

Lumière et Univers

Feynman Moroccan Adventure

Pôle Physique

Thème pour les élèves du Tronc Commun



Mots clés :

Lumière – Onde – Fréquence – Effet Doppler – Expansion – Loi de Hubble – Transit – Exoplanètes – Vitesse radiale – Spectroscopie

Présentation du thème

Ce thème vous invite à un voyage à travers la lumière, jusqu'aux confins de l'univers. Il mêle des notions d'astronomie, d'ondes et de mécanique céleste, parfois hors du programme, mais expliquées de façon accessible. Vous trouverez dans le document tout ce qu'il faut pour comprendre et répondre aux questions, même si certaines vous sembleront difficiles. Certaines questions sont marquées d'un astérisque (*) pour signaler leur difficulté particulière.

Ne cherchez pas à rendre un travail parfait écrit par ChatGPT, DeepSeek ou votre professeur. Nous attendons un rapport honnête, personnel, qui reflète votre propre réflexion et curiosité.

Instructions

- Vous devez répondre aux questions proposées de manière **claire, ordonnée et structurée**, de sorte que l'on puisse comprendre la **problématique physique** rien qu'à partir de vos réponses. Les **commentaires qualitatifs** sont fortement encouragés. Vous pouvez ajouter tout complément pertinent en rapport avec le sujet.
- Le thème abordé étant en dehors du programme du lycée, la qualité de vos réponses dépendra en grande partie de votre **compréhension de la documentation fournie**. Vous pouvez effectuer des **recherches supplémentaires** si nécessaire. Cependant, le travail demeure **strictement individuel**, et vos connaissances seront évaluées lors des **entretiens de motivation**.
- L'ajout de **graphes, schémas, illustrations, simulations numériques, références documentées**, ou toute autre forme d'analyse pertinente est **fortement encouragé**. Ces éléments enrichissent votre travail et seront **valorisés positivement** lors de l'évaluation.
- Même si vous ne parvenez pas à résoudre l'ensemble du sujet, **n'hésitez pas à envoyer votre candidature**. Un raisonnement partiel mais bien présenté vaut toujours mieux qu'une copie vide.
- Nous insistons sur la **clarté** et la **lisibilité** de votre travail, qu'il s'agisse d'un manuscrit scanné, d'un document Word, PDF, LaTeX, ou tout autre format lisible. Votre copie doit impérativement contenir votre **nom et prénom**, et être **propre et facile à lire**.
- **Tout rapport présentant une forte similarité avec un autre, ou semblant ne pas être le fruit du travail du candidat, sera immédiatement disqualifié.** Les *entretiens oraux* ont précisément pour but de vérifier *l'authenticité de votre production*.

Contents

1 La lumière, messagère de l'astronomie	5
1.1 Qu'est ce qu'une onde ?	5
1.2 Lumière et Astronomie	6
2 L'effet Doppler	7
3 L'expansion de l'univers	10
3.1 L'effet Doppler pour les étoiles	10
3.2 La loi de Hubble et l'expansion de l'univers	12
3.3 Quelques conséquences de l'expansion de l'univers	13
4 La détection des exoplanètes	15
4.1 La méthode du transit	16
4.2 La méthode de la vitesse radiale	19

Introduction à la cosmologie

Dans l'univers immense où l'on existe, des milliards d'étoiles scintillent, des planètes encore inexplorées gravitent, et des trous noirs énigmatiques rôdent dans l'obscurité. La cosmologie est la science qui cherche à comprendre l'origine et l'évolution de l'Univers en utilisant des méthodes scientifiques, telles que les théories physiques, les modélisations et les observations. Mais comment connaître ce qui se cache aux confins du cosmos ? Comment observer des objets situés bien au-delà de notre système solaire, à des milliards d'années-lumière ? La clé de ces découvertes est la lumière.

Un des défis de la cosmologie est que nous n'avons qu'un seul univers à étudier. De plus, toutes nos observations portent sur le passé de l'Univers, car la lumière met du temps à nous parvenir. Pourtant, les scientifiques peuvent tout de même tester leurs théories en vérifiant si leurs prédictions correspondent aux observations.

L'histoire de la cosmologie est une aventure impressionnante, marquée par des découvertes révolutionnaires qui ont changé notre compréhension de l'univers. Depuis les premières observations des étoiles jusqu'aux théories modernes du Big Bang et des trous noirs, la quête de l'humanité pour comprendre l'univers est marquée par des moments décisifs.

Les premières observations du ciel (Antiquité): L'histoire de la cosmologie commence il y a plus de 2000 ans, lorsque les premières civilisations ont regardé le ciel et ont tenté de comprendre ce qu'elles y voyaient. Les anciens Grecs, comme Ptolémée et Aristote, croyaient que la Terre était au centre de l'univers, et que les planètes et les étoiles tournaient autour d'elle. L'astronome, mathématicien et géographe gréco-romain Ptolémée est allé jusqu'à élaborer un modèle mathématique géocentrique illustré dans la figure(1). Cependant, cette idée a été mise en question par un autre philosophe, Aristarque de Samos, qui proposa l'idée radicale que la Terre tournait autour du Soleil, bien avant que Copernic ne le confirme au XVIe siècle.

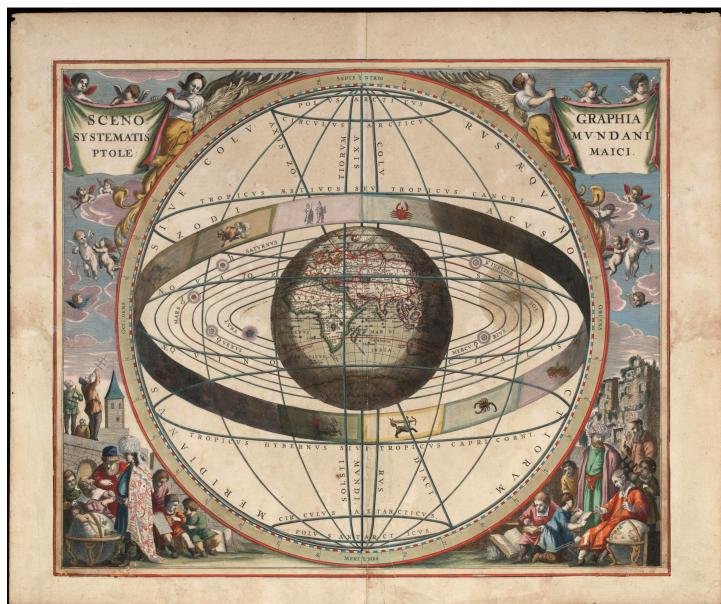


Figure 1: Le géocentrisme proposé par Aristote et développé par Ptolémée

L'astronomie de Copernic et Galilée constitue un tournant majeur: Au XVI^e siècle, Nicolas Copernic révolutionne la cosmologie en publiant son modèle héliocentrique, dans lequel le Soleil est au centre de l'univers et la Terre tourne autour de lui. Ce modèle contredisait la vision traditionnelle de l'univers, qui plaçait la Terre au centre. Copernic a ouvert la voie à une toute nouvelle compréhension de l'univers, mais ce sont les découvertes de Galilée qui ont permis de confirmer cette théorie. Grâce à son télescope, Galilée a observé les lunes de Jupiter, démontrant que des objets pouvaient tourner autour d'autres corps que la Terre. Les premières observations de Galilée sont illustrées dans la figure([2](#)).



