

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق - گروه کنترل و سیستم

پروژه و ارزشیابی پایانی سیستم های کنترل خطی

اعضای گروه:




نام و نام خانوادگی شماره دانشجویی

محمدامین حری فراهانی ۴۰۲۱۶۶۷۳

امیرعلی جولایی مقدم ۴۰۲۱۶۴۳۳



فهرست مطالب

۴	۱	استخراج داده های Simulink و معادله حالت 
۴	۱.۱	استخراج مدل فضای حالت (State-Space) سیستم
۶	۲	بررسی بلوک های سیستم
۷	۳	طراحی سیستم در سیمولینک
۷	۱.۳	نتایج مدل شبیه سازی شده
۹	۴	استخراج تابع تبدیل
۹	۱.۴	بررسی معادلات
۱۰	۲.۴	با استفاده از Simulink
۱۱	۵	تحلیل حلقه باز
۱۱	۱.۵	پاسخ پله
۱۳	۲.۵	پاسخ ضربه
۱۴	۳.۵	پاسخ شیب
۱۵	۴.۵	تحلیل پاسخ ها
۱۵	۵.۵	ساختار سیستم
۱۶	۶	تحلیل در حوزه فرکانس
۱۶	۱.۶	Bode
۱۷	۲.۶	Nyquist
۱۸	۳.۶	Chart Nichols
۱۹	۴.۶	تحلیل بودی و نایکوئیست سیستم
۱۹	۷	تحلیل پایداری و رفتار غیر خطی 
۱۹	۱.۷	معیار راث هرولتز
۲۰	۲.۷	محل قطب ها و صفرها
۲۰	۳.۷	پایداری BIBO
۲۱	۴.۷	تحلیل غیر خطی سیستم و شرایط منجر به ناپایداری
۲۲	۸	طراحی جبران ساز و تنظیم پاسخ نوسانی 
۲۲	۱.۸	مدل دینامیکی و تابع تبدیل
۲۳	۲.۸	پارامترهای ζ و ω_n و فرافروش
۲۳	۳.۸	کنترل کننده تناسبی (P)
۲۳	۱.۳.۸	تابع تبدیل حلقه بسته و معادله مشخصه



۲۴ زمان نشست	۲.۳.۸
۲۴ خطای حالت ماندگار	۳.۳.۸
۲۴ بررسی شرایط کنترولر	۴.۳.۸
۲۴ کنترل کننده تناسبی-مشتقی (PD)	۴.۸
۲۴ معادله مشخصه حلقه بسته	۱.۴.۸
۲۶ کنترل کننده تناسبی-انتگرالی (PI)	۵.۸
۲۶ حلقه باز و معادله مشخصه	۱.۵.۸
۲۶ مقایسه با سیستم مرتبه دوم	۲.۵.۸
۲۶ انتخاب ζ و ω_n مطابق شرایط	۳.۵.۸
۲۶ محاسبه ضرایب PI	۴.۵.۸
۲۷ کنترل کننده PID	۶.۸
۲۷ تعریف	۱.۶.۸
۲۷ معادله مشخصه حلقه بسته	۲.۶.۸
۲۸ انتخاب K_d	۳.۶.۸
۲۸ محاسبه ضرایب PID	۴.۶.۸
۳۰ تحلیل فرکانسی سیستم با کنترلر PID	۹
۳۲ ملاحظات استفاده از کنترل کننده های دارای مشتق گیر (PD / PID)	۱۰
۳۳ تحلیل اثر نویز و اغتشاش	۱۱
۳۵ تحلیل سیستم در حضور نویز گاوسی و اغتشاش	۱.۱۱
۳۵ راهکارهای کاهش اثر اغتشاش	۲.۱۱
۳۶ بررسی ثابت زمانی	۱۲
۳۶ ثابت زمانی فیزیکی معادله دینامیکی مخزن	۱.۱۲
۳۷ مخزن گیت هاب	۱۳



