# Modélisation électromagnétique des machines

François Pigache (francois.pigache@toulouse-inp.fr)

Département EEEA

Année universitaire 2024-2025

# Contenu de l'UE « Machines électriques » (N7EE3)

3EA

❑ Responsable de l'UE : **François PIGACHE**

| Intitulé | Responsables | Formes pédagogiques et créneaux alloués | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | CM | TD | TP | Exam. | Perso. |
| *Modélisation électromagnétique des machines* | François PIGACHE | P[6] | P[3] +2 | P[8] | P[1h] | P[3] |
| *Dimensionnement de systèmes électromécaniques* | | 0 | 0 | | 0 | 0 |
| *Méthodes de dimensionnement et outils analytiques pour l'ingénieur* | Hugo DANJOU | P[2] | P[2] | | P[1h] | |

❑ Coefficients des matières enseignées :

- Modélisation électromagnétique des machines : **65 %** (avec 60 % pour l'examen et 40 % pour les TP)
- Dimensionnement de systèmes électromécaniques : **X %**
- Méthodes de dimensionnement et outils analytiques pour l'ingénieur : **35 %**

❑ Contacts :

- Alexandre DELCAUSSE: alexandre.delcausse@ariane.group
- François PIGACHE : francois.pigache@toulouse-inp.fr

# Acquis d'apprentissage visés

A l'issue de ce cours, l'apprenant.e sera en mesure de :

- **Comprendre** les besoins de modélisation pour la commande ;
- **Reconnaitre** les modèles RPS des machines électriques conventionnelles
- **Expliquer** le principe des transformations dans un repère tournant des machines synchrones et asynchrones
- **Savoir modéliser** une machine polyphasée en vue de sa commande vectorielle ou scalaire

# Prérequis

- **N6EE03D - Modélisation des circuits magnétiques**
- **N6EE06C - Conversion électromécanique**

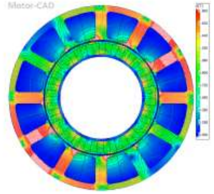
# Plan du cours

# Plan du cours

## Les différents modèles des machines

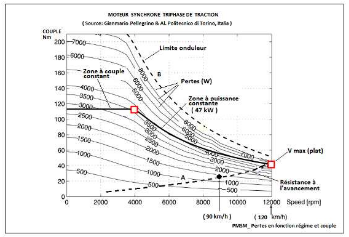
Modèle de dimensionnement

Modèle analytique (pré-dimensionnement) ou numérique pour la fabrication de la machine



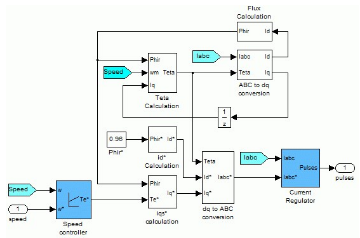
Modèle de comportement

Modèle comportemental et de caractérisation d’une machine existante



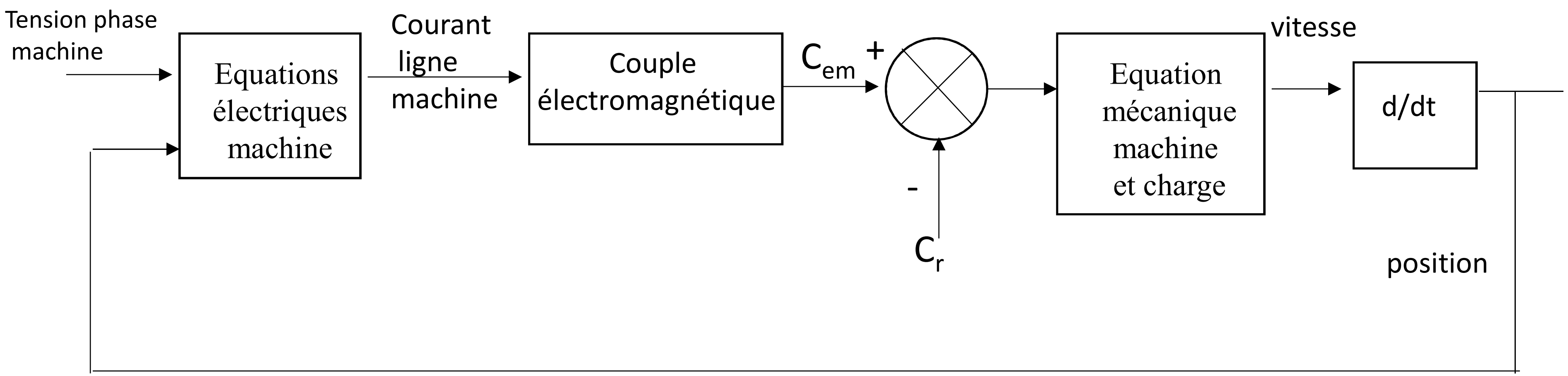
Modèle de commande

Modèle avec accès ou construction de variables d’état pour le pilotage de la machine