Figure 2: Les premières observations de Galilée

La révolution de l'astronomie moderne : Le Big Bang et les trous noirs Au XX^e siècle, Albert Einstein a révolutionné la compréhension de l'univers avec sa théorie de la relativité générale, qui montre comment la gravité peut courber l'univers espace-temps. Cette idée a ouvert la voie à des concepts encore plus impressionnants : le Big Bang, illustré dans la figure([3](#)). Il s'agit de l'explosion qui, selon les théories actuelles, a donné naissance à l'univers il y a environ 13,8 milliards d'années, et les trous noirs, des objets énormément massifs et denses qui absorbent même la lumière.

En 1929, Edwin Hubble a découvert que l'univers est en expansion, une observation qui a soutenu la théorie du Big Bang. Depuis, les astronomes ont étudié les étoiles, les galaxies et les structures à grande échelle de l'univers pour comprendre l'origine de ce dernier et son futur.

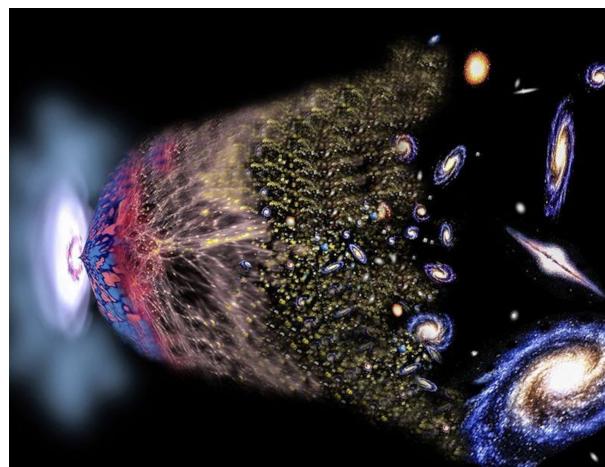


Figure 3: Illustration de la théorie du Big Bang

1 La lumière, messagère de l'astronomie

1.1 Qu'est ce qu'une onde ?

Définition 1.1. Une onde est une manifestation de transport de l'énergie sans transport de matière. Une onde peut se propager dans un milieu ou dans le vide. Exemples : la lumière, le son, les vagues à la surface de l'eau ou les rides d'eau causées par le jet d'un caillou.

Définition 1.2. Fréquence (f): le nombre d'oscillations ou de cycles d'une onde par seconde. Elle est mesurée en hertz (Hz), où $1 \text{ Hz} = 1 \text{ vibration par seconde}$.

On peut ainsi définir la période d'une onde par $T = \frac{1}{f}$, et elle mesure la durée de temps écoulée entre deux états identiques et consécutifs d'une onde.

Exemples : La période d'une onde émise par une source est la durée entre deux émissions successives. La période d'une onde reçue par un récepteur est la durée entre deux réceptions successives. La période d'une onde sinusoïdale est la durée entre deux sommets de la fonction ...

Définition 1.3. La longueur d'onde (λ) : la distance entre deux points identiques d'une onde en mouvement. Elle s'exprime en mètres (m).

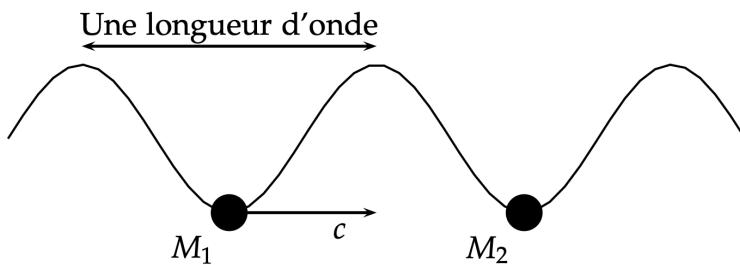


Figure 4: Illustration de la longueur d'onde

Définition 1.4 (Vitesse de propagation d'une onde). La vitesse à laquelle l'onde se déplace dans un milieu donné. Elle est donnée par la relation :

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (1)$$

La vitesse de la lumière dans le vide, appelée aussi célérité de la lumière est : $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

1.2 Lumière et Astronomie

Les astrophysiciens étudient l'Univers en analysant la lumière et les autres formes de rayonnement qu'il émet. Ce rayonnement électromagnétique leur permet d'observer et de comprendre les étoiles, les planètes et d'autres objets célestes. Il existe différents types de rayonnements, classés selon leur fréquence : des ondes radio (les plus longues c'est à dire longueurs d'onde plus grandes) jusqu'aux rayons gamma (les plus énergétiques, c'est à dire fréquences plus grandes). Grâce à ces différentes formes de rayonnements, les scientifiques peuvent obtenir des informations précieuses sur l'Univers et sur des objets très lointains.

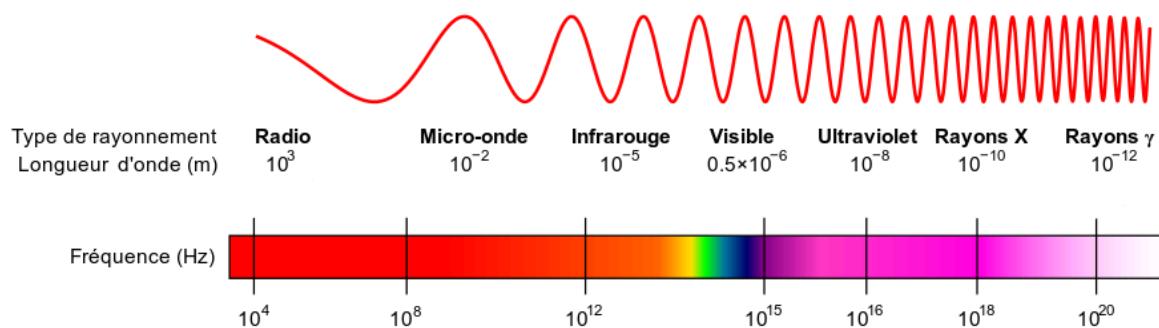


Figure 5: Spectre de la lumière. Pour un rayonnement lumineux ayant une longueur d'onde λ , et une fréquence f , nous avons $c = \lambda f$. La vitesse de la lumière dans le vide c est une constante fondamentale, et on a $\lambda = \frac{c}{f}$. C'est grâce à cette formule que l'on observe sur cette figure une échelle croissante de fréquence correspondante à une échelle décroissante de longueur d'onde.

