Architecture des Ordinateurs

. binaire $\{0, 1\}$

. octale $\{0, 1 \ldots 7\}$.

. décimale $\{0, 1, \ldots 9\}$

. hexadécimale $\{0, \ldots 9, \overset{10}{A}, \overset{11}{B}, \overset{12}{C}, \overset{13}{D}, \overset{14}{E}, \overset{15}{F}\}$.

. 94 | 2 ; 0 ; 47 | 2 ; 1 ; 23 | 2 ; 1 ; 11 | 2 ; 1 ; 5 | 2 ; 1 ; 2 | 2 ; 0 ; 1.

$1011110_{(2)}$

. $57_{10} = 39_{(16)}$

57 | 16 ; 9 ; 3

$61_{(10)} = 3D_{(16)}$

61 | 16 ; 13 = D ; 3

$(k) \longrightarrow$ décimale.

$$(X_n X_{n-1}, \ldots X_1 X_0)_k = \sum_{i=0}^{n} X_i \times k^i = X_0 k^0 + X_1 k^1 + \ldots + X_n k^n.$$

. $\overset{3}{1}\overset{2}{1}\overset{1}{0}\overset{0}{1}_2 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3$

$= 1 + 4 + 8 = (13)_{10}$.

. $\overset{1}{5}\overset{0}{5}_{(8)} = 5 \times 8^0 + 5 \times 8^1 = 5 + 40 = 45$.

. $\overset{1}{3}\overset{0}{D}_{(16)} = D \times 16^0 + 3 \times 16^1 = 13 \times 1 + 3 \times 16 = 13 + 48 = 61_{(10)}$

Exercice :

1- Representer en binaire : $(101)_8$

2- " " : $(XYZ)_8$ $X, Y \in \{0, 1\}$.

3- " " : $(XYZ)_8$ X, Y quelconque.

$(\underbrace{011}_{3}\ \underbrace{100}_{4}\ \underbrace{101}_{5}\ \underbrace{101}_{5})_2$

Solution : $(101)_8 = 1 \times 8^0 + 0 \times 8^1 + 1 \times 8^2 = 65_{(10)} = 1000001_2$

$= 1 \times (2^3)^0 + 0 \times (2^3)^1 + 1 \times (2^3)^2$.

$= \underbrace{1 \times 2^0}_{1} + \underbrace{0 \times 2^3}_{000} + \underbrace{1 \times 2^6}_{001}$.

$(\overset{2}{X}\overset{1}{Y}\overset{0}{Z})_8 = Z\times 8^0 + Y\times 8^1 + X\times 8^2$

$= Z\times 2^0 + Y\times 2^3 + X\times 2^6$

$= (\overset{6}{X}\overset{5}{0}\overset{4}{0}\overset{3}{Y}\overset{2}{0}\overset{1}{0}\overset{0}{Z})$

3- $X, Y, Z \in \{0, 1 — 7\}$

$0 \leq X, Y, Z \leq 7$

max : 3 bits.

$X = (X_1; X_2\ X_3)_2 \quad Y = (Y_1\ Y_2\ Y_3)_2 \ , \ Z = (Z_1 Z_2 . Z_3)_2$

$(XYZ)_8 = Z\times 8^0 + Y\times 8^1 + X\times 8^2$

$= (Z_3\times 2^0 + Z_2\times 2^1 + Z_1\times 2^2)2^0$

$+ (Y_3\times 2^0 + Y_2\times 2^1 + Y_2\ 2^2)2^3$

$+ (X_3\times 2^0 + X_2\ 2^1 + X_1\ 2^2)\ 2^6$

$= (Z_3\ 2^0 + Z_2\times 2^1 + Z_1\times 2^2) + (Y_3\times 2^3 + Y_2\times 2^4 + Y_1\ 2^5)$

$+ X_3\ 2^6 + X_2\ 2^7 + X_1\ 2^8$

$= (\underbrace{\overset{8}{X_1}\overset{7}{X_2}\ \overset{6}{X_3}}_{X}\ \underbrace{\overset{5}{Y_1}\overset{4}{Y_2}\ \overset{3}{Y_3}}_{Y}\ \underbrace{\overset{2}{Z_1}\overset{1}{Z_2}\overset{0}{Z_3}}_{Z})$

2- Nombres signés :

$\underset{\underset{1b}{\uparrow}}{\sqcup}\ \underbrace{\qquad\qquad}_{(n-1)\ bits}\ (S)$

+ : 0

- : 1

• Ecrire (-5) sur 8 bits signés

5 en binaire

$\underline{1}\ \underbrace{000\ 0101}_{(5)}$

* Quelle est le plus grand nombre qu'on peut representer sur n bits ?

