

Propriétés des connecteurs

- Les équivalences suivantes traduisent les propriétés algébriques des connecteurs:

Idempotence de \wedge et \vee	$A \wedge A \Leftrightarrow A$ $A \vee A \Leftrightarrow A$
Idempotence de \neg	$\neg \neg(A) \Leftrightarrow A$
Associativité de \wedge et \vee	$A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$ $A \vee (B \vee C) \Leftrightarrow (A \vee B) \vee C$
Commutativité de \wedge et \vee	$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$ $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$
Distributivité (lois de Morgan)	$(A \vee B) \wedge C \Leftrightarrow (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ $(A \wedge B) \vee C \Leftrightarrow (A \vee C) \wedge (B \vee C)$

Exemples de formules équivalentes

- Les formules de chaque paire des formules ci-dessous sont équivalentes tautologiquement :

$(P \Rightarrow Q)$ et $(\neg P \vee Q)$
 $((P \wedge Q) \Leftrightarrow P)$ et $((P \vee Q) \Leftrightarrow Q)$
 $((P \vee Q) \Leftrightarrow Q)$ et $(P \Rightarrow Q)$
 $(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R))$ et $((P \wedge Q) \Rightarrow R)$
 $(P \Rightarrow (Q \vee R))$ et $((P \Rightarrow Q) \vee (P \Rightarrow R))$
 $(P \Rightarrow Q)$ et $(\neg Q \Rightarrow \neg P)$



Élimination des connecteurs

- Le remplacement des équivalences permettant d'éliminer des connecteurs:

Élimination de l'implication :	$A \Rightarrow B$	$\neg A \vee B$
Élimination de l'équivalence :	$A \Leftrightarrow B$	$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$
Élimination de F :	F	$p \wedge \neg p$ (pour un p qlcq)
Élimination de la négation :	$\neg A$	$A \Rightarrow F$
Éliminations de la disjonction :	$A \vee B$ $A \vee B$	$\neg(\neg A \wedge \neg B)$ $(A \Rightarrow F) \Rightarrow B$
Éliminations de la conjonction :	$A \wedge B$ $A \wedge B$	$\neg(\neg A \vee \neg B)$ $(A \Rightarrow (B \Rightarrow F)) \Rightarrow F$