Assignment NO.5 Solutions

Digital Image Processing | Fall 1400 | Dr.Mohammadi

Teacher Assistant : Ramin Kamali

Student name : **Amin Fathi**

Student id : **400722102**

Problem1

تصویرimage1.jpg را بصورت سطح خاکستری بخوانید. تصویر بدلیل حرکت دوربین در راستای عمودی تخریب شده است و مدل تخریب در فضای مکان به شکلh.bmp است. با پیاده سازی فیلتر وینر تاری ناشی از حرکت را اصلاح کنید. در فایل HW5.ipynbتابع image_restoration را بگونه ای تکمیل کنید که تصویر ورودی و مدل تخریب را گرفته و تصویر اصلاح شده را برگرداند (استفاده از کتابخانهای که فیلتر وینر را بصورت مستقیم اعمال کند مجاز نیست.)(20امتیاز)

ابتدا در تابع image_restoration تصویر ورودی را به صورت سه کانال red , blue , green جداسازی می کنیم و سپس از هر یک از کانال های به دست آمده تبدیل فوریه میگیریم. همچنین از مدل تخریب h هم تبدیل فوریه میگیریم و در متغییر t2 ذخیره می کنیم .

```
(red, green, blue) = cv.split(img)
T_blue=fft2(blue)
T_red= fft2(red)
T_green=fft2(green)
t2 = fft2(h)
```

سپس تابع تبدیل وینر را که به صورت زیر است پیاده سازی میکنیم

$$\left[\frac{1}{H(u,v)}\frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2+K}\right]$$

```
T2 = ((np.conj(t2) * t2) / (t2 * ((np.conj(t2) * t2) + 50)))
```

لازم به ذکر است مقدار K 50 انتخاب شده است

سپس مقدار تبدیل فوریه معکوس را برای حاصل ضرب تبدیل وینر در تبدیل فوریه کانال ها را برای هر کدام از کانال ها RGB به دست می آوریم

```
output_blue = ifft2(T_blue * T2).real
output_red = ifft2(T_red * T2).real
output_green = ifft2(T_green * T2).real
```

از آنجا که تابع تخریب ما تبعی است در مرکز تصویر h بنابراین برای انکه تصویر نهایی درست به دست بیایید . تبدیل فوریه معکوس را شیفت میدهیم .

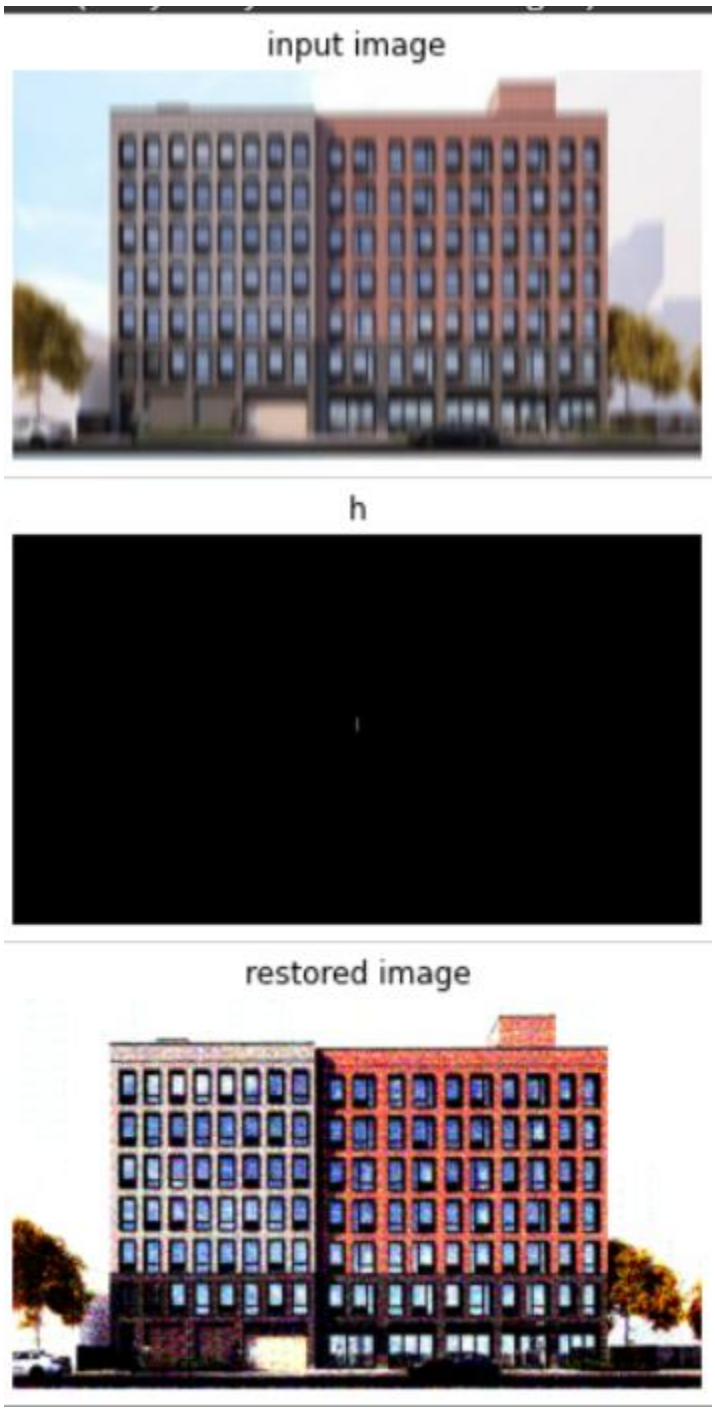
```
shift_blue = ifftshift(output_blue)
shift_red = ifftshift(output_red)
shift_green = ifftshift(output_green)
```