فهرست تصاویر

۴ پارامترهای مدل	۱
۶ نتایج معادله حالت خطی و سیستم واقعی به همراه پارامترها ماتریس	۲
۷ Model	۳
۸ $A_{tt} = 99.5$	۵
۸ $A_{tt} = 100$	۴
۸ $A_{tt} = 20$	۷
۸ $A_{tt} = 80$	۶
۹ $A_{tt} = 200$	۹
۹ $A_{tt} = 150$	۸
۹ $A_{tt} = 900$	۱۱
۹ $A_{tt} = 500$	۱۰
۱۰ SubSystem	۱۲
۱۰ TransferFunc	۱۳
۱۲ $Area = 100 \& A_{tt} = 99$	۱۴
۱۳ ImpulseResponse for $Area = 100 \& A_{tt} = 99$	۱۵
۱۴ RampResponse for $Area = 100 \& A_{tt} = 99$	۱۶
۱۶ Bode plot of the system	۱۷
۱۷ Nyquist plot of the system	۱۸
۱۸ Nichols plot of the system	۱۹
۲۰ Pole-Zero Map	۲۰
۲۲ ControllerModel	۲۱
۲۷ خروجی سیستم	۲۳
۲۷ Setting	۲۲
۲۹ خروجی سیستم	۲۵
۲۹ Setting	۲۴
۳۰ Bode	۲۶
۳۰ Nyquist	۲۷
۳۳ NoiseModel	۲۸
۳۳ Output in the presence of Gaussian noise	۲۹
۳۴ DisturbanceModel	۳۰
۳۴ Output in the presence of disturbance	۳۱



۱ استخراج داده های Simulink و معادله حالت

برای پیدا کردن پارامترهای سیستم میتوانیم به بخش Model Properties رفته و از بخش intFcn پارامترها را مشاهده کنیم. می توانیم از بخش Variable هم پارامترها را همراه با ابعادشان ببینیم:

Workspace	
Name ^	Value
area	100
flushpulse	341x1 double
hilim	10
inflow	10
invalve	341x1 double
lolim	2
outflow	50
Outvalve	341x1 double
setpoint	1x1 double timeseries
tankheight	341x1 double
tout	341x1 double

```
>> whos
Name              Size              Bytes    Class
Outvalve          341x1             2728    double
area              1x1                8       double
flushpulse        341x1             2728    double
hilim             1x1                8       double
inflow            1x1                8       double
invalve           341x1             2728    double
lolim             1x1                8       double
outflow           1x1                8       double
setpoint          1x1              3130    timeseries
tankheight        341x1             2728    double
tout              341x1             2728    double

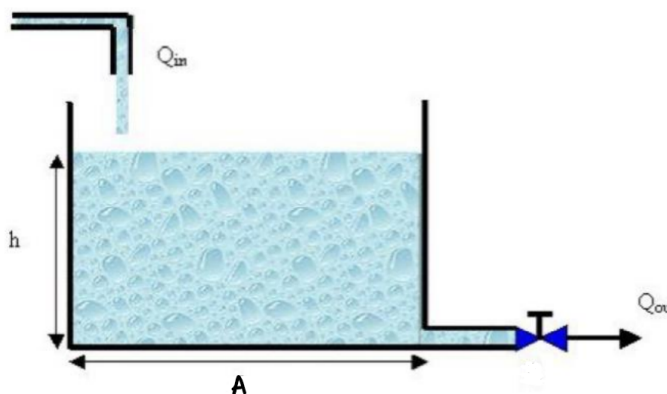
>>
```

شکل ۱: پارامترهای مدل

۱.۱ استخراج مدل فضای حالت (State-Space) سیستم

می توان سیستم دینامیکی را به این شکل در نظر گرفت:

Design criteria





$$\dot{h}(t) = \frac{1}{Area} (q_{in}(t) - q_{out}(t))$$

- $h(t)$ ارتفاع سطح آب
- $q_{in}(t)$ دبی شیر ورودی
- $q_{out}(t)$ دبی شیر خروجی
- $Area$ مساحت سطح مقطع تانک

که دبی شیر ورودی و خروجی در پارامترها $inFlow$ و $outFlow$ اسم گذاری شده است. می توان رابطه بین ارتفاع آب و دبی شیر خروجی را بصورت زیر نشان داد:

$$q_{out}(t) = k h(t)$$

پس فرم معادلات حالت به شکل زیر است:

$$\dot{h}(t) = -\frac{k}{Area} h(t) + \frac{1}{Area} q_{in}(t)$$

$$y(t) = \beta h(t)$$

ماتریس حالت:

$$A = -\frac{k}{Area}, \quad B = \frac{1}{Area}, \quad C = \beta, \quad D = 0$$

در متلب می توان با استفاده از دستور `sys_ss` معادله حالت را پیاده سازی کرد.