## Principe global de la modélisation électromagnétique

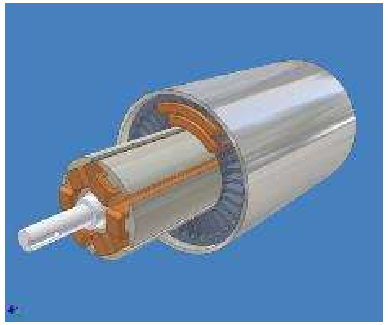
SCHEMA FONCTIONNEL MACHINE



## Les machines étudiées

### Les machines synchrones

À rotor bobiné



À aimants permanents

### Les machines asynchrones

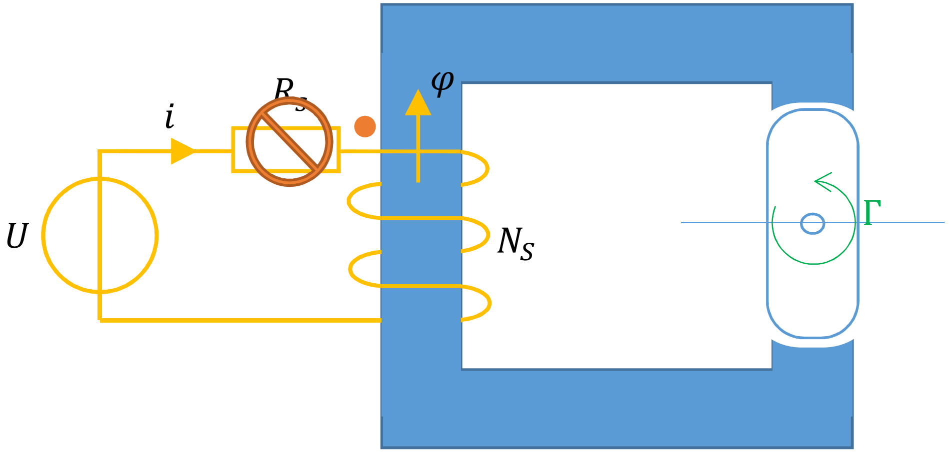
À rotor bobiné

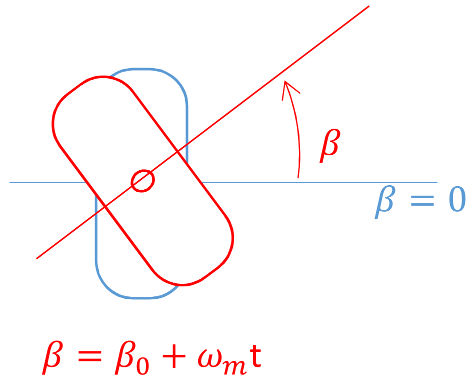
À cage d'écureuil

# Plan du cours

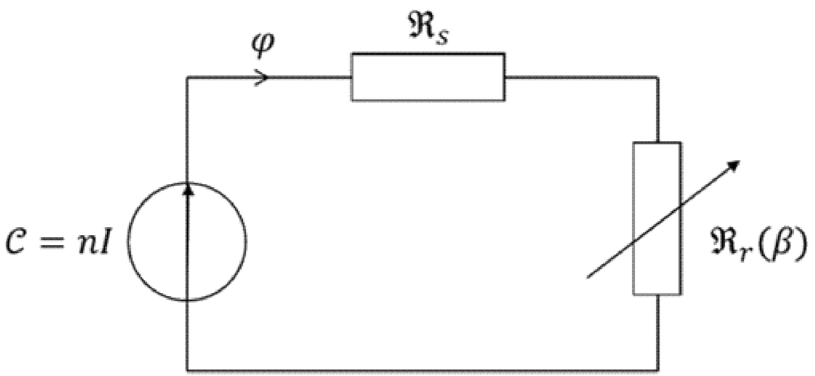
### Rappel des principes

- Présentation de la structure




- Circuit reluctant



- Qu. 1 Qu.2 Qu.3

1 Allez sur wooclap.com

2 Entrez le code d'événement dans le bandeau supérieur

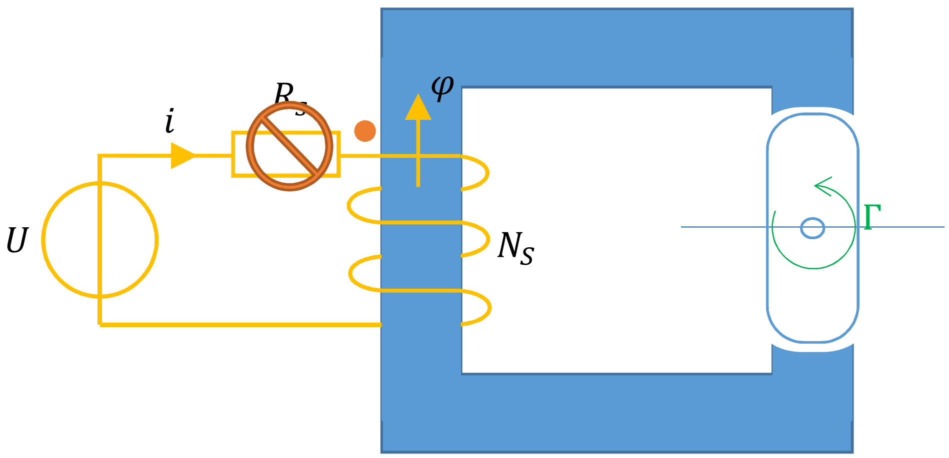
Code d'événement
**MODMACH2A**

1 Envoyez @MODMACH2A au 06 44 60 96 62

2 Vous pouvez participer

3EA

### Rappel des principes




$$v_{ts} = R_s.i_s + e_s = R_s.i_s + N_s.\frac{d\varphi}{dt} = R_s.i_s + \frac{d\Phi}{dt}$$

$$v_{ts} = R_s.i_s + \frac{d(L_s.i_s)}{dt}$$

$$W_{meca}\big|_{i=cst} = W_{comag} = W_e\text{-}W_{mag}$$

$W_{comag}$ : la co-énergie magnétique

$\beta$ : l'angle mécanique rotor-stator

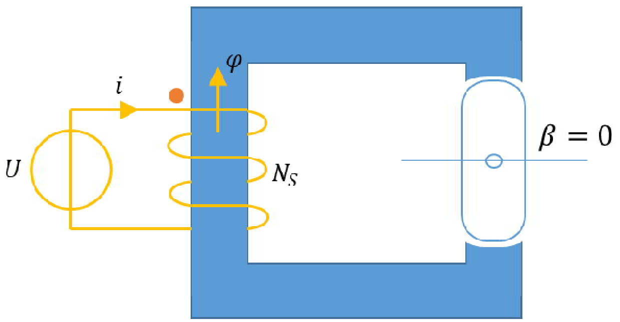
$$\Gamma_{em} = \frac{dW_{meca}}{d\beta}\bigg|_{i_s} = \frac{{i_s}^2}{2}\frac{dL_s}{d\beta}$$

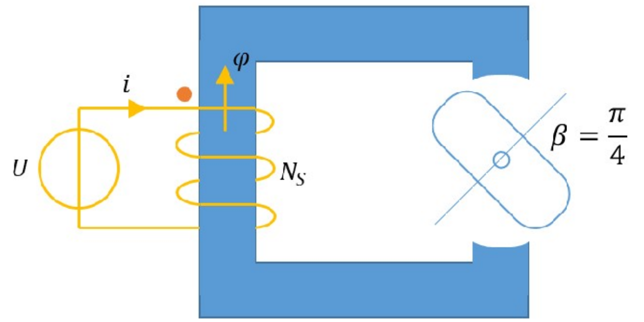
3EA

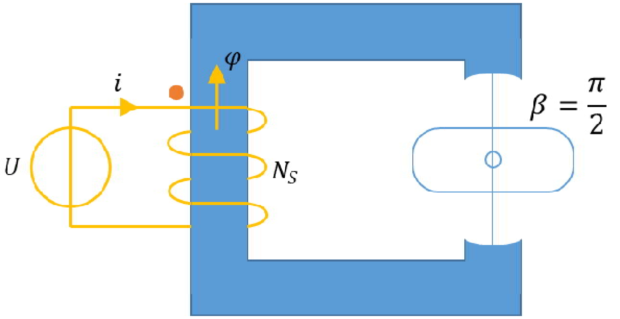
### Rappel des principes

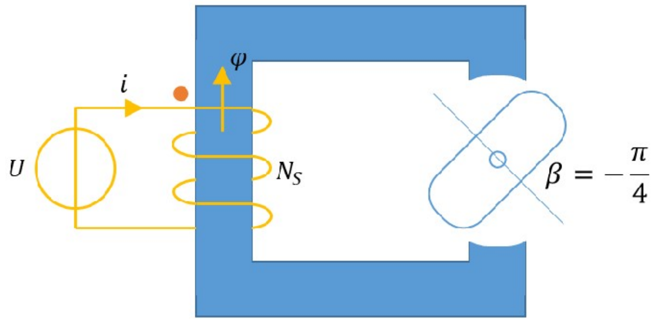
- En admettant une reluctance variant sinusoïdalement avec l'angle $\beta$, pour quelle position ce montage fournit un couple $\Gamma$ nul?

Qu. 4

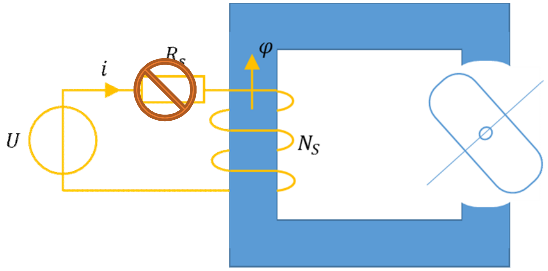


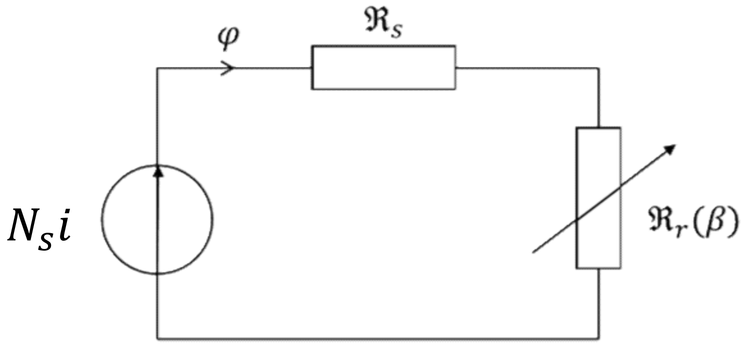
### Rappel des principes




La variation de la reluctance rotorique dépend de la géométrie du rotor. A courant maintenu constant, le flux magnétique variera suivant sa position. Comme nous l'avons vu précédemment, la force (ou le couple) tend à agir afin d'augmenter l'inductance (donc à diminuer la reluctance). Par conséquent le rotor est attiré dans l'alignement des pôles du stator.