لازم به ذکر است چنانچه این کار را انجام ندهیم ، نتیجه نهایی به شکل زیر خواهد بود

حال تصویر شیفت یافته را با هم ترکیب کرده و پس از نرمال سازی به عنوان خروجی تحویل میدهیم .

```
rgbArray2 = cv.merge((shift_red,shift_green, shift_blue))
out=np.round((rgbArray2 - np.min(rgbArray2)) / (np.max(rgbArray2) - np.min(rgbArray2)))
```

نتیجه نهایی :



Problem2.a

تمام مراحل لبه یاب cannyرا نام برده و دلیل استفاده از هر مرحله را توضیح دهید.

- **هموار کردن تصویر با استفاده از فیلتر گاوسی** : به مانند سوبل برای حذف نویز با فیلتر گوسی برای کم کردن جزئیات و نویز که تصویر را اماده می کند برای مشتق گیری

- **محاسبه گرادیان** : با استفاده از سوبل مشتق تصویر را حساب میکنیم

- **حذف مقادیر غیر بیشیینه**: برای یکی از دو مشکل سوبل (وجود لبه های ضخیم) برای حذف لبه های ضخیم از بین چند پیکسل که دارای مقدار گرادیان هستند و در راستای عمودی بر سطح مشتق هستند ، پیکسل های اضافی را حذف می کنیم تا لبه ها متعادل شوند (این کار با توجه به جهت گرادیان انجام می شود و در جهت عمود بر لبه ، ضخامت رابه یک پیکسل کاهش می دهیم)

-**آستانه گذاری دو مرحله ای** : برای حل مشکل دوم سوبل (گسستگی مقدار گرادیان ها) که در واقع در بعضی نقاط گرادیان ضعیف بوده و در بعضی نقاط قوی ، ابتدا نقاط را به سه قسمت تقسیم میکنیم (1 - نقاطی که لبه هستند و مقدار آن ها از ماکسیمم ترشولد بیشتر می باشد 2 - نقاطی که لبه نیستند و مقدار آن ها از مینیمم ترشولد کم تر میباشد 3 – نقاط مشکوک که بزرگی گرادیان آن ها بین مینیمم ترشولد و ماکسیمم ترشولد قرار دارد) برای تعیین وضعیت گروه سوم ، در صورتی که این نقاط در همسایگی یکی از نقاط گروه اول (لبه ها) باشند ، خود نیز لبه به حساب می آیند و این چرخه را برای تمام نقاط تکرار می کنیم . در نتیجه این کار گسستگی بین لبه ها از بین می رود .