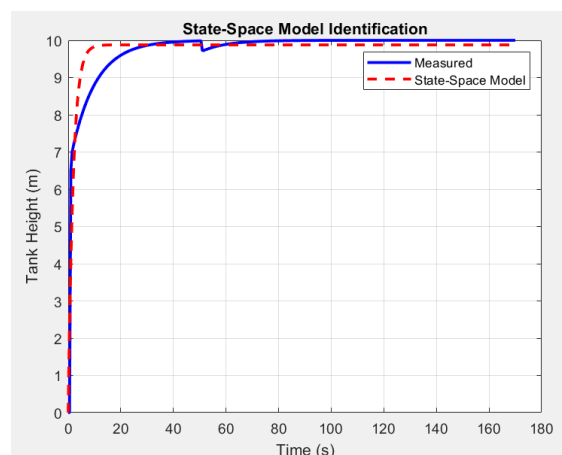
```
1
2 % load('mydata.mat');
3
4 data = iddata(y, u, Ts);
5
6 sys_ss = ssest(data, order);
7 %% -----
8 A = sys_ss.A
9 B = sys_ss.B
10 C = sys_ss.C
11 D = sys_ss.D
```

Code 1: State-Space

فایل `mydata.mat` در فولدر MATLAB پروژه قابل مشاهده است



Workspace	
Name ^	Value
A	-0.5318
area	100
B	0.0637
C	8.2516
D	0
data	341x1 iddata
flushpulse	341x1 double
hilim	10
inflow	10
invalve	341x1 double
lolim	0



شکل ۲: نتایج معادله حالت خطی و سیستم واقعی به همراه پارامترها ماتریس

۲ بررسی بلوک های سیستم

- شیر ورودی (In Valve): با استفاده از فیدبک ارتفاع فعلی مخزن و مقایسه آن با مقدار مرجع (hilim)، میزان بازشدگی شیر ورودی تنظیم می شود. هرچه سطح آب پایین تر باشد، شیر ورودی بازتر شده و دبی ورودی افزایش می یابد.
- شیر خروجی (Out Valve): این بلوک دارای منطق رویدادی است و با فعال شدن سیگنال پالسی Flush، در صورتی که ارتفاع آب بالاتر از حد پایین مجاز (lolim) باشد، فرآیند تخلیه آغاز می شود. تخلیه تا رسیدن سطح آب به حد پایین ادامه می یابد.
- دینامیک مخزن (Tank Dynamics): این بلوک رفتار فیزیکی مخزن را مدل می کند. اختلاف دبی ورودی و خروجی انتگرال گیری شده و با تقسیم حجم بر مساحت مقطع مخزن، ارتفاع آب محاسبه می شود. همچنین یک تأخیر زمانی برابر با 0.5 s برای مدل سازی تأخیر اندازه گیری در نظر گرفته شده است.
- انیمیشن (Animation): صرفاً جهت نمایش گرافیکی سطح آب مخزن استفاده می شود و نقشی در کنترل یا دینامیک سیستم ندارد.

ورودی ها، خروجی ها و فیدبک

- خروجی اصلی سیستم: ارتفاع آب مخزن (Tank Height)
- ورودی های مؤثر: دبی ورودی (Tank inflow) و دبی خروجی (Tank outflow)
- نوع فیدبک: فیدبک منفی، به طوری که ارتفاع مخزن به بلوک های شیر ورودی و خروجی بازگردانده می شود.

فرآیند پر و خالی شدن مخزن

عملکرد سیستم به صورت چرخه ای انجام می شود:

- زمانی که سطح آب کمتر از مقدار مرجع باشد، شیر ورودی باز شده و مخزن شروع به پر شدن می کند.