$$dW_{méca} = dW_{elec} - dW_{mag} = d(W_{elec} - W_{mag})$$

$$\Gamma = \frac{d}{d\beta}(W_{elec} - W_{mag})\Big|_{\Theta,i}$$

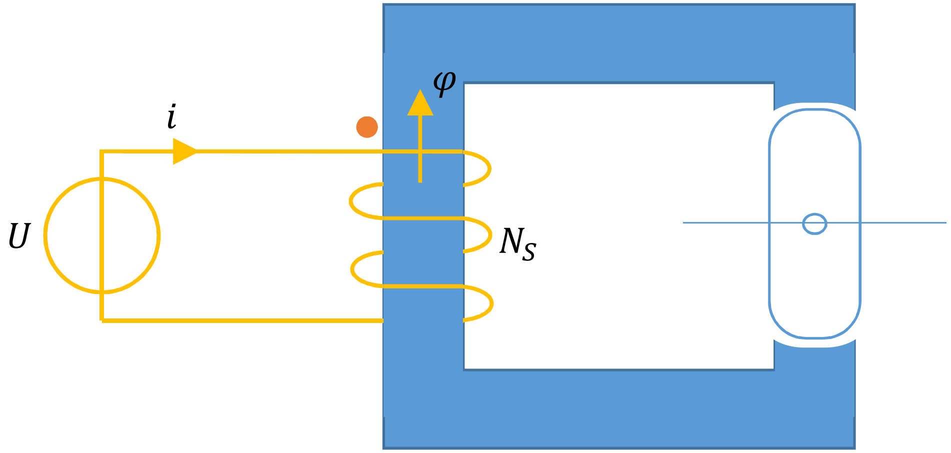


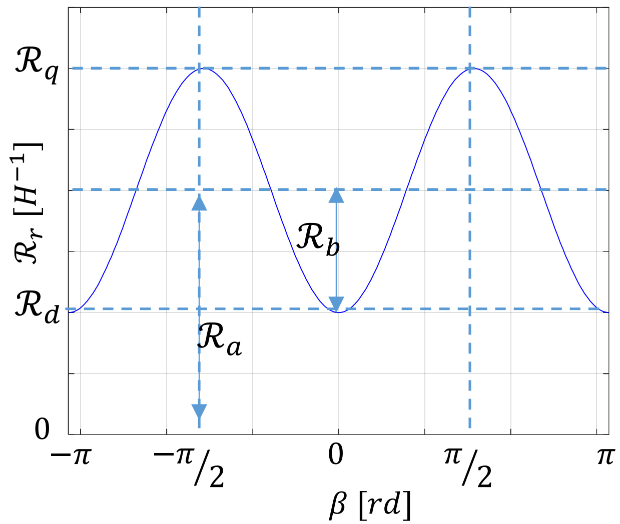

$$\boxed{\Gamma = \frac{\partial\left(\frac{Li^2}{2}\right)}{\partial\beta}\Bigg]_{\Theta,i} = \frac{\partial L}{\partial\beta}\frac{i^2}{2}\Bigg]_{\Theta,i} = -\frac{\varphi^2}{2}\frac{\partial\Re_r}{\partial\beta}\Bigg]_{\Theta,\varphi}}$$

**« machine à reluctance variable ».**

3EA

### Rappel des principes



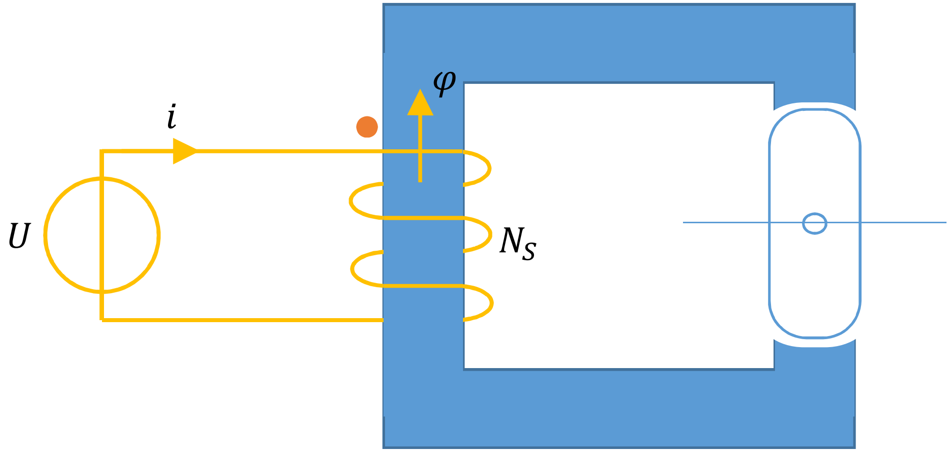

$\mathcal{R}_q$ Reluctance maximale

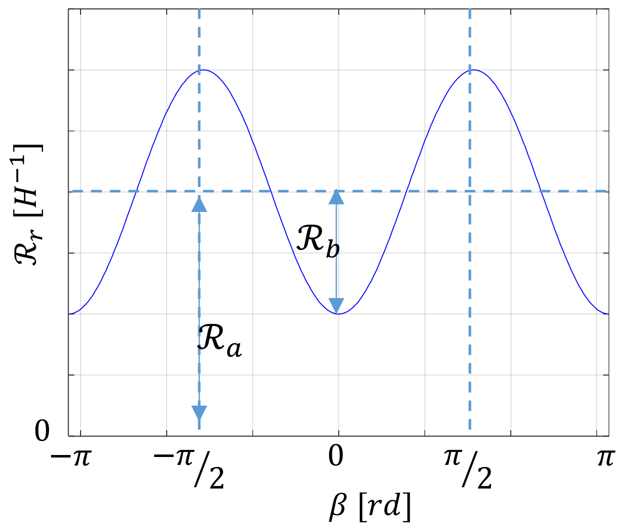
$\mathcal{R}_d$ Reluctance minimale

$$\Re_a = \frac{\Re_d + \Re_q}{2} \qquad \Re_b = \frac{\Re_q - \Re_d}{2}$$

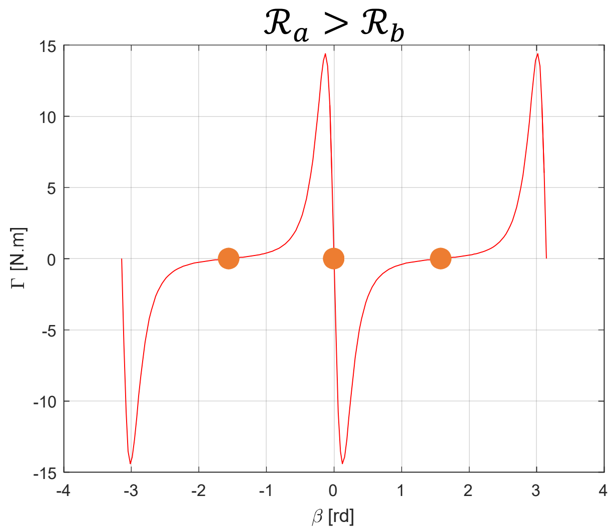
$$\Gamma = \Gamma_L = -\frac{\varphi^2}{2}\frac{\partial \Re_r}{\partial \beta}\bigg|_{\Theta,i} = -\frac{n^2 i^2}{2}\left(\frac{\partial \Re_r}{\partial \beta}\right)\frac{1}{{\Re_r}^2}$$