منبع : توضیحات استاد در کلاس درس

Problem2.b

الگوریتم cannyرا مرحله به مرحله پیاده سازی کنید و با استفاده از آن تصویر image2.jpgرا لبه یابی کنید. در HW5.ipynb برای هر مرحله یک تابع نوشته شده است که باید آنها را کامل کنید. در پیاده سازی توابع حذف مقادیر غیر بیشینه و آستانه گذاری دو مرحله ای استفاده از کتابخانه مجاز نیست. سپس تابع opencv_cannyرا کامل کنید که با استفاده از کتابخانه OpenCV لبه یابی را انجام میدهد. نتایج بدست آمده را از نظر خروجی و زمان اجرا مقایسه کنید

ابتدا با استفاده از کتابخانه GaussianBlur و کرنل 3*3 تصویر را هموار میکنیم

```
def smoothing(img):
  '''
  perform image smoothing
  you can use libraries here

  inputs :
    img (ndarray): input Grayscale image

  outputs :
    output (ndarray) : smoothed image
  '''

  ###################
  # start of your code
  output =  cv.GaussianBlur(img,(3,3),0)
  # end of your code
  ###################
  return output
```

سپس با استفاده از کتابخانه open cv بزرگی مشتق را حساب کرده و مقادیر آن را به مقادیر اعداد طبیعی رند میکنیم .

```
# compute gradients along the x and y axis, respectively
gX = cv.Sobel(img, cv.CV_64F, 1, 0)
gY = cv.Sobel(img, cv.CV_64F, 0, 1)
# compute the gradient magnitude and orientation
magnitude = np.sqrt((gX ** 2) + (gY ** 2))
mag = np.round(magnitude).astype(int)
```

همچنین برای محاسبه مقدار زاویه های گردایان تصویر از توابع np.gradient و cv.phase استفاده می کنیم تا در نهایت مقدایر زاویه ها در متریک درجه را در خروجی بدهد .

```
mag1 =  np.gradient(img)
angle = cv.phase(mag1[0] , mag1[1] , angleInDegrees = True)
```

برای تابع NMS که وظیفه آن حذف مقادیر غیر بیشینه است ، ابتدا مقدایر زاویه ها را نرمالایز میکنیم :به این صورت که آن ها را به نزدیک ترین مقدار از مقادیر 0 و 45 و 90 و 135 و 180 و225 و 270 و315 درجه نگاشت میکنیم .

```
for i in range(len(angle)):
  for j in range(len(angle[0])):
    if 67.5 < angle[i][j] <= 112.5 :
      angle[i][j] = 90
    elif  22.5 < angle[i][j] <= 67.5:
      angle[i][j] = 45
    elif  0 <= angle[i][j] <= 22.5:
      angle[i][j] = 0
    elif  337.5 < angle[i][j] <= 360:
      angle[i][j] = 0
    elif  292.5 < angle[i][j] <= 337.4:
      angle[i][j] = 315
    elif  247.5 < angle[i][j] <= 293.5:
      angle[i][j] = 270
    elif  202.5 < angle[i][j] <= 247.5:
      angle[i][j] = 225
    elif  157.5 < angle[i][j] <= 202.5:
      angle[i][j] = 180
    elif  112.5 < angle[i][j] <= 157.5:
      angle[i][j] = 135
```

در قسمت بعد ، با توجه به اینکه حساسیتی در نقاط مرزی تصویر وجود نداشت ، به جای پدینگ دادن تصویر ، ادامه عملیات پردازش تصویر را بر روی لایه درونی تصیور که از هر طرف یک پیکسل با تصویر فاصله دارد انجام شده . هر درایه از ماتریس بزرگی گرادیان با توجه به مقدار زاویه گرادیان ای که دارد با درایه های همسایه اش (در راستای زاویه گرادیانش) مقایسه شده و چنانچه از آن دو درایه کمتر بوده ، مقدارش به صفر نگاشت می شود . در غیر این صورت مقدار خود را حفظ می کند .