Définition 1.5 (Nature de la lumière). *La lumière peut être **monochromatique** ou **polychromatique**, selon les ondes qu'elle contient.*

- **Lumière monochromatique** : *Elle est constituée d'une seule onde lumineuse, ayant une fréquence et une longueur d'onde bien définies. Chaque lumière monochromatique est associée à une couleur spécifique. (Voir le spectre lumineux en figure 5)*
- **Lumière polychromatique** : *Elle est constituée de plusieurs ondes lumineuses ayant des longueurs d'onde différentes. Un exemple de lumière polychromatique est la lumière blanche que l'on voit tous les jours.*
- **Lumière invisible** : *En dehors du spectre visible (entre 400nm et 800nm), les ondes lumineuses ne sont pas visibles à l'œil humain.*

Définition 1.6 (Relation de Planck: Energie d'un photon). *Une onde électromagnétique est composée de particules élémentaires qu'on appelle **photons**. Ces photons*

sont caractérisés par leurs fréquences. L'énergie d'un photon est:

$$E = h \times f \quad (2)$$

où :

- E est l'énergie d'un photon (la plus petite quantité d'énergie transportée par la lumière)
- h est la constante de Planck
- f est la fréquence de l'onde

Note 1.1. Plus une onde électromagnétique a une fréquence élevée, plus elle transporte de l'énergie.

Exercice 1.1. Ordres de grandeur

Données :

- **Vitesse de la lumière dans le vide** : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,
- **Constante de Planck** : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$,
- **Équivalence d'énergie** : $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Les fréquences des ondes sont :

- **Infrarouge** : $f_{IR} = 3,0 \times 10^{14} \text{ Hz}$,
- **Rayons X** : $f_X = 3,0 \times 10^{18} \text{ Hz}$.

Questions :

1 Calculer la longueur d'onde des rayonnements infrarouge et rayons X. Donner le résultat en nm pour l'infrarouge et en pm pour les rayons X. Comparer vos résultats avec les données du spectre lumineux (Figure 5).

2. Calculer l'énergie d'un photon pour chacune des radiations (infrarouge et rayons X). Exprimer l'énergie en eV et indiquer laquelle des deux radiations est la plus énergétique.

2 L'effet Doppler

Introduction

L'effet Doppler correspond à la variation de la fréquence (ou de la longueur d'onde) perçue lorsque la source d'une onde et son récepteur sont en mouvement l'un par rapport à

l'autre. Cette modification de fréquence dépend de la direction et de la vitesse de ce mouvement. Elle se manifeste pour les ondes sonores (par exemple, le changement de hauteur du son d'une sirène de pompier qui s'approche puis s'éloigne) ainsi que pour les ondes électromagnétiques.

Etude de l'effet Doppler pour une onde sonore

Exercice 2.1. Source en mouvement, récepteur fixe

Une source d'ondes sonores S de célérité c , initialement en x_0 , se déplace à vitesse constante v vers un récepteur fixe R placé en x_1 . (c est la vitesse de déplacement de l'onde sonore et v la vitesse de déplacement de la source). On note $x(t)$ la position de la source à l'instant t .



L'effet Doppler consiste à dire que la fréquence de l'onde sonore émise par S , n'est pas la même fréquence reçue par R , si S est en mouvement relatif par rapport à R . On se propose de montrer cela dans cet exercice.

1. En se référant au schéma de la figure 6, et à la partie précédente liée aux ondes, et en notant T la période de l'onde émise par S , et T' la période de l'onde reçue par R , montrer que :

$$\begin{aligned} T &= t_2 - t_1 \\ T' &= t'_2 - t'_1 \end{aligned}$$

2. Montrer que :

$$\begin{aligned} x(t_2) - x(t_1) &= vT \\ x_1 - x(t_1) &= c(t'_1 - t_1) \\ x_1 - x(t_2) &= c(t'_2 - t_2) \end{aligned}$$

3. Conclure que f' la fréquence de l'onde reçue par R est liée à f , la fréquence de l'onde émise par S , par la relation $f' = \frac{c}{c-v}f$

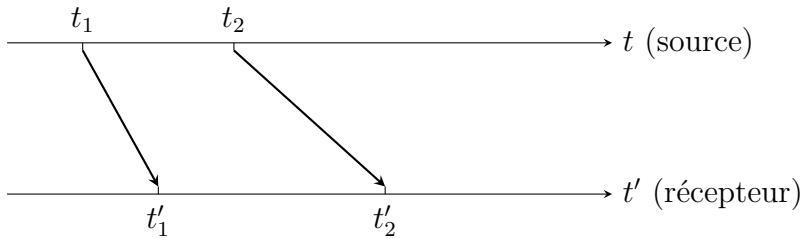


Figure 6: Schéma temporel représentant deux instants d'émission consécutifs (t_1, t_2) et les instants de réception correspondants (t'_1, t'_2).

Exercice 2.2. Source et récepteur en mouvement

La source se déplace à la vitesse v et le récepteur à la vitesse v' . Reprendre la démarche ci-dessus pour obtenir :

$$f' = \frac{c \pm v'}{c \mp v} f,$$

en choisissant les signes selon que l'approche ou l'éloignement concernant la source et/ou le récepteur.

Théorème 2.1. Formules générales à retenir

- **Source en mouvement, récepteur fixe :**

$$f' = \frac{c}{c \mp v} f \quad \begin{cases} - \text{ au dénominateur si la source s'approche,} \\ + \text{ au dénominateur si la source s'éloigne.} \end{cases}$$

- **Récepteur en mouvement, source fixe :**

$$f' = \left(1 \pm \frac{v'}{c}\right) f \quad \begin{cases} +\frac{v'}{c} \text{ si le récepteur s'approche,} \\ -\frac{v'}{c} \text{ si le récepteur s'éloigne.} \end{cases}$$

- **Cas général (source et récepteur en mouvement) :**

$$f' = \frac{c \pm v'}{c \mp v} f.$$

Remarque : Ces résultats se généralisent aux ondes lumineuses (effet Doppler-Fizeau) en prenant $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

- Si $f' > f$, on parle de **décalage vers le bleu**. La nomination "vers le bleu" vient de ce que la lumière monochromatique bleue est la plus énergétique (donc elle a une plus grande fréquence) dans le spectre de la lumière visible. [Voir figure 5].