$P = (\underbrace{\overset{n-1}{1}\overset{n-2}{1} \_\_\_\_ \overset{1}{1}\overset{0}{1}}_{n\ bits})_2 = 1\times 2^0 + 1\times 2^1 + \_\_\_ + 1\times 2^{n-1}$

$= 2^0 + 2^1 + \_\_\_ + 2^{n-1}$ serie geométrique

$= \frac{2^n - 1}{2-1} = \underline{2^n - 1}$

→ mq $N = (X_k X_{k-1} \ldots X_1 X_0)_2$ est pair ssi $X_0 = 0$.

$= X_0 \times 2^0 + X_1 \times 2^1 + \ldots + X_{k-1} \times 2^{k-1} + X_k \times 2^k$

$= X_0 + 2\underbrace{(X_1 + 2X_2 + \ldots + 2^{k-2} X_{k-1} + 2^{k-1} X_k)}_{n}$

N est pair ssi X_0 est pair $X_0 \in \{0,1\}$.

N pair $\Leftrightarrow X_0 = 0$.

$(X_k \ldots X_0) \times 2^n$

$(X_k \times 2^k \ldots X_0 \times 2^0) \times 2^n$

$= (X_k \ldots X_0\, \underbrace{0\,0\,0 \ldots 0}_{n})_2$.

3 : 11

3×2 = 110

Nombre à virgules :

$\overset{3}{1}\overset{2}{1}\overset{1}{0}\overset{0}{1}, \overset{-1}{1}\overset{-2}{0}\overset{-3}{1}\,_2 = (1 \times 2^0 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3) + (1 \times 2^{-1} + 1 \times 2$

$= (1 + 4 + 8) + (\underset{0,5}{1/2} + \underset{0,125}{\frac{1}{8}})$

$= 13,625$

$(15,125)_{10} = 1111,001$.

15 | 2 → 1, 7 | 2 → 1, 3 | 2 → 1, 1 | 2 → 1

$0,125 \times 2 = \boxed{0},250$.

$0,25 \times 2 = \boxed{0},5$

$0,5 \times 2 = \boxed{1}$.

2

4: Codage des réels IEEE 754 (32)

$n = 1,\underset{23 \text{ bits}}{M} \times 2^c$.

[.] [- - - - - - -] [- - - - - - - - - -]

signe Exposant (8). mantisse M. 23

$E = c + 127$

$+ 23,625$

$(10111,101)$

$= 1,0111101 \times 2^4$

$M = \underbrace{01111010 \ldots 0}_{23}$

23 | 2 → 1, 11 | 2 → 1, 5 | 2 → 1, 2 | 2 → 0, 1

$E = c + 127$.

$= 4 + 127 = 131$

10000011

$\underset{S(1)}{|0|}\underset{E\ (8)}{|10000011|}\underset{M\ (23)}{|01111010000000000000000|}$

$N = 11 \mid 10000\,0101 \mid 110\,110$;

$11 \quad 00000 \quad 0000000000.$

$N = -$

<u>Exercice</u> : Quel est le plus grand nombre qu'on peut représenter par IEEE 754 $_{(32)}$?

$N = 10 \mid 111111111 \mid 11 \_\_\_\_ 1$

$$N = 1,M \times 2^{c} = 1,\underbrace{11 \_\_\_\_ 1}_{23}{}^{M} \times 2^{\overset{255}{E}-127}$$

$$= 1,1 \underbrace{\_\_\_\_ 1}_{23} \times 2^{128}$$

$$= (\underbrace{11 \_\_\_\_ 1}_{24} \times 2^{-23}) \times 2^{128}$$

$$= (2^{24} - 1) \times \underbrace{2^{-23} \times 2^{128}}_{2^{105}}$$

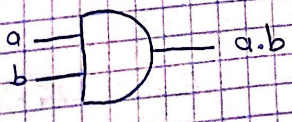
$$= 2^{129} - 2^{105}$$

Les couches des circuits logiques

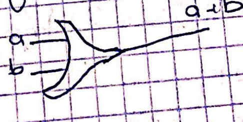
Operateurs : simple
- Ou inclusif (OR)
- Et (AND)
- NON (NOT)

Composés : NON OU (NOR)
NON Et (NAND)
OU exclusif (XOR)

Et :



OU



Scanned with CamScanner

Exercice :

