برابر است با:

$$G(s) = \frac{\left(4.27e^{((-0.1716s))}\right)}{(1 + 0.276s)} (136)$$

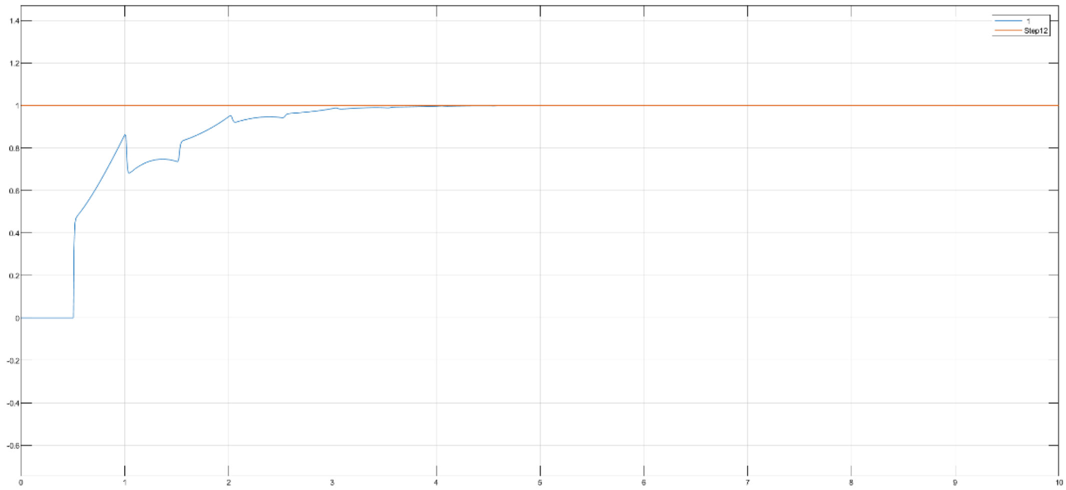


شکل 1-61 (بلوک دیاگرام سیمولینک)

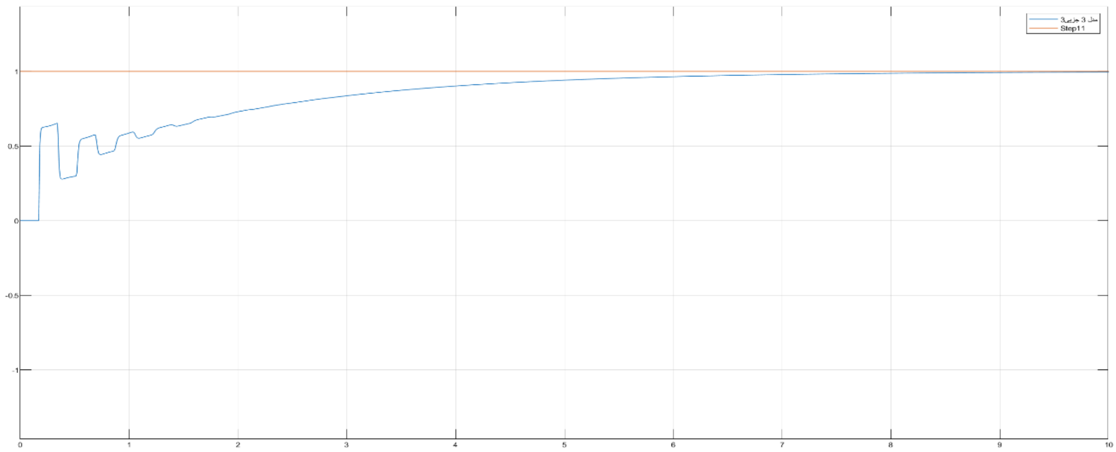
پاسخ این سیستم به PID های طراحی شده در مراحل قبل:



شکل 1-62



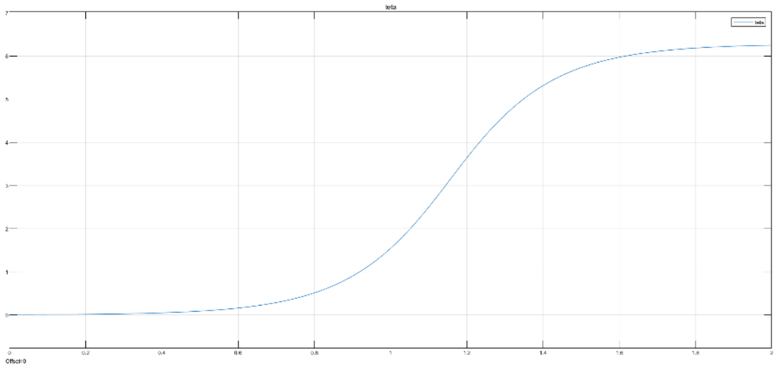
شکل 1-63



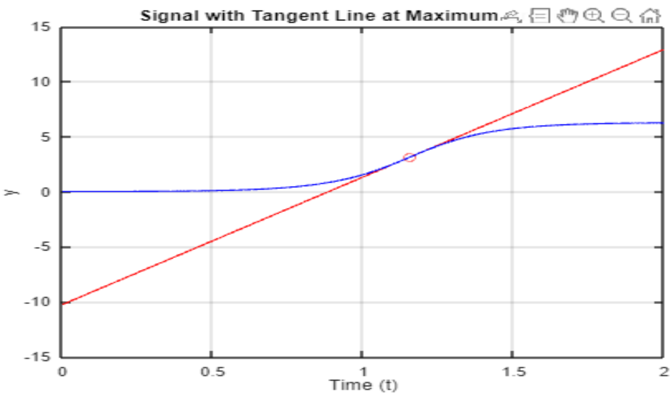
شکل 1-64

همانطور که مشاهده می کنید پاسخ های کندتری را تا رسیدن به مقدار نهایی مشاهده می کنیم و همچنین در بعضی حالات دارای نوسانات بیشتر نیز می شود.

1-10-2. انحراف 0.01



شکل 1-65 (مدل S-shape سیستم)



شکل 2-1 (رسم خط که از عطف گذرد)

مقادیر بدست امده از شکل برابر است با:

L = 0.8851 (132)

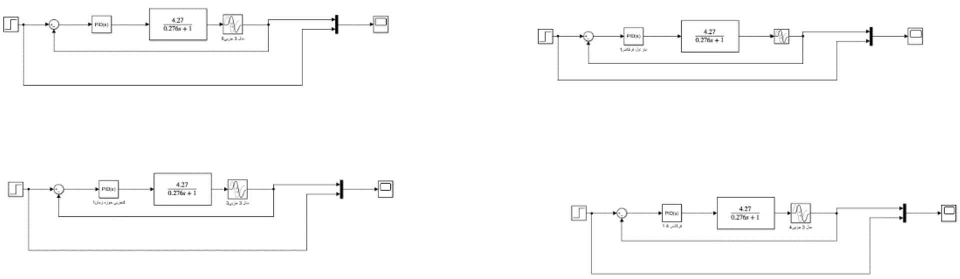
a= 10.2584 (133)

k=6.24 (134)

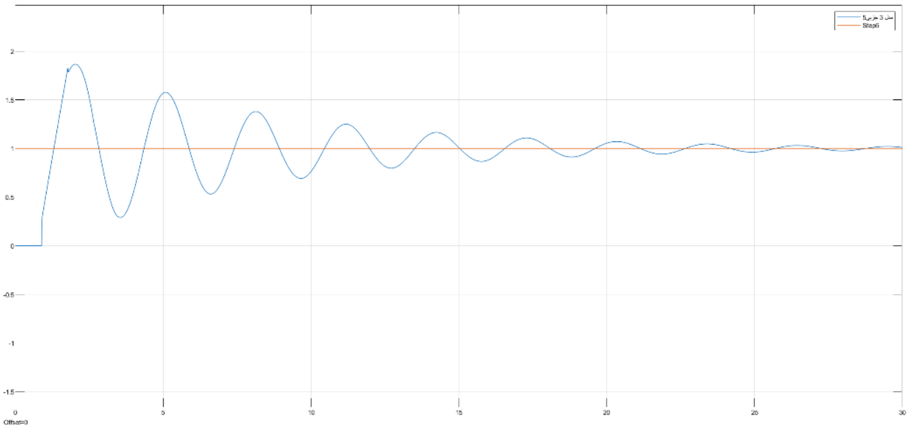
$T\ = 0.338(135)$

تابع تبدیل سیستم برابر است با:

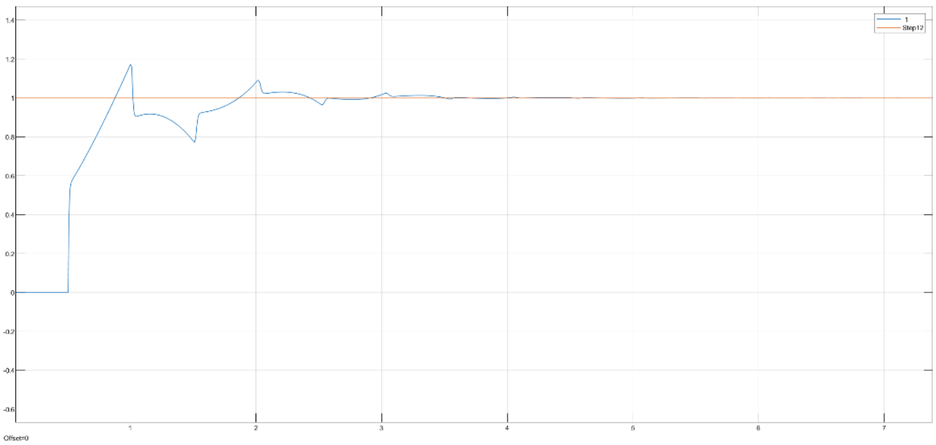
$$G(s) = \frac{\left(6.24e^{((-0.8851s))}\right)}{(1+0.338s)} \quad (136)$$