نتیجه نهایی به عنوان خروجی تابع معرفی می شود

```
for k1 in range(1,len(mag)-1):
  for k2 in range(1 , len(mag[0])-1):
    if angle[k1][k2] == 0  or angle[k1][k2] == 180 :
      if mag[k1][k2] >= mag[k1][k2+1] and mag[k1][k2] >= mag[k1][k2-1]:
       continue
      else:
         mag[k1][k2] = 0

    if angle[k1][k2] == 45  or angle[k1][k2] == 225 :
      if mag[k1][k2] >= mag[k1-1][k2+1] and mag[k1][k2] >= mag[k1+1][k2-1]:
        continue
      else:
         mag[k1][k2] = 0


    if angle[k1][k2] == 90  or angle[k1][k2] == 270 :
      if mag[k1][k2] >= mag[k1-1][k2] and mag[k1][k2] >= mag[k1+1][k2]:
        continue
      else:
         mag[k1][k2] = 0


    if angle[k1][k2] == 135  or angle[k1][k2] == 315 :
      if mag[k1][k2] >= mag[k1-1][k2-1] and mag[k1][k2] >= mag[k1+1][k2+1]:
        continue
      else:
         mag[k1][k2] = 0
```

در قسمت بعد و در تابع hysteresis_threshold که وظیفه آستانه گذاری دو مرحله ای را بر عهده دارد ، ابتدا یک آرایه دو بعدی تعریف میکنیم به نام flag که در نهایت برای درایه هایی از ماتریس بزرگی گردایان که مقدار flag شان برابر با صفر بود ، مقدار بزرگی گرادیانشان را صفر میکنیم ، و در غیر این صورت تغییری نمی دهیم .

```
flag = [[ 0 for i in range(len(edges[1]))] for j in range(len(edges))]
```

سپس برای همه ی درایه های ماتریس بزرگی گرادیان که مقدارشان از ماکسیمم ترشولد بیشتر بود ، مقدار flag را برابر 1 تنظیم میکنیم

```
for i in range(0 , len(edges)):
  for j in range(0, len(edges[0])):
    if edges[i][j] >= max_th:
      flag[i][j] = 1
```

در ادامه تمام همسایگی های درایه هایی که مقدار flag آن ها برابر 1 است را را بررسی کرده و چنان که مقدار بزرگی گرادیان آن ها بیشتر از min_t بوده را نیز بررسی کرده و مقدار flag آن ها را برابر 1 می کنیم .

```
for i in range(1 , len(edges)-1):
  for j in range(1 , len(edges[0])-1):
    if flag[i][j]==1:
      for k in range(-1,2):
        for l in range(-1,2):
          if edges[i+k][j+l] >= min_th:
            flag[i+k][j+l] = 1
```

در نهایت هم مقدار بزرگی گرادیان درایه هایی که flag آن ها برابر صفر می باشد را صفر کرده و همچنین از آنجا که درایه هایی دارای اندازه بیشتر از 255 می باشند و از اسکیل قابل نمایش خارج هستند ، بزرگی گرادیان آن ها را نیز برابر 255 ست میکنیم و نتیجه به در خروجی می دهیم

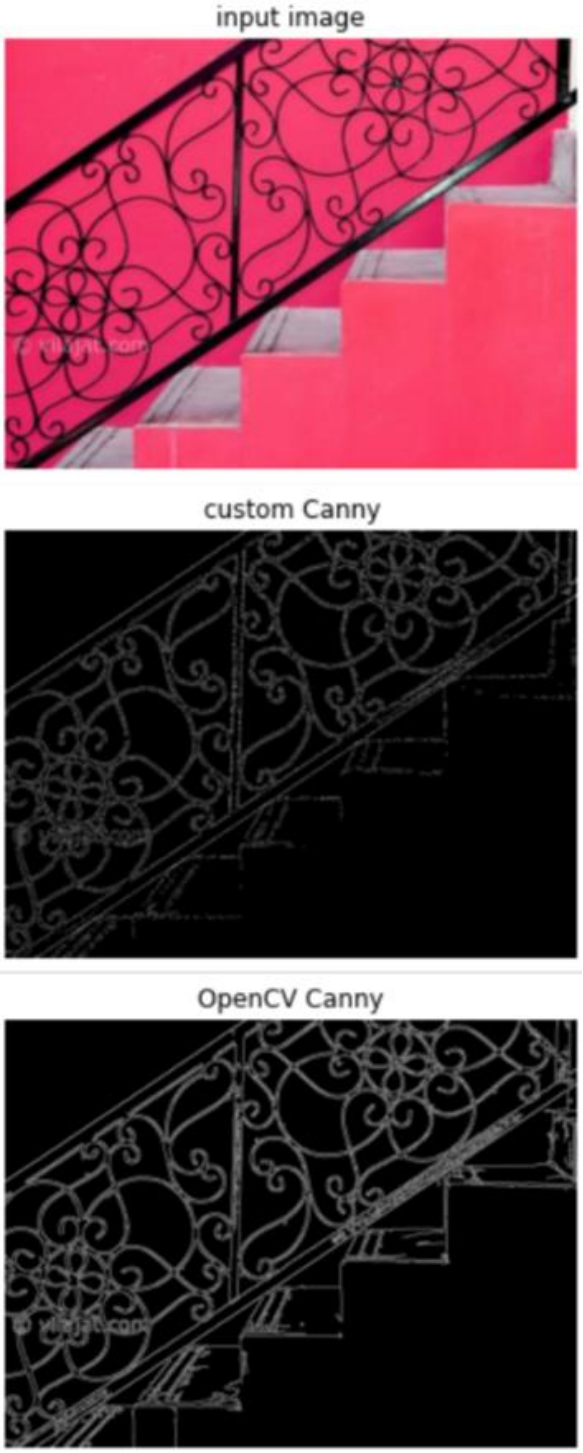
```
for i in range(0 , len(edges)):
  for j in range(0, len(edges[0])):
    if flag[i][j] == 0:
      edges[i][j] = 0
    if  edges[i][j]>=255:
      edges[i][j] = 255
```