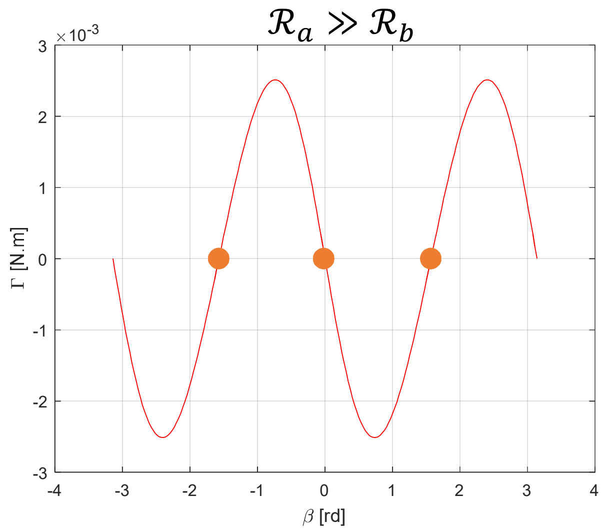
$$\Re_r = \Re_a - \Re_b.cos(2\beta)$$



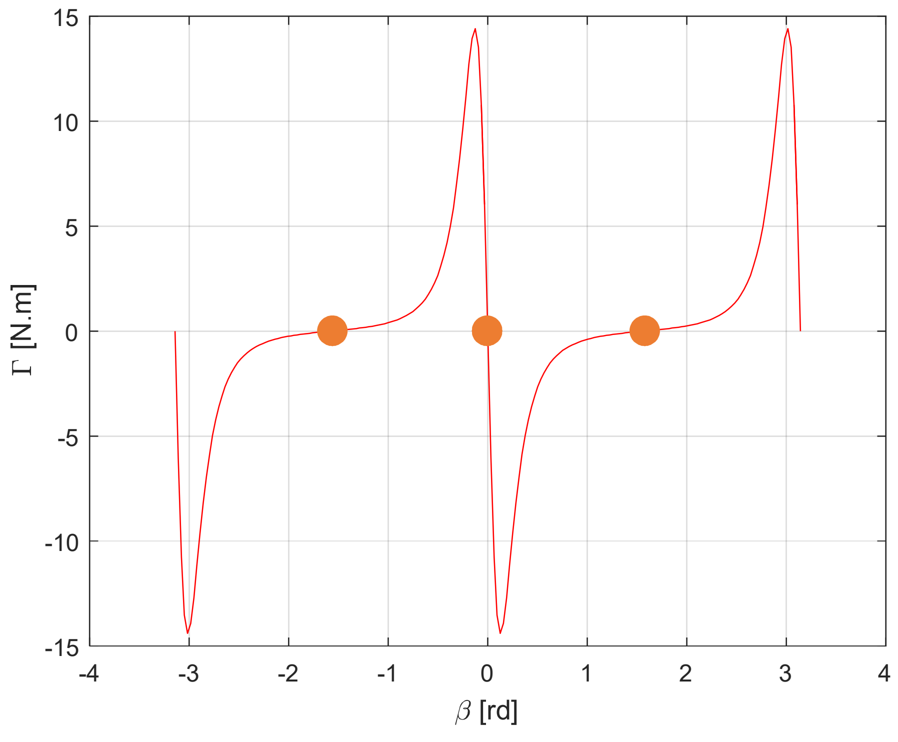

$$\Gamma = \Gamma_L = \frac{\partial L}{\partial \beta}\frac{i^2}{2} = -\frac{\varphi^2}{2}\frac{\partial \Re_r}{\partial \beta}$$



### Rappel des principes

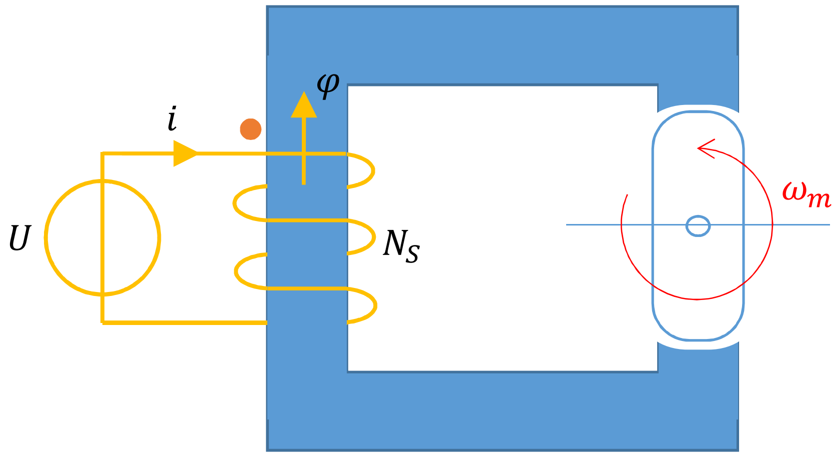
- Parmi ces positions à couple nul, quelle(s) position(s) forme(nt) un équilibre stable ?




Qu. 5 Qu.6

### Rappel des principes

- Effet d'alimentation alternative à vitesse mécanique constante




A résistance d'enroulement $R_s$ nul, imposer une tension U revient à imposer le flux magnétique

$$\varphi = \hat{\varphi}\cos(\omega_s t) \qquad \beta = \omega_m t + \beta_0$$

On impose une vitesse de rotation $\omega_m$ constante avec un angle initial $\beta_0$ à $t_0$

$$\Gamma = -\frac{\varphi^2}{2}\frac{\partial \Re_r}{\partial \beta} = -\varphi^2 \Re_b \sin(2\beta)$$

$$\Gamma(\mathrm{t}) = -\hat{\varphi}^2\cos^2(\omega_s t).\Re_b\,.\sin(2\omega_m t + 2\beta_0)$$

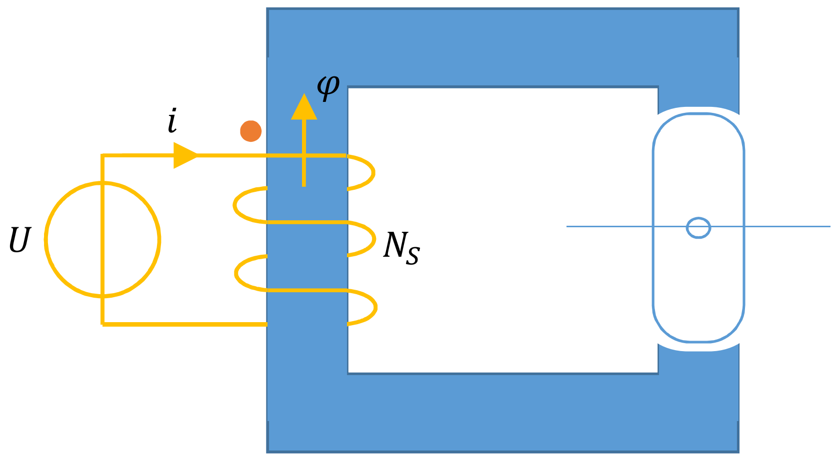
$$\Gamma(\mathrm{t}) = -\frac{\hat{\varphi}^2.\Re_b}{2}\left(\sin(2\omega_m t + 2\beta_0) + \frac{1}{2}\sin(2(\omega_s + \omega_m)t + 2\beta_0) + \frac{1}{2}\sin(2(\omega_m - \omega_s)t + 2\beta_0)\right)$$

Le couple moyen $\langle\Gamma\rangle$ sur un tour de rotation est non nul à la condition dite de **synchronisme** $\boldsymbol{(\omega_m - \omega_s)=0}$