- $f' < f$, on parle de **décalage vers le rouge**. La nomination "vers le rouge" vient de ce que la lumière monochromatique rouge est la moins énergétique (donc elle a la moindre fréquence) dans le spectre de la lumière visible. [Voir figure 5].

Lorsqu'il est question d'ondes lumineuses, on parle plus précisément d'effet Doppler-Fizeau. Cet effet se traduit par un décalage spectral : la lumière émise par une source en mouvement vers l'observateur est décalée vers le bleu (fréquence augmentée), tandis qu'une source s'éloignant produit une lumière décalée vers le rouge (fréquence diminuée). Ce principe est fondamental en astrophysique, car il permet notamment de mesurer la vitesse de déplacement des étoiles et des galaxies.

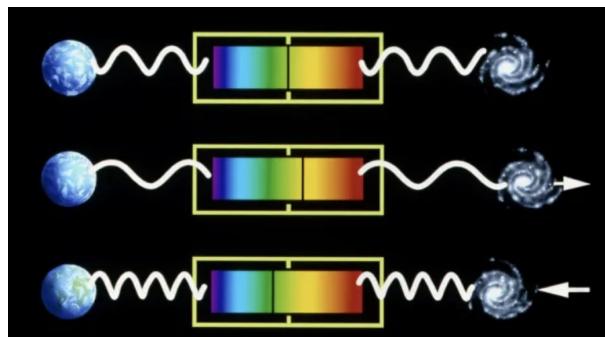


Figure 7: Représentation schématique de l'effet Doppler-Fizeau

3 L'expansion de l'univers

3.1 L'effet Doppler pour les étoiles

En 1917, Einstein a introduit dans sa théorie l'idée que l'univers est statique, ni en expansion, ni en contraction. Pendant cette période, on n'avait aucune raison de penser que l'univers était en mouvement, tout paraissait statique. Trois années plus tard, Edwin Hubble fait une observation intéressante et révolutionnaire : les galaxies sont en mouvement. Ceci a été découvert exclusivement grâce à l'observation de la lumière des galaxies lointaines, et notamment grâce à l'analyse de leur spectre lumineux. Dans cette section on va explorer comment une telle observation a été faite à l'aide du concept introduit dans la section précédente: *L'effet Doppler*.

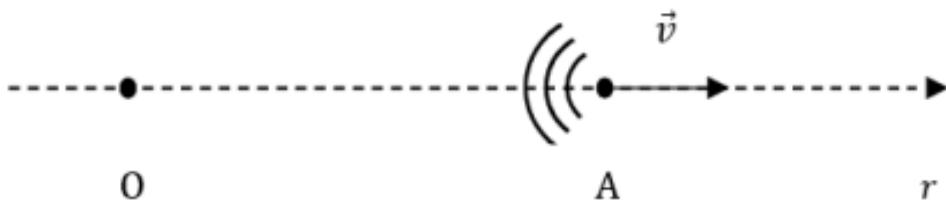


Figure 8: Effet Doppler appliqué à la lumière des galaxies

Un observateur situé en O observe une galaxie A relativement proche, qui s'éloigne (ou bien s'approche) de O à la vitesse \vec{v} (ou bien $-\vec{v}$), colinéaire à $\overrightarrow{OA} = \vec{r}$ (voir figure 8).

Imaginons que cette galaxie émette de brèves impulsions lumineuses à des intervalles réguliers T .

Exercice 3.1.

- En prenant en compte le mouvement de la galaxie A, montrer que, dans le cas où elle s'éloigne de nous avec une vitesse v , le temps T' séparant l'arrivée en O de deux impulsions lumineuses consécutives est :

$$T' = T \left(1 + \frac{v}{c} \right)$$

- Donner l'expression de T' dans le cas où la galaxie A s'approche de O.

Les astrophysiciens définissent le paramètre z appelé, **décalage spectral vers le rouge**, ou **redshift cosmologique** comme un décalage de la fréquence de la lumière provenant de galaxies lointaines, causé par l'expansion de l'espace. Le redshift de la galaxie A est défini par :

$$z = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} \quad (3)$$

Les astrophysiciens expriment z en fonction de la vitesse de la galaxie de la manière suivante :

$$z_{\text{astrophysiciens}} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \quad (4)$$

où :

- λ est la longueur d'onde de la lumière au moment de son **émission** par A.
- λ' est la longueur d'onde de cette même lumière au moment où elle est **observée** en O.
- c est la célérité de la lumière dans le vide.
- v est la vitesse relative du déplacement de l'observateur et de la source l'un par rapport à l'autre. (v est positive si l'observateur et la source s'éloignent et v est négative si l'observateur et la source se rapprochent l'un vers l'autre)

Exercice 3.2 (Redshift z).

- Exprimer le redshift z en fonction des fréquences.

- Calculer z_{Doppler} le décalage spectral lié à l'effet Doppler quand on utilise les relations de la proposition (2.1) pour le rapport $\frac{f'}{f}$. (L'observateur O est fixe et l'émetteur A est en mouvement)

- Montrer que les deux formules z_{Doppler} et $z_{\text{astrophysiciens}}$ nous donnent le même signe de z en fonction de l'univers s'il est en expansion ou en contraction.

- Montrer que $z_{\text{astrophysiciens}} \geq z_{\text{Doppler}}$.

L'interprétation de ce résultat est que $z_{Doppler}$ prend en compte le déplacement de la galaxie dans un univers qui n'évolue pas, alors que $z_{astrophysiciens}$ est plus important parce qu'il en prend en compte également l'expansion de l'univers.

5. On remarque que les fréquences des galaxies tendent vers le rouge. Quel est le signe de v dans la relation (4). Justifier l'appellation "vers le rouge".

3.2 La loi de Hubble et l'expansion de l'univers

Les mesures du redshift permettent de calculer la vitesse d'éloignement des galaxies. En les comparant avec leur distance, Hubble a découvert une relation simple mais fondamentale.

Définition 3.1. *Loi de Hubble*

La vitesse de l'éloignement de la galaxie est proportionnelle à la distance du point observé. Hubble propose donc la formule suivante :

$$v = H_0 r \quad (5)$$

Avec :

- v : vitesse du point observé ;
- H_0 : constante de Hubble ;
- r : distance entre l'observateur et le point observé.