در قسمت بعدی تابع opencv_Canny را پیاده سازی میکنیم

```
def openCV_Canny(img,min_th,max_th):
  '''
  use opencv to get canny edges

  inputs:
    img (ndarray): input grayscale image
    min_th (int) : weak threshold
    max_th (int) : strong threshold
  outputs:
    cv2_canny (ndarray) : final edges

  '''

  cv2_canny = np.zeros_like(img)
  ####################
  # start of your code

  cv2_canny = cv.Canny(img,min_th,max_th)
  # end of your code
  ####################


  return cv2_canny
```

در نهایت نتیجه حاصل را مشاهده میکنید :

تصویر به دست آمده توسط توابعی که ما نوشتیم ، کند تر به دست آمده و همچنین دقت تصویر به دست آمده توسط تابع opencv را ندارد .



Problem2.c

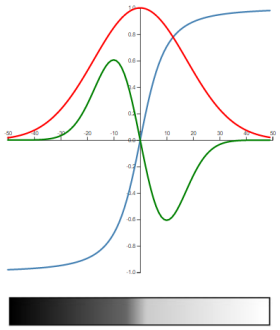
لبه یاب sobelرا با لاپلاسین مقایسه کنید. آیا لاپلاسین لبه یاب مناسبی است؟

در لبه یاب sobel از دو کرنل برای تشخیص لبه ها به صورت افقی و عمودی استفاده می کنیم در حالی که در لبه یاب لاپلاسین از یک کرنل برای تشخیص گرادیان تصویر استفاده می کنیم .از انجا که لاپلاسین مشتق دوم است با حساسیت بیشتری نسبت به سوبل تغییرات تصویر را نشان می دهد.

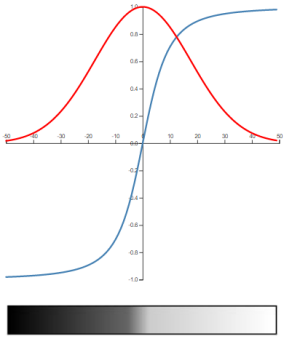
از دیگر تفاوت های این دو روش می توان به شکل موج مشتق و تصویر در این دو روش اشاره کرد.