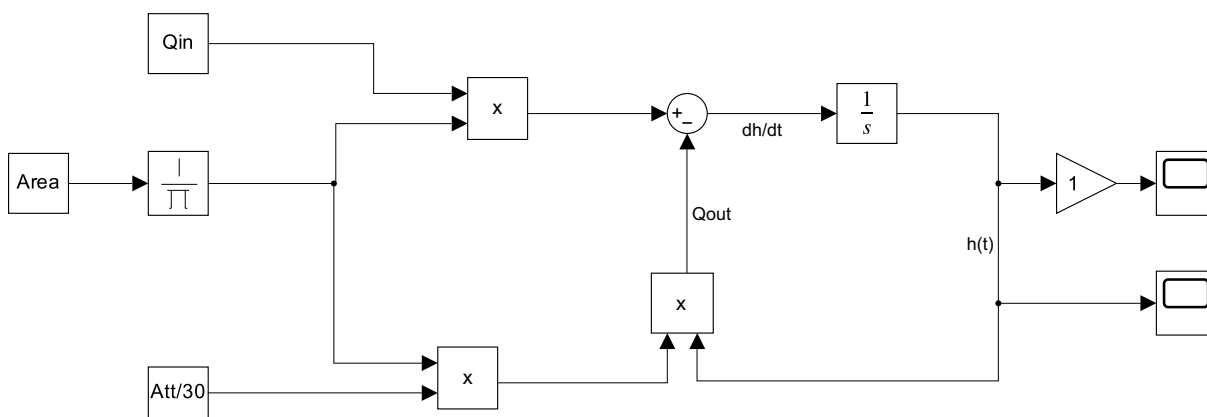
- با نزدیک شدن سطح آب به مقدار مرجع، بازشدگی شیر ورودی کاهش می‌یابد.
 - با فعال شدن سیگنال Flush، شیر خروجی باز شده و مخزن تخلیه می‌شود.
 - پس از رسیدن سطح آب به حد پایین مجاز، تخلیه متوقف شده و چرخه پر شدن مجدداً آغاز می‌گردد.
- در نتیجه، سیستم به صورت خودکار و پایدار بین دو حالت پر شدن و تخلیه عمل کرده و از سرریز یا خالی شدن کامل مخزن جلوگیری می‌کند.

۳ طراحی سیستم در سیمولینک

با بررسی معادلات حاکم بر سیستم، می‌توان معادله دینامیکی آن را اندکی اصلاح کرده و پارامتری تحت عنوان درصد بازشدگی شیر خروجی را وارد مدل نمود که در فرآیند طراحی با نماد A_{tt} نمایش داده می‌شود:

$$\frac{d}{dt}h(t) = \frac{1}{Area}Q_{in}(t) - \frac{A_{tt}}{Area}h(t)$$

مدل طراحی شده به شکل زیر است:

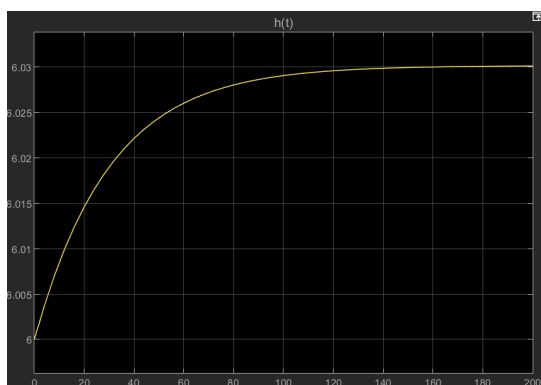


شکل ۳: Model

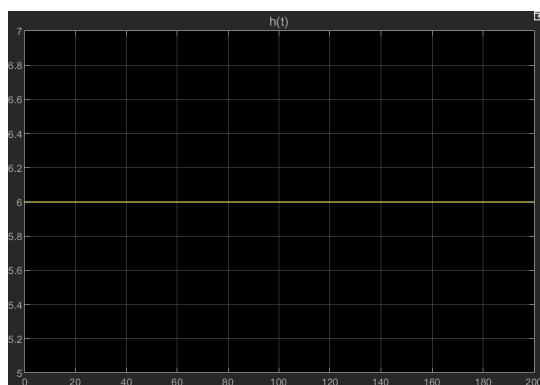
که در این مدل Q_{in} دبی شیر ورودی، $Area$ مساحت سطح تانک و A_{tt} درصد بازشدگی شیر خروجی است که اگر مقدار آن برابر با 100 باشد، به این معناست که شیر به طور کامل باز می‌باشد. (میزان مقدار آب اولیه برابر ۶ است)

۱.۳ نتایج مدل شبیه سازی شده

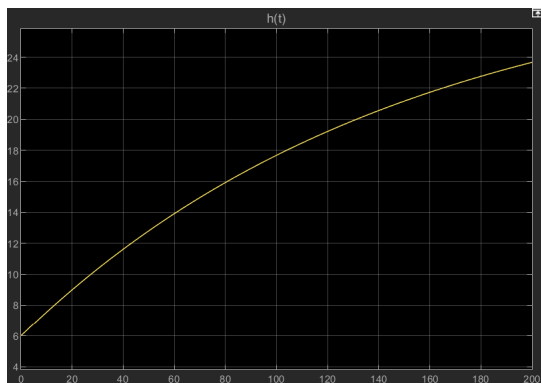
در تمام نمودارها Q_{in} و $Area$ به ترتیب ۲۰ و ۱۰۰ فرض شده است.