Demontrer les propriètes d'absorption

$$A + (A.B) = A$$
$$A \times (A + B) = A$$

. $A + (A.B) = A.1 + A.B$
$= A(\underbrace{1 + B}_{1}) = A$

. $A \times (A + B) = A.A + AB = A + AB = A$

NON : 

Th de Morgane : $\overline{A.B.C} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{B}$
$\overline{A+B+C} = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}$

$M + \bar{M} = 1$

$(X + Y) + (\bar{X} + \bar{Y}) \neq 1$

$\bar{X} + \bar{Y} = \overline{X.Y}$
$\bar{X} \cdot \bar{Y} = \overline{X+Y}$

$\overline{B.C} + BC \neq 1$

$BC + \underbrace{\overline{BC}}_{\bar{B}+\bar{C}} = 1$

$\overline{X+Y} \neq \bar{X} + \bar{Y}$

NON ET $\quad \overline{a.b} = \bar{a} + \bar{b}$

NON OU $\quad \overline{a+b} = \bar{a}.\bar{b}$

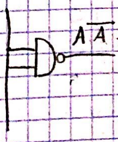
XOR $\quad a \oplus b$

A.A = a

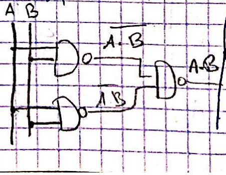
NON ET complete :

$\overline{a.b}$

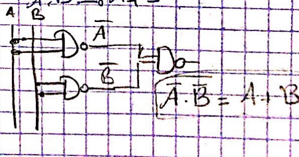
NON $\quad A \to \bar{A}$



ET $\quad A, B \to A.B$



OU $\quad A, B \to A + B$



forme canonique

$n = 3$

x y z	F(x,y,z)
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	1
0 1 1	0
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

prend 0

$$F(x,y,z) = \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}z + xyz$$

$$= \bar{x}(\bar{y}z + y\bar{z}) + xz(y+\bar{y})$$

2ème forme canonique Π max terme

prend 1

$$F = (x+y+z).(x+\bar{y}+\bar{z}).(\bar{x}+y+z).(\bar{x}+\bar{y}+z)$$

Exercice :

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$\boxed{A = A + A + A}$

$$F(x,y,z) = \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$$

$$= (\bar{x}yz + xyz) + (x\bar{y}z + xyz) + (xy\bar{z} + xyz)$$

$$= yz + xz + xy$$

Simplification graphique KARNAUGH

fct à 2 Var :

Y \ X	0	1
0	0	1
1	0	1

X	Y	F
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

regroupement 2^n

z \ xy	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

x.z

y.z

xy

fct à 4 variable:

$Y.T + X\bar{Z}\bar{T}$

non pas de changement ni de Z ni de T

Rq : cyclique.

si une valeur se fixe dans 0 → $\bar{Z}$

fixer dans 1 → Z

ZT \ XY	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	0	0

ZT \ XY	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	0	1	0

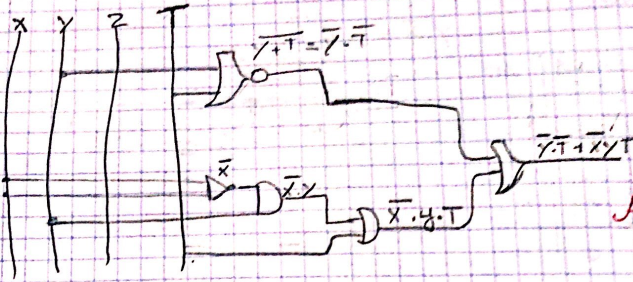
cyclique

Simplifier graphiquement:

X	Y	Z	T	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

ZT \ XY	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	0	0
11	0	1	0	0
10	1	0	0	1

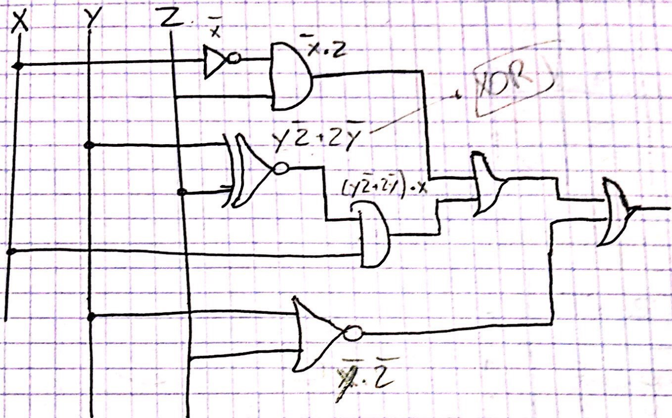
$\bar{X}YT + \bar{Y}\bar{T}$ [illegible]