منبع :

https://cse442-17f.github.io/Sobel-Laplacian-and-Canny-Edge-Detection-Algorithms/



لاپلاسین



سوبل

Laplacian kernel

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Horizontal Sobel Kernel

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Vertical Sobel Kernel

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

Problem3.a

می خواهیم از الگوریتمRANSAC برای یافتن پارامترهای یک دایره استفاده کنیم. در صورتی که ۵۰ درصد از نقاط موجود مربوط به دایره و بقیه نقاط پرت باشند، برای اینکه دقت انتخاب پارامترها به ۰.۹۹۹۹۹۹ برسد به چند تکرار نیاز داریم؟

$$w = 0.5$$
$$p = 0.999\,99$$
$$k = \frac{\log(1-p)}{\log(1-w^2)} = \frac{\log 10^{-6}}{-0.125} = 48$$

Problem3.b

در تصویر image3.jpg تعدادی لبه وجود دارد که 50درصد این لبه ها مربوط به دو دایره و مابقی نقاط پرت هستند. الگورتم RANSACرا بگونه ای پیاده سازی کنید تا پارامترهای این دو دایره (مختصات مرکز و شعاع) را پیدا کند. برای بدست آوردن پارامترهای دایره با استفاده از سه نقطه از این لینک میتوانید استفاده کنید. تابع circle_RANSACرا کامل کنید. خروجی این تابع سه لیست از طول مرکزها، عرض مرکزها و شعاع های دایره های موجود باشد .

ابتدا با توجه به اینکه برخی نقاط دارای روشنایی های کوچک و در حد 3 و 4 هستند ، برای به دست اوردن نقاط سفید یک ترشولد (50) را تعیین میکنیم و مختصات نقاط روشن تر از ان ترشولد را به عنوان نقاط برجستگی ها در لیست listofdots ذخیره می کنیم

```
listofdots = []


for i in range(len(edges)):
  for j in range(len(edges[0])):
    if edges[i][j] > 50:
      listofdots.append((i , j ))
```

از انجا که در سوال مقدار pرا برابر با 0.999 در نظر گرفته ام و با توجه به فرمول به کار رفته در سوال قبل ، مقدرا k را برابر 24 به دست اورده و به ازای هر بار تکرار 3 نقطه رندم از مجموعه نقاط لبه ها (listofdots) به دست آورده و با توجه به لینک روی سوال مختصات مرکز و شعاع دایره قابل ترسیم با این 3 نقطه را به دست می آوریم.

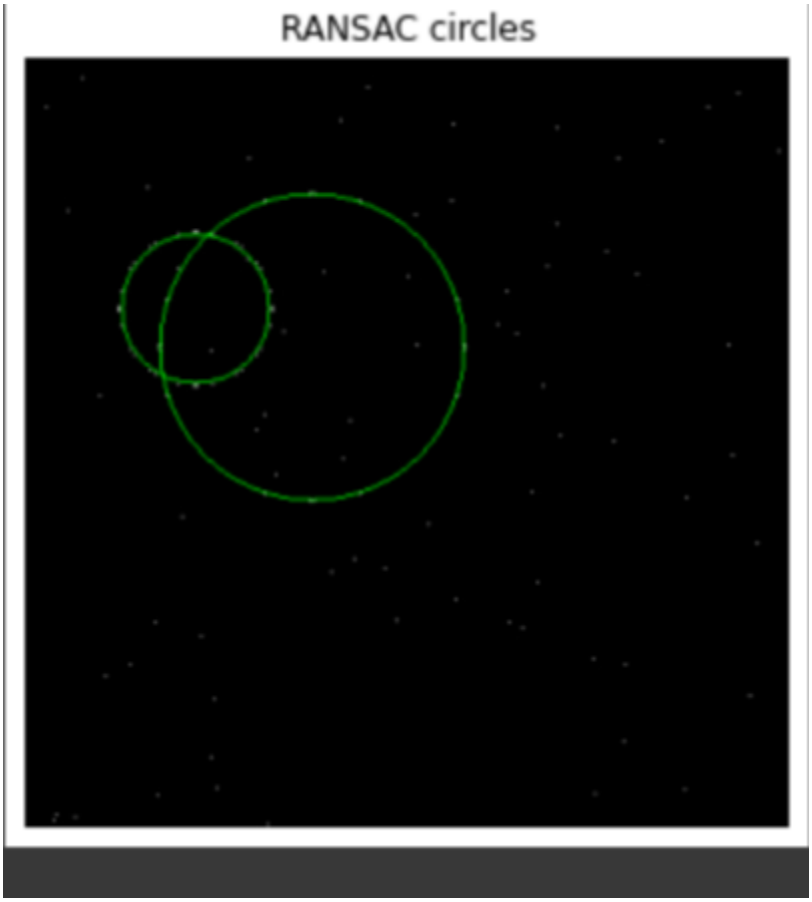
```
for k1 in range(24):
  a  = random.choice(listofdots)
  y =  random.choice(listofdots)
  u =  random.choice(listofdots)
  if a != u and a!=y and u != y:


    dpp = [[]for l in range(24)]
    x1 = a[0]
    x2 = y[0]
    x3 = u[0]
    y1 = a[1]
    y2 = y[1]
    y3 = u[1]

    x12 = x1 - x2
    x13 = x1 - x3

    y12 = y1 - y2
    y13 = y1 - y3

    y31 = y3 - y1
    y21 = y2 - y1

    x31 = x3 - x1
    x21 = x2 - x1
    sx13 = np.power(a[0], 2) - np.power(u[0], 2)
    sy13 = np.power(a[1], 2) - np.power(u[1], 2)
    sx21 = np.power(y[0], 2) - np.power(a[0], 2)
    sy21 = np.power(y[1], 2) - np.power(a[1], 2)

    f = (((sx13) * (x12) + (sy13) *
      (x12) + (sx21) * (x13) +
      (sy21) * (x13)) // (2 *
      ((y31) * (x12) - (y21) * (x13))));

    g = (((sx13) * (y12) + (sy13) * (y12) +
      (sx21) * (y13) + (sy21) * (y13)) //
      (2 * ((x31) * (y12) - (x21) * (y13))));

    c = (-pow(x1, 2) - pow(y1, 2) -
      2 * g * x1 - 2 * f * y1);

# eqn of circle be x^2 + y^2 + 2*g*x + 2*f*y + c = 0
# where centre is (h = -g, k = -f) and
# radius r as r^2 = h^2 + k^2 - c
    h = -g;
    k = -f;
    sqr_of_r = h * h + k * k - c;
```