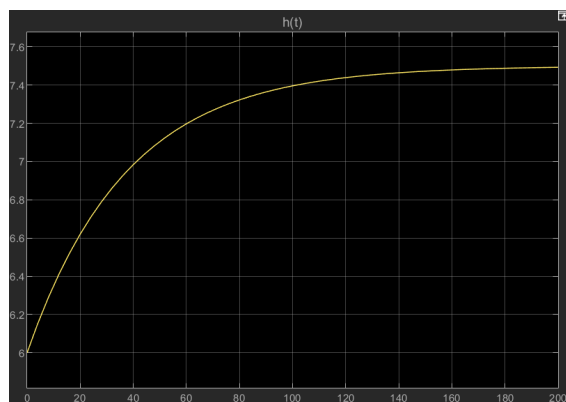
شکل ۵: $A_{tt} = 99.5$



شکل ۴: $A_{tt} = 100$

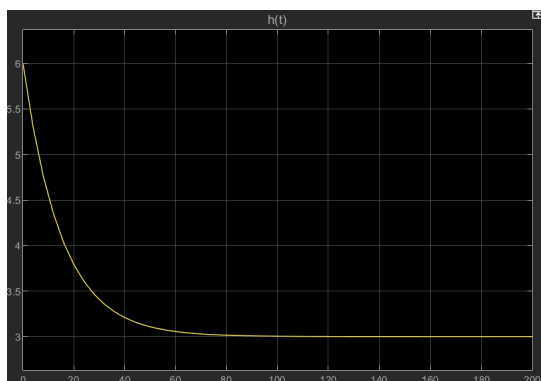
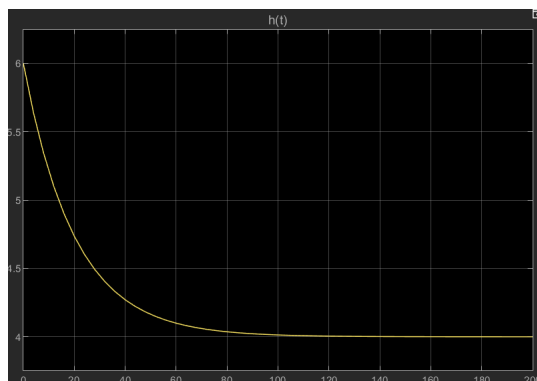
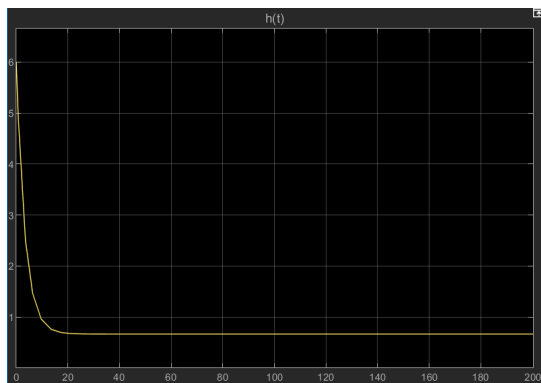
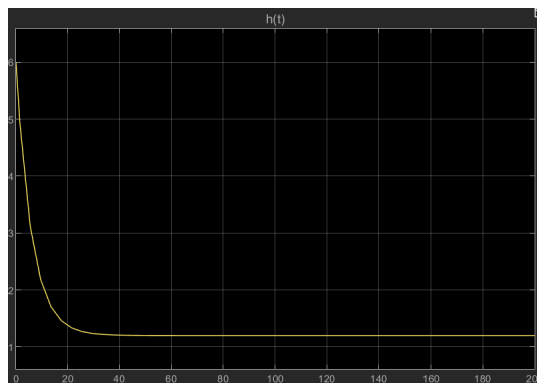


شکل ۷: $A_{tt} = 20$



شکل ۶: $A_{tt} = 80$

مشاهده می شود با بسته شدن شیر خروجی ارتفاع آب داخل مخزن به طور صعودی افزایش یافته و کنترلی روی آب مخزن نیست! در حالت $A_{tt} = 100$ یعنی باز شدن کامل ، چون میزان آب ورودی با میزان آب خروجی برابر است پس عملاً تغییر ارتفاع نداریم و مقدار آب درون مخزن برابر با مقدار اولیه خواهد شد.