3EA

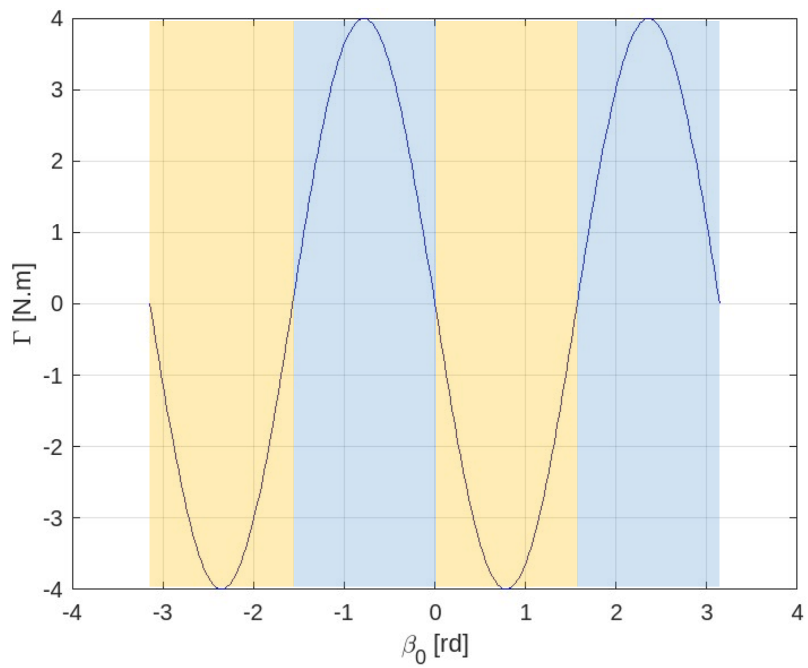
### Rappel des principes

- Couple moyen




Si $\boldsymbol{\omega_m} = \boldsymbol{\omega_s}$ on peut exprimer le couple moyen tel que

$$\langle\Gamma\rangle = -\frac{\widehat{\varphi}^2 . \mathfrak{R}_b}{4}(\sin(2\beta_0))$$




Pour $-\frac{\pi}{2} < \beta_0 < 0$ et $\frac{\pi}{2} > \beta_0 > \pi$

$\langle\Gamma\rangle > 0$ Mode moteur

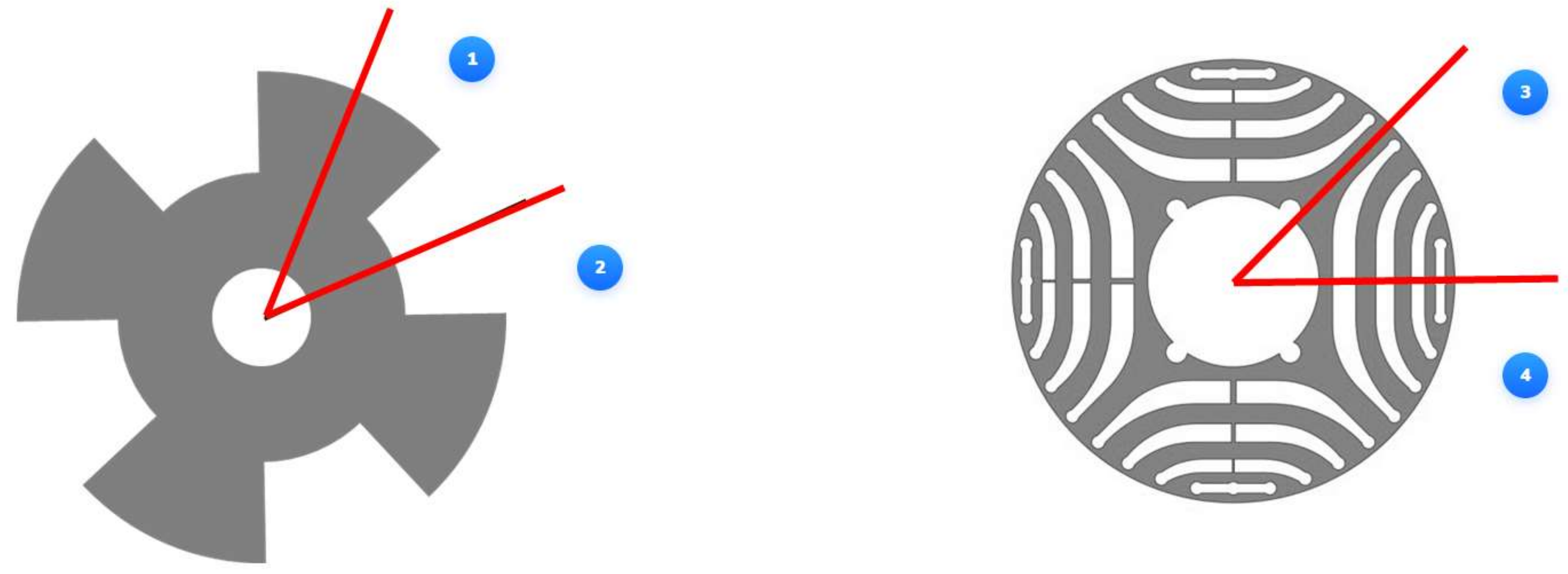
Pour $-\pi < \beta_0 < -\frac{\pi}{2}$ et $0 > \beta_0 > \frac{\pi}{2}$

$\langle\Gamma\rangle > 0$ Mode frein

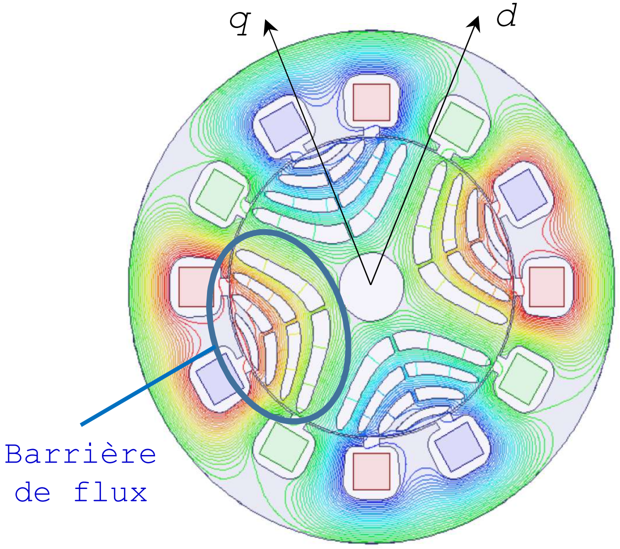
# Q) Machine synchrone à reluctance variable

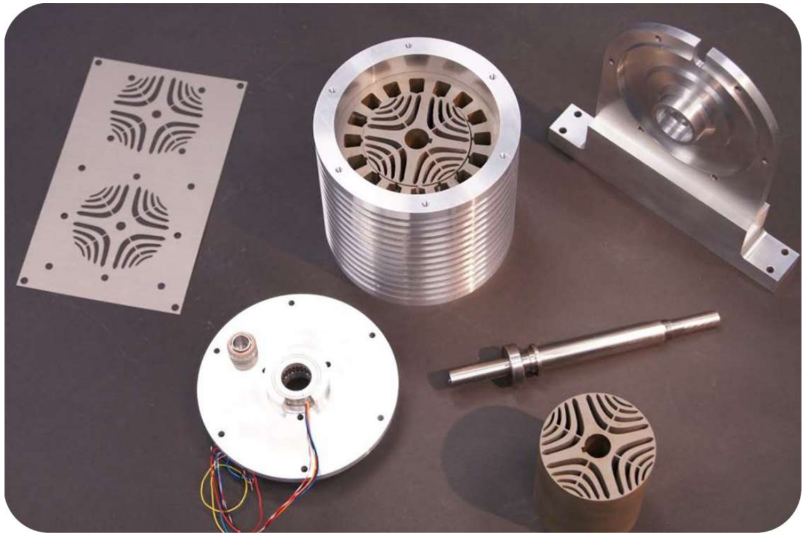
- Indiquez les axes D et Q sur ces 2 rotors de machine à reluctance variable

