Université de Batna 2
Département Informatique
Module : Algorithmique et structures de données

Série III : Récursivité

Exercice 1

- Écrire une fonction récursive qui calcule x^n, $\forall\ n \geq 0$.

- Utiliser cette fonction pour écrire une autre fonction récursive qui calcule :

$$1^n + 2^n + 3^n + \ldots + m^n$$

Exercice 2

Soit `tab` un tableau de `N` entiers, tel que ses éléments sont compris entre 0 et 9.
Exemple

tab

0	2	8	7	5	1	2	4	4

À ce tableau on peut faire correspondre le nombre entier dont le ième chiffre est égal à `tab[i]`. Ainsi, au tableau de l'exemple correspond le nombre 028751244 ou encore 28751244.

a. Écrire une fonction récursive qui calcule le nombre associé à un tableau tel que `tab`.
b. Faire l'inverse, c'est-à-dire, écrire une fonction récursive qui trouve les éléments d'un tableau, tel que `tab`, correspondant à un entier donné `x`.
c. On suppose maintenant que `tab` est un tableau de caractères. Par exemple :

tab

'0'	'1'	'4'	'7'	'9'

Réécrire les deux fonctions (a) et (b).

Exercice 3

L'objet de ce problème est l'étude d'une bijection particulière. Cette bijection qu'on note par numéro est représentée comme suit :

3	10					
2	6	9	13			
1	3	5	8	12		
0	1	2	4	7	11	
	0	1	2	3	4	5

Ainsi : `numero(2, 1) = 8` et `numero(1, 3) = 14.`

a. Écrire un sous-programme récursif qui calcule la fonction `numero`.
b. Montrer que : `numero(i, j) = 1/2 (i + j) * (i + j + 1) + j + 1.`
   Écrire une fonction qui calcule numéro en utilisant cette formule.
c. Numéro étant une bijection, à tout entier $n \geq 1$ correspond un couple (i, j) tel que n = numero(i, j). On désire calculer le couple (i, j) connaissant n. Écrire une fonction récursive qui permet de calculer le couple (i, j) connaissant n en utilisant une définition récursive.