Sous forme vectorielle :

$$\vec{v} = H_0 \vec{r} \quad (6)$$

Définition 3.2. *Principe cosmologique*

L'Univers est identique à lui-même en chacun de ses points et à toutes les époques. On dit qu'il est **homogène** (il a la même composition partout), et **isotrope** (il a la même apparence dans toutes les directions). Le principe cosmologique est valable à grandes échelles.

Exercice 3.3.

1. Quelle est la dimension de H_0 ? Donner une interprétation physique de cette grandeur.

2. On sait que la grandeur H_0 n'est pas constante, et donc varie en fonction du temps. Comment pourrions-nous interpréter cela ? (On parle ici de l'expansion de l'univers dans le temps.)

3. Montrer que la relation 6 est compatible avec le principe cosmologique, c'est-à-dire qu'on observerait la même loi d'expansion de l'Univers si on observait la galaxie A à partir d'une galaxie O' quelconque, située en n'importe quel point de l'Univers. Indication : considérer $\bar{r} = \overline{OA}$ la distance de A vue de O, $\bar{r}' = \overline{O'A}$ la distance de A vue de O' et $\bar{r}_{O'} = \overline{OO'}$, la distance de O' vue de O.

3.3 Quelques conséquences de l'expansion de l'univers

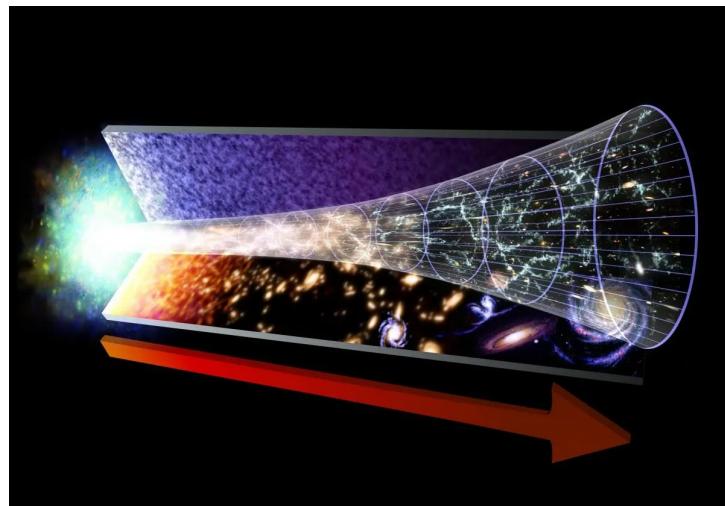


Figure 9: Représentation de l'expansion de l'Univers depuis le Big Bang.

Imaginer des points sur la surface d'un ballon qui gonfle : la distance entre deux points quelconques augmente, et ce d'autant plus vite qu'ils sont déjà éloignés. Le schéma 9 montre l'univers grandissant à partir d'un état dense et chaud (Big Bang), comme un volume qui augmente. La surface du ballon est une analogie en 2D pour l'expansion de l'espace 3D. Il n'y a pas de "centre" de l'expansion dans l'espace lui-même ; l'expansion se produit partout.

Définition 3.3. Année-lumière

Une année-lumière correspond à la distance parcourue par la lumière dans le vide en une année.

À 300 000 km/s, cela donne environ :

$$1 \text{ année-lumière} \approx 9,46 \times 10^{12} \text{ km}$$

Exercice 3.4.

Si une galaxie se trouve à 10 millions d'années-lumière, que signifie cela pour l'image que nous recevons aujourd'hui ? Quelle était sa véritable position au moment de l'émission de la lumière ?

Exercice 3.5. Imaginez qu'on lancer une balle en l'air. Que se passe-t-il à sa vitesse ?

Par analogie, quelle évolution du taux d'expansion de l'univers paraît-elle la plus plausible ?

- a) Un ralentissement de l'expansion, au sens où l'expansion se produit de plus en plus lentement.
- b) Une expansion à vitesse constante, au sens où le taux d'expansion de l'univers reste stable.
- c) Une accélération de l'expansion, au sens où l'expansion se produit de plus en plus vite.

Justifier la réponse.

La surprise des astrophysiciens

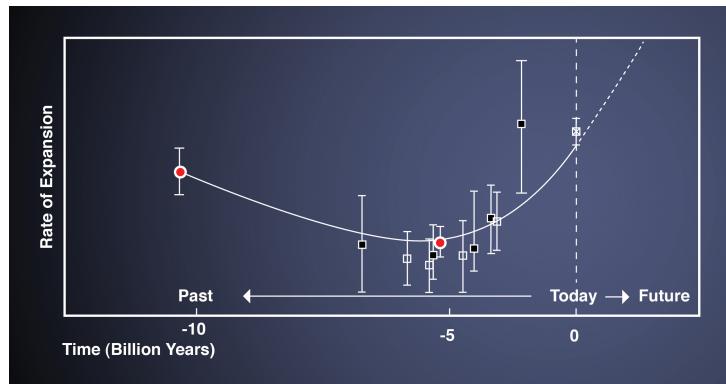


Figure 10: Évolution de la vitesse d'expansion de l'univers.

Exercice 3.6. Que montre la figure 10 sur l'évolution de la vitesse d'expansion de l'univers ? La figure est-elle en accord avec votre réponse à la question précédente ? Ce résultat surprenant est expliqué par l'existence de la mystérieuse énergie noire dans l'univers.

4 La détection des exoplanètes

Comme la lumière est notre seule messagère de l'univers lointain, elle nous a permis de réaliser d'importantes découvertes en cosmologie, y compris la découverte de l'expansion de l'univers, abordée dans la dernière section. Dans cette section, nous allons discuter d'une autre découverte majeure : la détection des exoplanètes.

Définition 4.1. *Les **exoplanètes**, ou **planètes extra-solaires**, sont des planètes situées en dehors du système solaire et qui orbitent autour de leurs étoiles hôtes.*

L'élément essentiel pour la détection des exoplanètes réside dans l'existence d'étoiles autour desquelles ces exoplanètes orbitent¹. C'est grâce à l'étude des variations de la lumière provenant de l'étoile mère que les astrophysiciens ont pu *inférer* l'existence des exoplanètes. Il existe une multitude de méthodes astronomiques pour détecter les exoplanètes, mais nous nous concentrerons dans ce sujet sur deux d'entre elles, à savoir **la méthode du transit** et **la méthode des vitesses radiales**.