Qu. 7



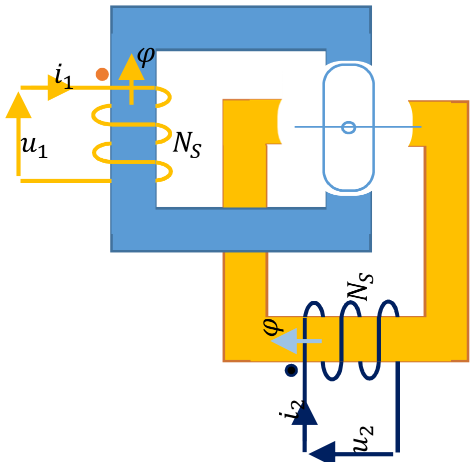
## ❑ Exemple d'un Machine Synchrone à Reluctance Variable (MSRV) à barrière de flux

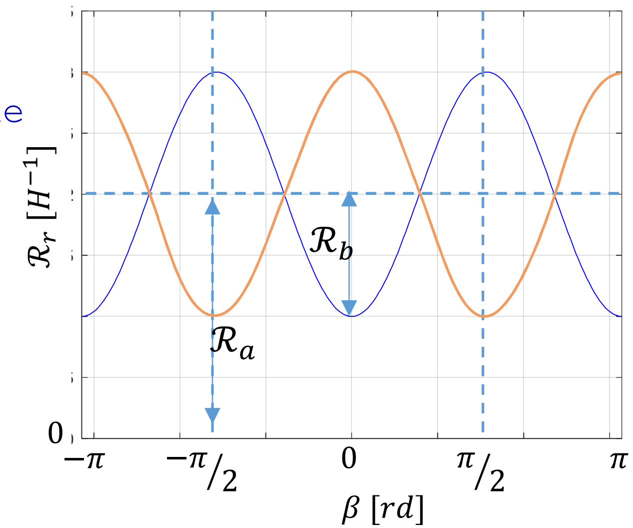


### Rappel des principes

- Machine élémentaire **diphasée** sans couplage magnétique




$$\Re_{1r} = \Re_a - \Re_b.cos(2\beta)$$

$$\Re_{2r} = \Re_a - \Re_b.cos\left(2\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)\right) = \Re_a + \Re_b.cos(2\beta)$$

$$\Gamma_1 = -\frac{\varphi_1^2}{2}\frac{\partial \Re_{1r}}{\partial \beta} = -\varphi_1^2 \mathcal{R}_b \sin(2\beta)$$

$$\Gamma_2 = -\frac{\varphi_2^2}{2}\frac{\partial \Re_{2r}}{\partial \beta} = \varphi_2^2 \mathcal{R}_b \sin(2\beta)$$

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$$

$$\varphi_1 = \hat{\varphi}.\cos(\omega_s t) \qquad \beta = \omega_m t + \beta_0$$

$$\varphi_2 = \hat{\varphi}.\sin(\omega_s t) \qquad \omega_m = \omega_S$$

$$\Gamma_1 = -\hat{\varphi}^2 \mathcal{R}_b.\cos(\omega_s t)^2 \sin(2\omega_s t + 2\beta_0)$$

$$\Gamma_2 = \hat{\varphi}^2 \mathcal{R}_b.\sin(\omega_s t)^2 \sin(2\omega_s t + 2\beta_0)$$

$$\Gamma = \hat{\varphi}^2 \mathcal{R}_b \sin(2\omega_s t + 2\beta_0)(\sin(\omega_s t)^2 - \cos(\omega_s t)^2)$$

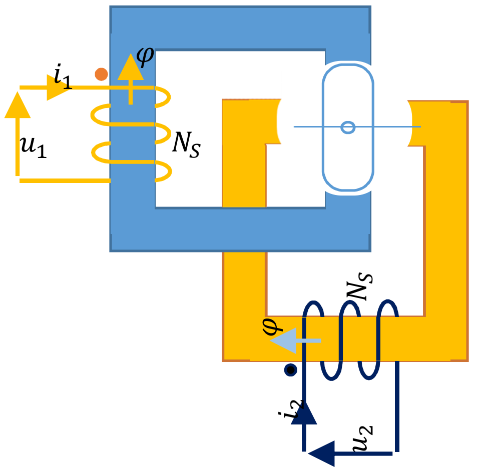
$$= -\hat{\varphi}^2 \mathcal{R}_b \sin(2\omega_s t + 2\beta_0)(\cos(2\omega_s t))$$

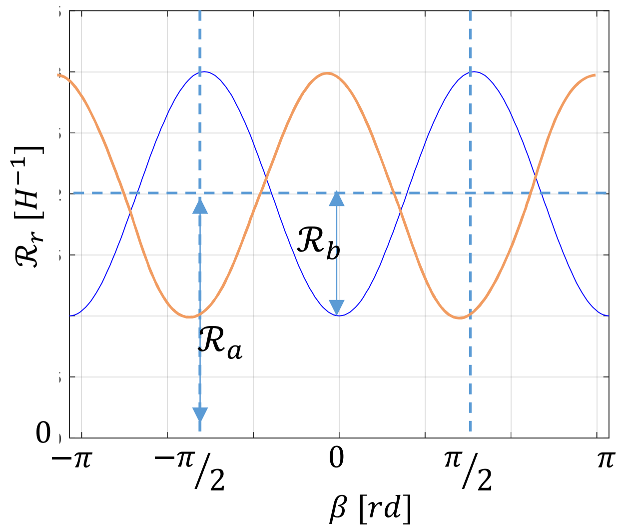
$$= -\frac{\hat{\varphi}^2 \mathcal{R}_b}{2}(\sin(4\omega_s t + 2\beta_0) + \sin(2\beta_0))$$

3EA

### Rappel des principes

- Machine élémentaire **diphasée** sans couplage magnétique



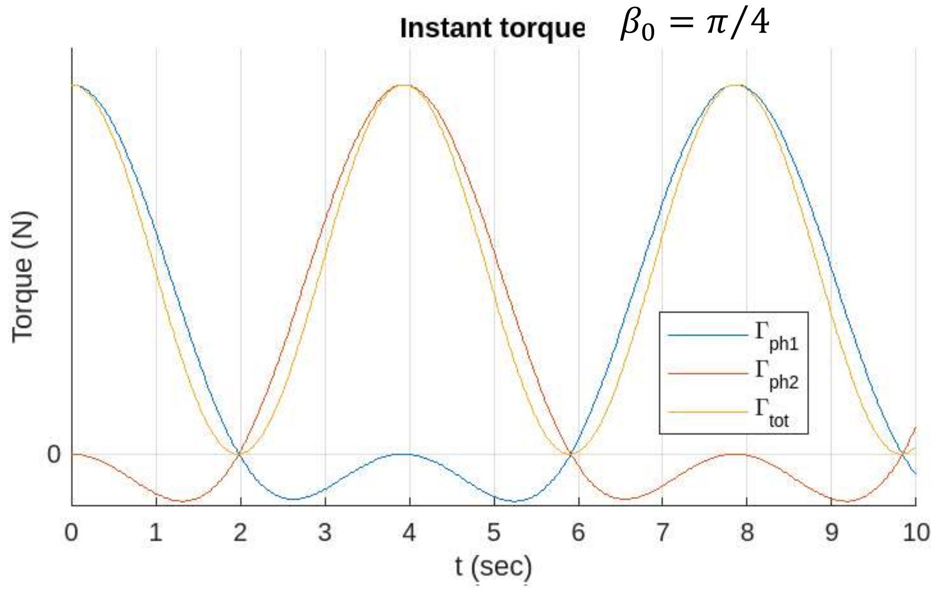

$$\Gamma_1 = -\frac{\varphi_1^2}{2}\frac{\partial \Re_{1r}}{\partial \beta} = -\varphi_1^2 \mathcal{R}_b \sin(2\beta)$$

$$\Gamma_2 = -\frac{\varphi_2^2}{2}\frac{\partial \Re_{2r}}{\partial \beta} = \varphi_2^2 \mathcal{R}_b \sin(2\beta)$$