$A + \overline{A}B = A(1+B) + \overline{A}B$
$= A + (AB + \overline{A}B)$
$= A + B$

$A + AB = A$

Simplifier :



$A\overline{B} + B\overline{A}$

$$\overline{X}.Z + (Y\overline{Z} + Z\overline{Y}).X + \overline{Y}.\overline{Z}$$

$$= \overline{X}Z + Y\overline{Z}X + Z\overline{Y}X + \overline{Y}.\overline{Z}$$

$$= Z(\overline{X} + \overline{Y}X) + \overline{Z}(XY + \overline{Y})$$

$$= Z(\overline{X} + \overline{Y}) + \overline{Z}(\overline{Y} + X)$$

$$= Z\overline{X} + \underbrace{Z\overline{Y} + \overline{Z}\overline{Y}}_{\overline{Y}} + \overline{Z}X$$

$$= \boxed{\overline{Y} + \underbrace{(X \oplus Z)}_{XOR}}$$

X	Y	Z	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Revision

- Ecrire 326_{10} en binaire
- $\forall (x,y) \in \{0,1\}^2$: $(\overline{x}+\overline{y}) \cdot (x+y) = 0$?
- Quand $N = (K_n K_{n-1} \ldots K_1 K_0)$ pair ?
- Quand $N = (e_n e_{n-1} \ldots e_1 e_0)$ pair ?
- En passant à une base $\nearrow$ on a besoin de moins de mémoire.

Solution :

- $326_{(10)}$: 101000110

$326 \mid 2$; 0 ; $163 \mid 2$; 1 ; $81 \mid 2$; 1 ; $40 \mid 2$; 0 ; $20 \mid 2$; 0 ; 10 ; 0

- on a $(\overline{x}+\overline{y}) \cdot (x+y) =$

$$= \cancel{\overline{x}x} + \overline{x}y + \overline{y}x + \cancel{\overline{y}y}$$
$$= \overline{x}y + \overline{y}x$$
$$= x \oplus y$$

Contre exemple :

Si on a $x=1$ et $y=0$ ou bien $x=0$ et $y=1$.

$\overline{x} = 0$ et $\overline{y} = 1$	$\overline{x} = 1$ et $\overline{y} = 0$.
$\overline{x}+\overline{y} = 1 \Longrightarrow (\overline{x}+\overline{y})(x+y) = 1$.	$\overline{x}+\overline{y} = 1$
$x+y = 1$	$x+y = 1 \Longrightarrow (\overline{x}+\overline{y})$

3) On a N en decimale

$$N = K_n \times 2^n + K_{n-1} \times 2^{n-1} + \ldots + K_1 2^1 + K_0$$
$$= 2(K_n \times 2^{n-1} + K_{n-1} 2^{n-2} + \ldots + 1) + K_0.$$
$$= 2n + K_0.$$

Donc N est pair ssi K_0 = pair

$K_0 \in \{0,1\} \Rightarrow$ ssi $K_0 = 0$.

5) Vrai exemple.

$n = (14)_{10}$

$(1110)_2 = (16)_8$

$= (14)_{10}$

$= (E)_{16}$

4) on a N en decimal

$$N = e_n 8^n + e_{n-1} 8^{n-1} + \ldots + e_1 8 + e_0$$
$$= 2 \times (e_n \cdot 4 \times 8^{n-1} + \ldots + 4 e_1) + e_0$$

N est pair ssi e_0 est pair ssi $e_0 \in \{0,2,4,6\}$

Exercice :

- Somme des mintermes
  Simplifier Tableau carnot

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$$F = (\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}) + (A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D) + (A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD) + (AB\bar{C}D + ABCD)$$

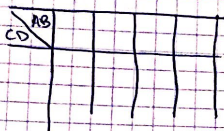
$$= \bar{A}\bar{B}\bar{D}\underbrace{(\bar{C} + C)}_{1} + A\bar{B}\bar{C}\underbrace{(D + \bar{D})}_{1} + A\bar{B}C\underbrace{(D + \bar{D})}_{1} + ABD\underbrace{(C + \bar{C})}_{1}$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABD$$

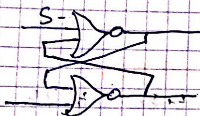
$$= A\bar{B}\underbrace{(\bar{C} + C)}_{1} + \bar{A}\bar{B}\bar{D} + ABD$$

$$= A\bar{B} + \bar{A}\bar{B}D + ABD$$

$= \overline{B}(A + \overline{A}\,\overline{D}) + ABD$ = [illegible]



Bascule RS utilisé dans la RAM



$Q_0(t+\varepsilon) = \overline{S + Q_1(t)}$

$Q_1(t+\varepsilon) = \overline{R + Q_0(t)}$

ε : temps de transverse de NON OU.