Jusqu'à présent, les méthodes du transit et de la vitesse radiale se sont révélées les plus efficaces pour la détection d'exoplanètes, car elles permettent d'identifier avec précision la présence de corps célestes orbitant autour d'étoiles lointaines. La méthode du transit repose sur l'observation de la diminution périodique de la luminosité d'une étoile, provoquée par le passage d'une planète devant celle-ci, tandis que la méthode de la vitesse radiale détecte les infimes variations du mouvement de l'étoile causées par l'attraction gravitationnelle d'une planète en orbite. Grâce à leur sensibilité, ces deux techniques ont permis de découvrir la majorité des exoplanètes connues à ce jour.

Dans les deux parties qui suivent, l'objectif est d'appréhender le principe de chacune de ces deux méthodes et de comprendre la manière dont elles sont déployées en pratique pour la détection des exoplanètes. Une loi qui sera utile dans la suite est la **Troisième loi de Kepler**.

Théorème 4.1 (Troisième loi de Kepler). *Soit une planète de masse m en orbite autour d'une étoile de masse M_* . On considère que m est négligeable (très petite) devant M_* . La troisième loi de Kepler stipule que le carré de la période de révolution T de la planète est proportionnel au cube du rayon a de son orbite :*

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_*} a^3,$$

où G est la constante de gravitation universelle.

On supposera aussi dans la suite, que la norme de la vitesse de l'exoplanète autour de l'étoile est constante.

¹Bien entendu, il existe des planètes qui n'orbitent pas autour d'étoiles. Celles-ci s'appellent *Planètes Errantes* et ne feront pas l'objet de cette étude.

4.1 La méthode du transit

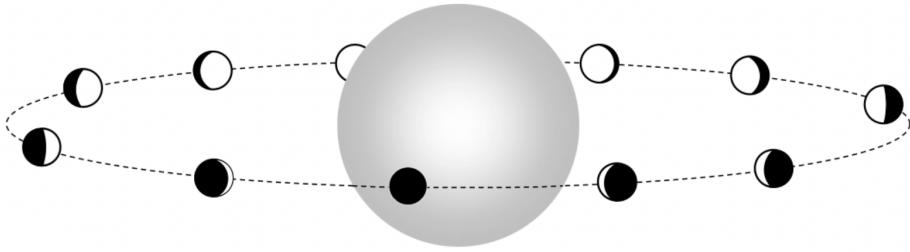


Figure 11: Révolution d'une planète autour de son étoile mère.

Définition 4.2. *La méthode du transit* est une technique de détection des exoplanètes qui repose sur l'observation de la baisse de luminosité d'une étoile lorsqu'une planète passe devant elle, par rapport à l'observateur.

Durant le transit, la planète bloque une partie de la lumière émise par son étoile, ce qui entraîne une diminution temporaire et mesurable du flux lumineux. La figure 12 montre une évolution approximative du flux lumineux ϕ détecté en fonction du temps. ϕ_{max} réfère au flux maximum qu'on pourrait recevoir sans que la planète ne bloque aucune partie.

En analysant précisément cette baisse – sa profondeur, sa durée et sa périodicité – les astronomes peuvent déduire des informations clés sur l'exoplanète, comme son rayon, sa période orbitale, et parfois même des indices sur la composition de son atmosphère.

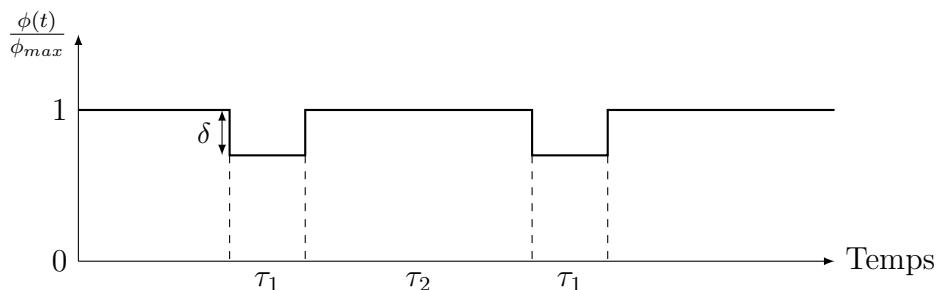


Figure 12: Évolution du flux lumineux de l'étoile observé en fonction du temps.

Exercice 4.1. 1. À quelles parties de la trajectoire de l'exoplanète correspondent les périodes τ_1 et τ_2 dans la figure 12? Et est ce que la courbe contient vraiment des puits exactement rectangulaires? Sinon, comment peut-on changer la courbe pour qu'elle décrive exactement un transit? Faites une esquisse de la courbe.

Exercice 4.2. Comment sait-on que la profondeur δ est causée par le passage d'une planète et pas d'un astéroïde ou bien d'une autre étoile? Esquisser des courbes d'évolution du flux lumineux en cas d'astéroïde et en cas d'une étoile, avec justification.

On supposera dans un premier temps que l'observation du transit se fait à hauteur d'œil. Cela signifie que l'œil se situe dans le même plan que celui de la révolution de l'exoplanète autour de l'étoile, comme illustré dans la figure 13.

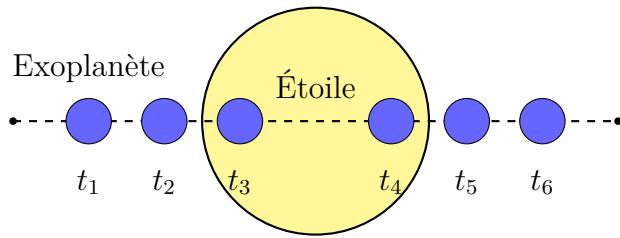


Figure 13: Schéma du transit d'une exoplanète vu à hauteur d'œil en fonction du temps.

Exercice 4.3. On suppose que le flux lumineux ϕ d'un objet radiant est proportionnel à la surface radiante, et que l'étoile et la planète sont des sphères de rayons R_* et R_p respectivement. Donner une formule de δ , la profondeur de la diminution du flux, en fonction de R_* et R_p .

En déduire R_p en fonction de R_* et δ . Le rayon de l'exoplanète est l'une des caractéristiques calculables à partir de la méthode du transit.

Exercice 4.4. En supposant que la masse de l'étoile M_* est connue, déterminer le rayon de l'orbite a en fonction de G , τ_1 , τ_2 et M_* .

Exercice 4.5. 1. On rappelle que T correspond à la durée que met la planète pour parcourir son orbite circulaire de rayon a . Exprimer la vitesse v de la planète en fonction de T et a .

2. A partir de la définition donnée à τ_1 , et en négligeant l'effet de l'angle d'inclinaison de la planète par rapport à l'étoile, exprimer τ_1 en fonction de T , R_* et a en s'aidant de la figure 14.