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$$

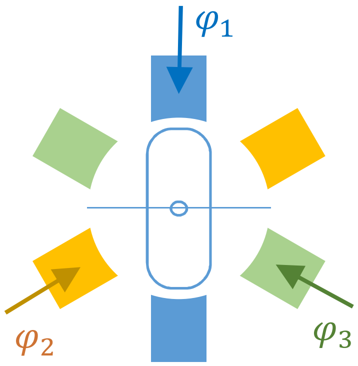
$$\varphi_1 = \hat{\varphi}.\cos(\omega_s t) \qquad \beta = \omega_m t + \beta_0$$

$$\varphi_2 = \hat{\varphi}.\sin(\omega_s t) \qquad \omega_m = \omega_s$$



### Rappel des principes

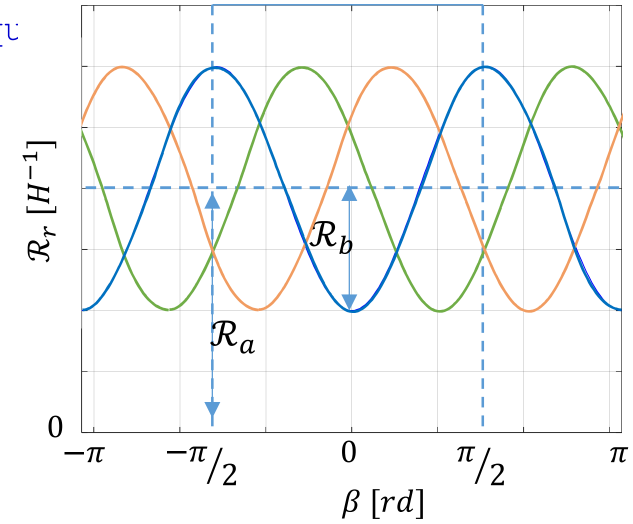
- Machine élémentaire **triphasée** sans couplage magnétiqu




$$\Re_{1r} = \Re_a - \Re_b.cos(2\beta)$$

$$\Re_{2r} = \Re_a - \Re_b.cos\left(2(\beta - \frac{2\pi}{3})\right)$$

$$\Re_{3r} = \Re_a - \Re_b.cos\left(2(\beta - \frac{4\pi}{3})\right)$$




$$\varphi_1 = \widehat{\varphi}.\cos(\omega_s t)$$

$$\varphi_2 = \widehat{\varphi}.\cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\varphi_3 = \widehat{\varphi}.\cos\left(\omega_s t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$\beta = \omega_m t + \beta_0$$

$$\omega_m = \omega_s$$

$$\Gamma_1 = -\frac{\varphi_1^2}{2}\frac{\partial \Re_{1r}}{\partial \beta} = -\varphi_1^2 \mathcal{R}_b \sin(2\omega_s t + 2\beta_0)$$

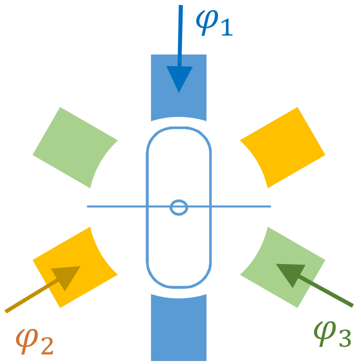
$$\Gamma_2 = -\frac{\varphi_2^2}{2}\frac{\partial \Re_{2r}}{\partial \beta} = -\varphi_2^2 \mathcal{R}_b \sin\left(2\omega_s t + 2\beta_0 + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Gamma_3 = -\frac{\varphi_3^2}{2}\frac{\partial \Re_{3r}}{\partial \beta} = -\varphi_3^2 \mathcal{R}_b \sin\left(2\omega_s t + 2\beta_0 - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$$

### Rappel des principes

- Machine élémentaire **triphasée** sans couplage magnétique




$$\Gamma_1 = -\hat{\varphi}^2\mathcal{R}_b\cos(\omega_s t)^2\sin(2\omega_s t + 2\beta_0)$$

$$\Gamma_2 = -\hat{\varphi}^2\mathcal{R}_b\cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right)^2 \mathcal{R}_b\sin\left(2\omega_s t + 2\beta_0 + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Gamma_3 = -\hat{\varphi}^2\mathcal{R}_b\cos\left(\omega_s t - \frac{4\pi}{3}\right)^2 \sin\left(2\omega_s t + 2\beta_0 - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Gamma = -\frac{\hat{\varphi}^2\mathcal{R}_b}{2}\left(\begin{array}{c}(1+\cos(2\omega_s t))\sin(2\omega_s t + 2\beta_0) \ + \left(1+\cos\left(2\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right)\right)\sin\left(2\omega_s t + 2\beta_0 + \frac{2\pi}{3}\right) + \\ \left(1+\cos\left(2\omega_s t + \frac{2\pi}{3}\right)\right)\sin\left(2\omega_s t + 2\beta_0 - \frac{2\pi}{3}\right)\end{array}\right)$$

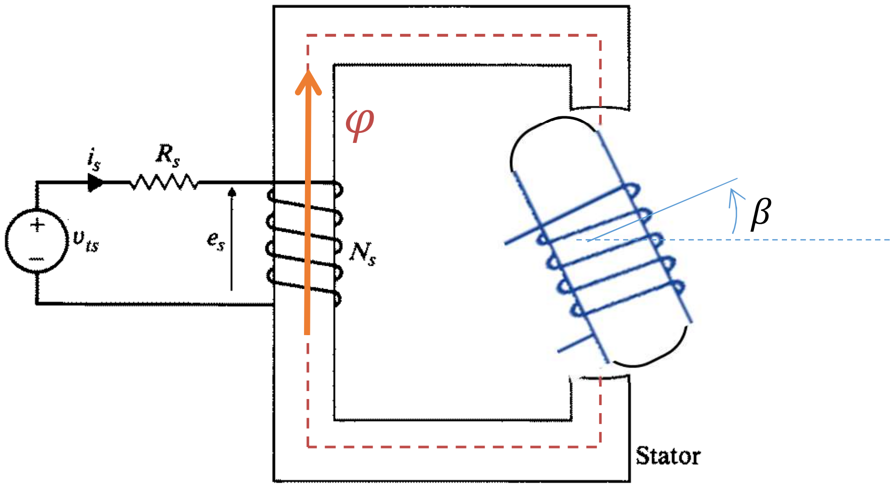
$$\Gamma = -\frac{\hat{\varphi}^2\mathcal{R}_b}{2}\left(\cos(2\omega_s t)\sin(2\omega_s t + 2\beta_0) \ + \cos\left(2\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right)\sin\left(2\omega_s t + 2\beta_0 + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(2\omega_s t + \frac{2\pi}{3}\right)\sin\left(2\omega_s t + 2\beta_0 - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$\sin(a)\cos(\mathrm{b}) = \frac{1}{2}(\sin(a+b) + \sin(a-b))$$

$$\Gamma = -\frac{\hat{\varphi}^2\mathcal{R}_b}{2}\left(\underbrace{\sin(4\omega_s t + 2\beta_0) \ + \sin\left(4\omega_s t + 2\beta_0 + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(4\omega_s t + 2\beta_0 - \frac{2\pi}{3}\right)}_{=0} + 3\sin(2\beta_0)\right)$$

$$\Gamma = -\frac{3}{2}\hat{\varphi}^2\mathcal{R}_b\sin(2\beta_0)$$

## Rappel des principes




$$v_s = R_s i_s + e_s = R_s i_s + \frac{d\Phi_s}{dt}$$

$$v_r = R_r i_r + e_r = R_r i_r + \frac{d\Phi_r}{dt}$$

$$dW_e = e_s . i_s dt + e_r . i_r dt$$

$$e_s = \frac{d\Phi_s}{dt} = \frac{d}{dt}(L_s i_s + L_{sr} i_r)$$

$$e_r = \frac{d\Phi_r}{dt} = \frac{d}{dt}(L_r i_r + L_{sr} i_s)$$

$$W_e\Big|_{i=cst} = (\Phi_s i_s + \Phi_r i_r)$$

$$W_{meca}|_{i=cs} = W_e\text{-}W_{mag} \quad = (\Phi_s i_s + \Phi_r i_r) - \left(\frac{1}{2} L_s {i_s}^2 + L_{sr} i_s i_r + \frac{1}{2} L_r {i_r}^2\right)$$