$R = 1$, $S = 0$

t	$t+\varepsilon$	$t+2\varepsilon$	$t+3\varepsilon$	--
Q_0	$\overline{0+Q_1} = \overline{Q_1}$	$\overline{0+0} = 1$	$\overline{0+0} = 1$	--
Q_1	$\overline{1+Q_0} = 0$	$\overline{1+Q_1} = 0$	$\overline{1+1} = 0$	--

mémorise 1 en Q_0
mémorise 0 en Q_1 } à partir de $t + 2\varepsilon$

+ stable : ne varie pas dans le temps.
+ défini : $Q_0 \neq Q_1$

$R = 0$ $S = 1$

t	$t+\varepsilon$	$t+2\varepsilon$	$t+3\varepsilon$
Q_0	$\overline{1+Q_1(t)} = 1$	$\overline{1+1} = 0$	0
Q_1	$\overline{1+Q_0} = \overline{Q_0}$	$\overline{0+\overline{Q_1}} = 1$	1

$R = 0$ $S = 0$

t	$t+\varepsilon$	$t+2\varepsilon$	$t+3\varepsilon$
Q_0	$\overline{0+Q_1(t)} = \overline{Q_1(t)}$	Q_0	$\overline{Q_1}$ / $\overline{Q_0}$
Q_1	$\overline{0+Q_0(t)} = \overline{Q_0(t)}$	Q_1	

$R = 1$ $S = 1$

$\overline{1+Q_1} = 0$	$\overline{1+0} = 0$	$\overline{1+0} = 0$
$\overline{1+Q_0} = 0$	$\overline{1+0} = 0$	$\overline{1+0} = 0$

stable
indéfini

0	0	Q_1
0	1	1
1	0	0
1	1	indéfini

préparer la table NON ET

Non ou :

$$Q_0(t+\varepsilon) = \overline{S} + \overline{Q_1}$$
$$Q_1(t+\varepsilon) = \overline{R} + \overline{Q_0}$$

R=0 S=0

t	t+ε	t+2ε	t+3ε
Q_0	$\overline{0.Q_1}=1$	$\overline{0.1}=1$	$\overline{0.1}=1$
Q_1	$\overline{0.Q_0}=1$	$\overline{0.1}=1$	$\overline{0.1}=1$

système indéfini car $Q_0=Q_1$

R=1 S=0

t	t+ε	t+2ε	t+3ε
Q_0	$1+\overline{Q_1}=1$	$1+\overline{Q_1}=1$	$1+\overline{Q_1}=1$
Q_1	$0+\overline{Q_0}=0$	$0+\overline{Q_0}=0$	$0+\overline{Q_0}=0$

système stable et défini ($Q_0 \neq Q_1$)
mémorise 1 en Q_0
0 en Q_1
à partir $t+2\varepsilon$.

R=0 S=1

t	t+ε	t+2ε	t+3ε
Q_0	$0+\overline{Q_1}=\overline{Q_1}$	$\overline{1}+\overline{1}=0$	$\overline{1}+\overline{1}=0$
Q_1	$1+\overline{Q_0}=1$	$\overline{\overline{Q_1}}+\overline{0}=1$	$\overline{0}+\overline{0}=1$

mémorise Q_0 en 0 et 1
en Q_1 à partir de $t+2\varepsilon$
système stable défini

R=1 S=0

t	t+ε	t+2ε	t+3ε
Q_0	$\overline{1.Q_1}=\overline{Q_1}$	$\overline{1.\overline{Q_0}}=\overline{Q_0}$	$\overline{Q_1}$
Q_1	$\overline{1.Q_0}=\overline{Q_0}$	$\overline{1.\overline{Q_1}}=\overline{Q_1}$	$\overline{Q_0}$

système instable.
défini si $Q_1 \neq Q_2$.

on discute les cas $Q_0 = Q_1 \rightarrow$ système instable et indéfini
$Q_1 \neq Q_0 \rightarrow$ défini, stable

R	S	RS NON ET
0	0	indéfini
0	1	1
1	0	0
1	1	[illegible]

Scanned with CamScanner