3. Déterminer τ_2 en fonction de T , a et R_* .

Note 4.1. Si l'on a $y = \cos(x)$, $y = \sin(x)$ ou $y = \tan(x)$ alors on pourrait exprimer x en fonction de y suivant $x = \arccos(y)$, $x = \arcsin(y)$ ou $x = \arctan(y)$ respectivement.

Exercice 4.6 (Forme du flux au cours du transit). (*) Le passage de l'exoplanète devant l'étoile (le transit) se fait en **quatre phases successives** pendant l'intervalle $[0, T]$, comme illustré dans la figure 14.

1. **Phase 1 :** L'exoplanète commence à passer devant l'étoile. Sur l'intervalle $[0, t_1]$, elle est entièrement devant le disque de l'étoile et bloque ainsi une surface

constante. Il s'agit de déterminer t_1 .

2. **Phase 2 :** L'exoplanète est en train de sortir de l'étoile. Entre t_1 et τ_1 , seule une partie de sa surface bloque la lumière de l'étoile.
3. **Phase 3 :** L'exoplanète est totalement en dehors de l'étoile. Entre τ_1 et $T - t_2$, elle ne bloque plus du tout la lumière de l'étoile.
4. **Phase 4 :** L'exoplanète revient par la gauche. Sur l'intervalle $[T - t_2, T]$, elle recommence à recouvrir partiellement l'étoile. À $t = T$, l'exoplanète revient à la position initiale.

On demande de :

- Tracer (même de façon approximative) l'évolution de $\frac{\phi(t)}{\phi_{\max}}$ au cours de chacune des phases.
- Déterminer t_1 et t_2 en fonction de la distance orbitale a , des rayons R_* (étoile), R_p (exoplanète), et de la période T .

Bonus : Donner les expressions de $\frac{\phi(t)}{\phi_{\max}}$ pour chaque phase, en fonction des paramètres a , R_* , R_p et T .

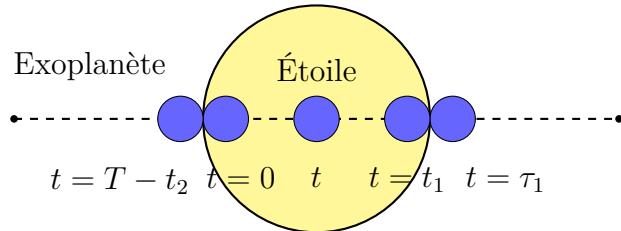


Figure 14: Transit graduel de l'exoplanète

Définition 4.3 (Paramètre d'impact). *Le paramètre d'impact b est la distance observée entre le centre de l'étoile et celui de l'exoplanète comme indiqué dans la figure 15. Il est défini par :*

$$b = a \cos(i) \quad (7)$$

où i l'angle d'inclinaison, a le rayon de l'orbite et R_* le rayon de l'étoile.

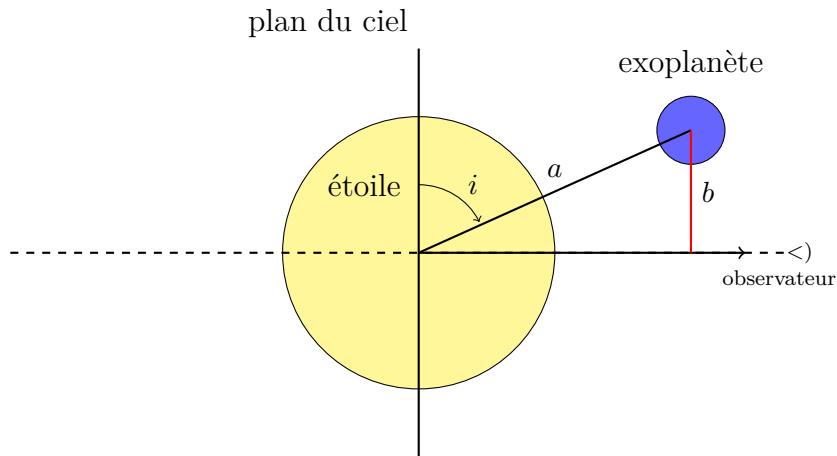
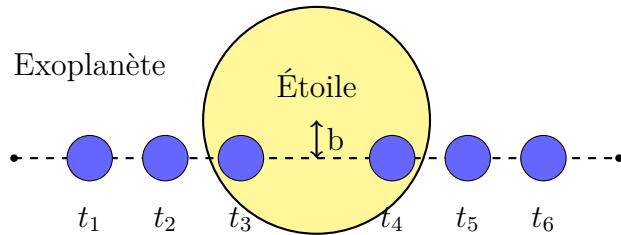


Figure 15: Inclinaison de l'orbite de la planète

On suppose maintenant qu'on observe la planète à un paramètre d'impact b comme dans la figure 16. Le rayon de l'orbite est toujours le même a . Il est possible d'utiliser l'approximation $\sqrt{1 - x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$ pour x très petit.

Figure 16: Schéma du transit d'une exoplanète vu à un paramètre d'impact b .

Exercice 4.7. À quelle condition sur b en fonction de R_* et R_p observe-t-on un transit? S'aider de la figure 16. Dans le cas où cette condition est satisfaite, comment ce paramètre d'impact influencera-t-il la courbe de la figure 12?

Exercice 4.8. ()** On suppose que le paramètre d'impact b est négligeable devant R_* , comment peut-on introduire b dans la formule trouvée dans l'exercice 4.6? Écrire la formule modifiée.

4.2 La méthode de la vitesse radiale

Une étoile et sa planète orbitent toujours autour d'un centre de masse commun. Ce point se situe généralement très près de l'étoile, car sa masse est bien plus importante que celle de la planète. Vu depuis la Terre, ce mouvement se traduit par un léger déplacement de l'étoile. Ce déplacement engendre un effet Doppler sur la lumière qu'elle émet : lorsque l'étoile se rapproche, son spectre se décale vers le bleu, et lorsqu'elle s'éloigne, il se déplace vers le rouge. En observant à plusieurs reprises les variations de ce spectre lumineux, les

scientifiques peuvent détecter ces décalages caractéristiques, suggérant alors la présence d'une exoplanète en orbite autour de l'étoile.

La méthode de la vitesse radiale est également appelée 'spectroscopie Doppler'.

Définition 4.4. *La spectroscopie* est l'étude du spectre d'un phénomène physique, c'est-à-dire de sa décomposition sur une échelle d'énergie, ou toute autre grandeur se ramenant à une énergie (fréquence, longueur d'onde, etc.).