سپس برای دایره به دست آمده معادله دایره را حساب کرده وفاصله نقاط برجستگی را از معادله دایره حساب کرده و در متغیر d قرار می دهیم ، چنانچه مقدار d هر کدام از نقاط لبه از مقدار قدرمطلق ترشولد که در ابتدا برابر با 10 تعیین کرده ایم کمتر باشد ، مقدار رای آن دایره را (num) یکی اضافه میکنیم ، در نهایت مختصات مرکز و شعاع دایره ای را که بیشترین رای را کسب کرده باشد را به خروجی پاس می دهیم . همچنین نقاطی که برای تشکیل این دایره دارای d کمتر از ترشولد تشخیص داده شده بودند را از لیست نقاط برجستگی حذف میکنیم تا در ادامه برای تشخیص دایره دوم به مشکل نخوریم و نقاط جدید را در لیست diff ذخیره می کنیم .

```
# r is the radius
    r = round(sqrt(sqr_of_r), 5);
    num = 0
    for i in range(len(listofdots)):
      d = (listofdots[i][0] - h) ** 2 + (listofdots[i][1]- k ) **2  - ( r **2)
      if  -threshold <= d <= threshold :
        num = num + 1
        dpp[k1].append(listofdots[i])


    if num>= max :
        max = num
        x0s[0] = int(k)
        y0s[0] = int(h)
        rs[0] = int(r)
        diff = [x for x in listofdots if x not in dpp[k1]]
```

در ادامه این کار را مجددا برای تشخیص دایره دوم به کار میبریم ، با این تفاوت که لیست نقاط برجستگی که استفاده میکنیم diff می باشد نه listofdots .

نتیجه نهایی :



منابع :

https://www.youtube.com/watch?v=nG5QC_WFdGU

https://github.com/anubhavparas/ransac-implementation

Problem3.c

با مطالعه این منبع، Least Median of squares را توضیح دهید و با RANSAC مقایسه کنید

در این روش ما در واقع به دنبال اپتیمایز کردن تابع فرضی hcur بر اساس پارامتر های موجود است ، مقدار فاصله های نقاط از پیشبینی که مدل ما کرده را به دست اورده سپس میانه ان را حساب کرده و با rcur مقایسه می کنیم و اگر بیشتری نسبت به آن داشت ، آن را جایگزین rcur می کنیم و این کار را تا آنجا ادامه می دهیم که در نهایت بهترین h ممکن حاصل شود .مقدار تکرار در این روش همانند RANSAC تعیین میشود اما تفاوت اصلی این دو روش در این است که RANSAC به دنبال بیشترین چگالی ممکن برای نقاط هست اما Least Median of squares دنبال نازک ترین خطی که 50 درصد نقاط را پوشش دهد .