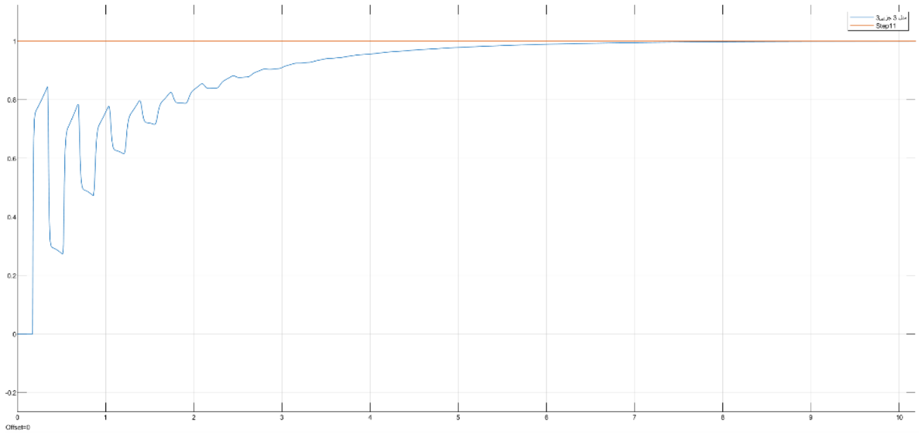
شکل 1-4 (بلوک دیاگرام سیمولینک)



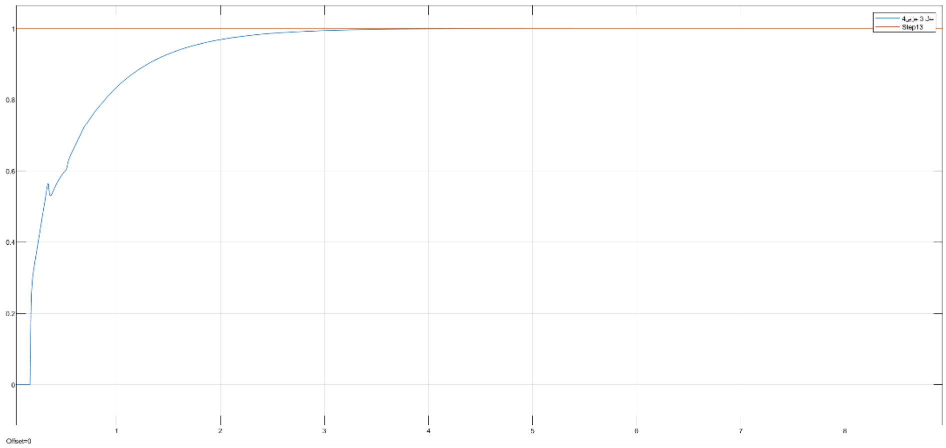
شکل 2-4



شکل 3-4



شکل 4-4



شکل 4-5

برای مقایسه کنترل کننده ها ،در کل کنترل کننده های ۳ جزیی در حوزه فرکانس کنترل کننده های بهتری هستند و بعد کنترل کننده های چهار جزیی در روش زیگلر نیکلز تعمیم یافته نیز کنترل کننده مناسبی است زیرا بیشتر نوسانات را گرفته است ولی سزعت سیسمتم کاهش یافته است اما کنترل کننده به روش لاندا را هم اکثر نوسانات گرفته شده است و همچنین سرعت سیستم بیشترمیباشد.در روش ISE نیز نوسانات کاهش نیافته ولی سرعت سیستم خوب است.

با محاسبه مقدار تاو برای مدل های شناسایی شده متوجه می شویم که مقدار ان برای همه ان ها بزرگتر از ۰.۴ می باشد بنابراین کنترل انها بسیار دشوار بوده و نمی تواند انها را بخوبی کنترل کرد و بنابراین مقدار ماکسیم برای این سیستم نمی توانیم تعیین کنیم که قابل کنترل است و تنها تلاشی کردیم تا مقدار مشخصی این سیستم ها را بصورت پایدار کنترل کنیم.