Exercice 4.9. Le champ créé par la terre (en général de tout objet massif) de masse M_T à une distance r du centre de la Terre est :

$$\vec{G}(r) = -\frac{GM_T}{r^2} \quad (8)$$

où G est la constante de gravitation universelle. On note R_T le rayon de la Terre.

1. Pour un ballon de masse m à la surface de la terre, quelle est la force gravitationnelle d'attraction entre la Terre et le ballon ?
2. Exprimer le poids du ballon, et en déduire l'expression de la pesanteur \vec{g} , en fonction du champ gravitationnel de la Terre $\vec{G}(r)$.
3. La pesanteur g est-elle la même aux pôles de la planète et à l'équateur de la planète ? L'écart entre les deux valeurs est-il mesuré avec un dispositif utilisé dans les activités expérimentales de la mécanique (enregistrement vidéo d'une chute libre puis traitement informatique) ? Quel(s) autre(s) dispositifs pourrait-on proposer ? Expliquer la procédure.

Détection d'une exoplanète depuis la Terre

C'est à partir d'observations menées à l'Observatoire de Haute-Provence (OHP) que les astronomes Michel Mayor et Didier Queloz, de l'Observatoire de Genève, ont pour la première fois identifié de manière formelle, en 1995, une planète située en dehors du système solaire. Cette planète gravite autour de l'étoile 51-Pégase, située à 42 années-lumière de la Terre.

Depuis cette découverte, les progrès techniques ont permis de détecter un grand nombre d'autres exoplanètes et de rassembler des données de plus en plus précises à leur sujet, notamment sur leur température et la composition de leur atmosphère.

Le télescope de l'OHP ayant servi à cette découverte possède un objectif de diamètre $d = 193$ cm. Il est installé sur un site offrant d'excellentes conditions d'observation. Ce télescope peut atteindre un pouvoir séparateur angulaire (plus petit angle entre deux sources ponctuelles que l'on peut distinguer comme étant séparées) approximatif de

$$\theta = \frac{1,2\lambda}{d} \quad (\text{en radians}),$$

où λ désigne la longueur d'onde observée.

Exercice 4.10. Mis à part la limite imposée par le pouvoir séparateur, quels autres obstacles peuvent empêcher l'observation directe d'une exoplanète ?

Suivant la méthode de la vitesse radiale, les exoplanètes sont détectées de via les faibles oscillations de l'étoile causées par l'attraction gravitationnelle de la planète.

Cette méthode repose sur l'effet Doppler affectant les ondes électromagnétiques : si une source E se déplace à une vitesse radiale v_r par rapport à un observateur O , une onde émise à la fréquence f est perçue avec une fréquence $f + \Delta f$. Ce décalage est *positif* lorsque la source et l'observateur se rapprochent ($v_r < 0$) et *négatif* lorsqu'ils s'éloignent ($v_r > 0$). On a l'approximation suivante :

$$\left| \frac{\Delta f}{f} \right| = \frac{|v_r|}{c}.$$

On considère maintenant une étoile E accompagnée d'une planète P , toutes deux en orbite autour de leur barycentre G , avec une période T . L'observateur situé en O est dans le plan de leur orbite. Le système s'éloigne globalement de la Terre avec une vitesse radiale \vec{v}_G .

L'ensemble est représenté dans la Figure 17 ci-dessous, selon une vue de dessus. Dans la réalité, on a $OG \gg GP \gg GE$, ce qui rend les déplacements de E difficilement détectables. On note \vec{v}_G la vitesse radiale du barycentre G par rapport à un référentiel d'origine O , et \vec{v} la vitesse de E dans le référentiel barycentrique de centre G . On suppose que la norme $v_G = \|\vec{v}_G\|$ est bien supérieure à celle de E : $v_G > v = \|\vec{v}\|$.

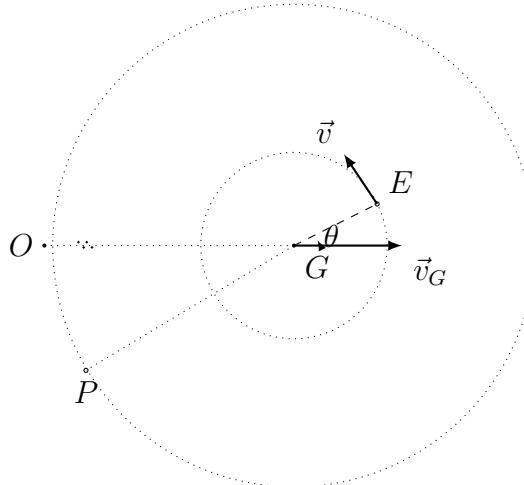


Figure 17: Étoile–Planète

Exercice 4.11. 1. Exprimer $\vec{v}_1 = \vec{v}_{E/O}$ la vitesse de l'étoile E par rapport à l'observateur O , en fonction de \vec{v}_G , \vec{v} où :

- $\vec{v}_G = \vec{v}_{G/O}$ est la vitesse radiale du barycentre G par rapport à O ,
- $\vec{v} = \vec{v}_{E/G}$ est la vitesse de E par rapport au référentiel barycentrique de centre G ,

2. Soit θ l'angle entre \vec{v} (vitesse de E par rapport à G) et la direction \overrightarrow{OG} . Montrer que $v_r = \frac{\vec{v}_1 \cdot \overrightarrow{OG}}{\|\overrightarrow{OG}\|}$, appelé vitesse radiale de E est égale à : $v_r = v_G - v \sin(\theta)$.
3. Montrer que $v_r > 0$. L'étoile s'approche-t-elle ou s'éloigne-t-elle de la Terre ?
4. Exprimer également l'amplitude δf de la variation du décalage en fréquence dû à l'effet Doppler :

$$\delta f = \frac{1}{2} (|\Delta f|_{max} - |\Delta f|_{min}).$$

Exercice 4.12. Expliquer en quoi l'observation temporelle du décalage en fréquence de la lumière émise par une étoile permet de déterminer la vitesse radiale v_r de l'étoile, et en conséquence la période T du système. Pourquoi cette méthode a-t-elle conduit à la découverte initiale de planètes situées à proximité de leur étoile (c'est-à-dire rayon de l'orbite a petit)? Indication : Utiliser la troisième loi de Kepler 4.1.

Détermination de la masse de l'exoplanète

Exercice 4.13 ().** En supposant que le centre de masse de l'étoile et de la planète est immobile, et que le système Etoile- Planète est isolé, et que la masse de l'étoile est connue, proposer une méthode pour déterminer la masse de l'exoplanète.