Interaction champ-aimantation

Interaction champ-aimantation

$$\Gamma = \frac{dW_{meca}}{d\theta}\Bigg|_{i_s, i_r} = \frac{{i_s}^2}{2}\frac{dL_s}{d\theta} + \frac{{i_r}^2}{2}\frac{dL_r}{d\theta} + i_s i_r \frac{dM_{rs}}{d\theta}$$

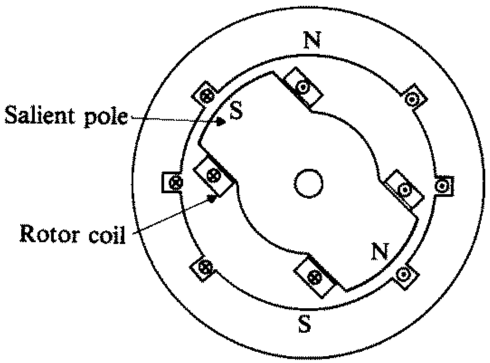
Interaction champ-courant

- Qu.8 Qu.9 Qu.10


1 Allez sur wooclap.com
2 Entrez le code d'événement dans le bandeau supérieur
Code d'événement
MODMACH2A
1 Envoyez @MODMACH2A au 06 44 60 96 62
2 Vous pouvez participer

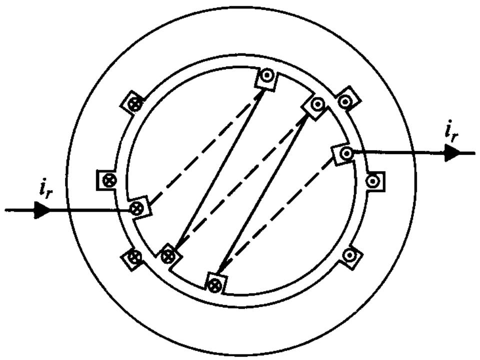
# 2) Présentation des équations et principes de base

## Rappel des principes




Quel(s) terme(s) s'annule avec cette structure ?

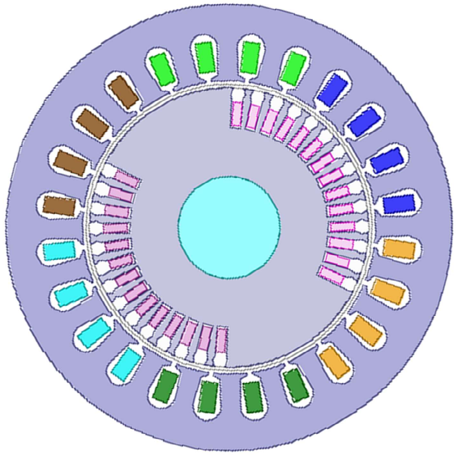
$$\Gamma = \left.\frac{dW_{meca}}{d\theta}\right|_{i_s, i_r} = \frac{{i_s}^2}{2}\frac{dL_s}{d\theta} + \cancel{\frac{{i_r}^2}{2}\frac{dL_r}{d\theta}} + i_s i_r \frac{dM_{rs}}{d\theta}$$

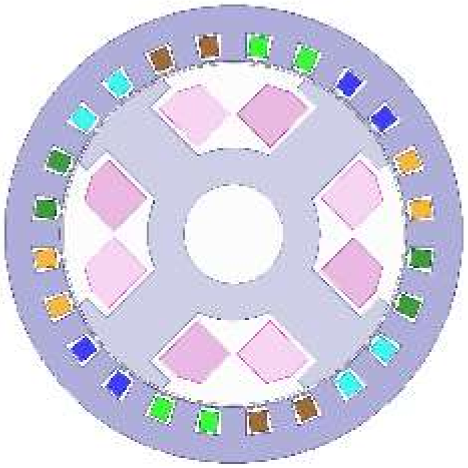


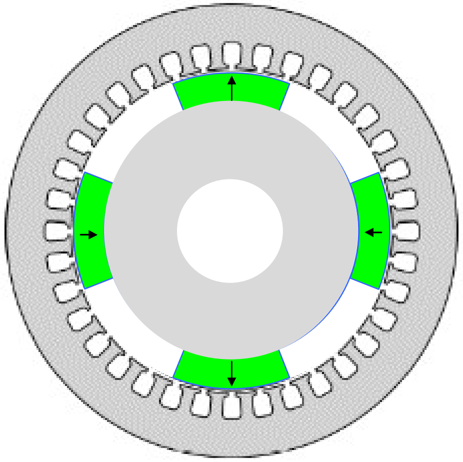

Quel(s) terme(s) s'annule avec cette structure ?

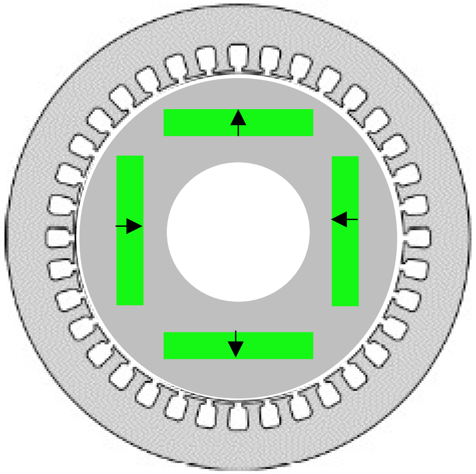
$$\Gamma = \left.\frac{dW_{meca}}{d\theta}\right|_{i_s, i_r} = \cancel{\frac{{i_s}^2}{2}\frac{dL_s}{d\theta}} + \cancel{\frac{{i_r}^2}{2}\frac{dL_r}{d\theta}} + i_s i_r \frac{dM_{rs}}{d\theta}$$

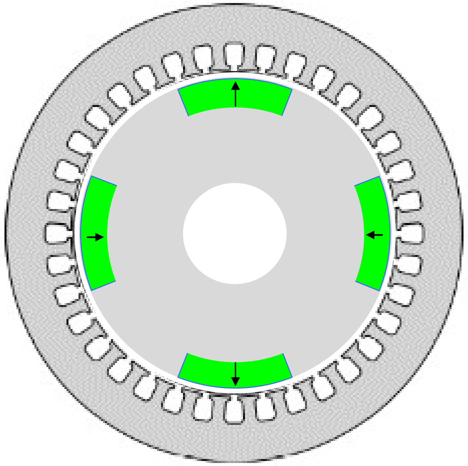
### Pôles lisses ou pôles saillants?











# QUESTIONS

- Qu.11 Qu.12 Qu.13

1 Allez sur wooclap.com

2 Entrez le code d'événement dans le bandeau supérieur

Code d'événement
**MODMACH2A**

1 Envoyez @MODMACH2A au 06 44 60 96 62

2 Vous pouvez participer