Problem3.d

در یک تصویر تعدادی لبه از یک دایره موجود است. در بین لبه ها داده پرت هم وجود دارد. برای اینکه پارامترهای دایره را خیلی دقیق به دست بیاوریم چگونه از RANSAC باید استفاده کنیم؟

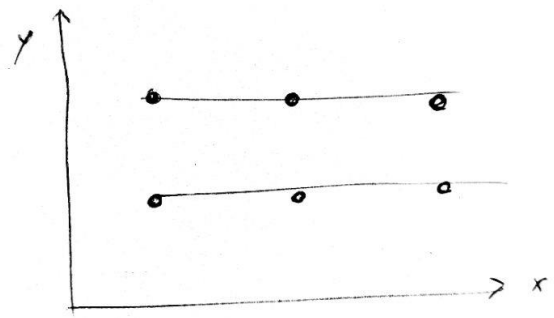
برای حل این مشکل علاوه بر اینکه میتوان مقدار تکرار(k) را افزایش داد با افزایش p ، می توان با کاهش ترشولد وهمچنین رای گیری را بر اساس فاصله نقاط از معادله دایره $(x-xc)^{**}2 + (y-yc)^{**}2 - r^{**}2$ که در آن r شعاع و (xc , yc) مرکز هستند و توسط انتخاب 3 نقطه تصادفی از نقاط لبه ها به دست می آیند ، برگزار کرد تا دایره دقیق تری به دست بیاید .

Problem4.a

تبدیل hough زیر مربوط به چه تصویری است؟

همانطور که در تصویر می بینیم دو خط با زاویه یکسان (موازی) داریم که هر کدام از 3 لبه تشکیل شده اند ، از انجا که این لبه ها در تتایی به حدود 90 درجه (وسط تصویر) به هم رسیده اند پس طبق فرمول زیر و با توجه به اینکه مقدار p یکسانی دارند ، 3 نقطه تشکیل دهنده هر خط دارای y های یکسان بوده یا به قولی دو خط به صورت افقی با هم موازی هستند . همچنین با توجه به اینکه هر نقطه از خط اول با هر نقطه از خط دوم دارای p یکسان در شروع و پایان (تتای صفر و 180) هستند ، پس نقاط لبه در هر دو خط ، دو به دو با هم دارای x های یکسان هستند.

$$x\cos(\theta) + y\sin(\theta) = \rho$$



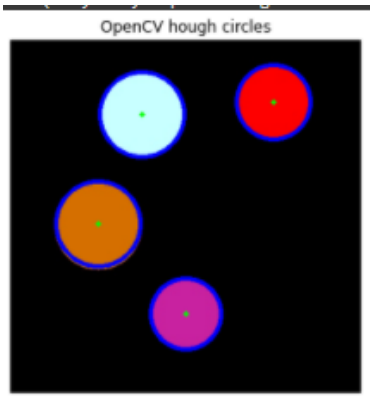
Problem4.b

شبه کدی برای تبدیل Hough دایره و با استفاده از جهت گرادیان بنویسید (راهنمایی: هر نقطه بر روی دایره میتواند به تعداد زیادی دایره نگاشت شود که با استفاده از گرادیان این موضوع باید حل شود)

- Initialize the accumulator (H[a,b,r]) to all zeros
- Find the edge image using any edge detector
- For r= 0 to diagonal image length
- For each edge pixel (x,y) in the image
- For Θ = 0 to 360
- a = x – r*cosΘ
- b = y – r*sinΘ
- H[a,b,r] = H[a,b,r] +1
- Find the [a,b,r] value(s), where H[a,b,r] is above a suitable threshold valu

منبع : https://theailearner.com/tag/hough-circle-transform-algorithm/

Problem4.c



توابع را با استفاده از کتابخانه پیاده سازی کرده و نیتجه نهایی به این شکل می باشد :

منبع :

https://www.pyimagesearch.com/2014/07/21/detecting-circles-images-using-opencv-hough-circles/