شکل ۹: $A_{tt} = 200$ شکل ۸: $A_{tt} = 150$ شکل ۱۱: $A_{tt} = 900$ شکل ۱۰: $A_{tt} = 500$

مشاهده می شود اگر پارامتر A_{tt} را بیشتر از ۱۰۰ بگذاریم آب درون مخزن شروع به تخلیه شدن میکند و آب درون مخزن از مقدار اولیه به صفر میل خواهد کرد.

۴ استخراج تابع تبدیل

۱.۴ بررسی معادلات

با توجه به معادله دینامیکی که برای سیستم نوشتیم میتوانیم از رابطه لاپلاس بگیریم و تابع تبدیل رو حساب کنیم:

$$\frac{d}{dt}h(t) = \frac{1}{Area} Q_{in}(t) - \frac{A_{tt}}{Area} h(t)$$

با گرفتن تبدیل لاپلاس از دو طرف معادله (با فرض شرایط اولیه صفر):

$$sH(s) = \frac{1}{Area} Q_{in}(s) - \frac{A_{tt}}{Area} H(s)$$

جملات شامل $H(s)$ را یک طرفه می کنیم:



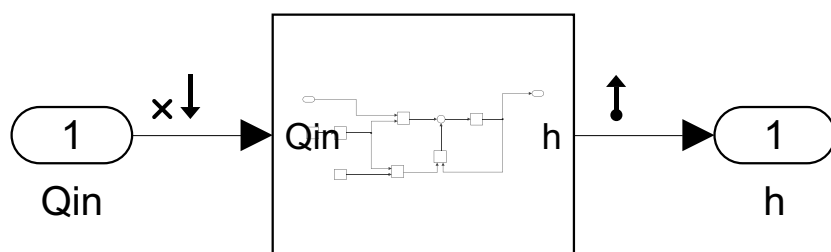
$$\left(s + \frac{A_{tt}}{Area}\right) H(s) = \frac{1}{Area} Q_{in}(s)$$

تابع تبدیل سیستم به صورت زیر به دست می آید:

$$G(s) = \frac{H(s)}{Q_{in}(s)} = \frac{\frac{1}{Area}}{s + \frac{A_{tt}}{Area}}$$

۲.۴ با استفاده از Simulink

میتوانیم سیستم را به شکل یک SubSystem طراحی کرده که یک ورودی Q_{in} و یک خروجی $h(t)$ دارد:



شکل ۱۲: SubSystem

حال در تب App سیمولینک میتوانیم Model Linearizer را انتخاب کرده و با دستور tf تابع تبدیل سیستم را نمایش دهیم:

```
transfer_func =

From input "MyModel/Qin" to output "Subsystem":
    0.01
    -----
    s + 0.033

Name: Linearization at model initial condition
Continuous-time transfer function.
Model Properties
fx >>
```

شکل ۱۳: TransferFunc

تابع تبدیل به دست آمده همواره معتبر نیست، زیرا این مدل بر اساس فرض خطی بودن سیستم استخراج شده است. در حالی که در مدل واقعی تانک، دبی خروجی معمولاً رابطه‌ای غیر خطی با ارتفاع سطح آب دارد. بنابراین تابع تبدیل فقط در اطراف یک نقطه کار مشخص



و برای تغییرات کوچک متغیرها معتبر است. همچنین در فرآیند تبدیل لاپلاس، شرایط اولیه صفر و ثابت بودن پارامترهای سیستم فرض شده‌اند. در نتیجه، این تابع تبدیل صرفاً یک تقریب خطی از رفتار واقعی سیستم محسوب می‌شود و برای تحلیل و طراحی کنترل‌کننده در محدوده کاری مشخص قابل استفاده است.

۵ تحلیل حلقه باز

۱.۵ پاسخ پله

برای ورودی پله واحد:

$$Q_{in}(s) = \frac{1}{s}$$

خروجی سیستم برابر است با:

$$H(s) = \frac{1}{Area} \frac{1}{s \left(s + \frac{A_{tt}}{Area} \right)}$$

با گرفتن تبدیل لاپلاس معکوس:

$$h(t) = \frac{1}{A_{tt}} \left(1 - e^{-\frac{A_{tt}}{Area} t} \right)$$

پارامترهای پاسخ زمانی

• مقدار نهایی

$$h(\infty) = \frac{1}{A_{tt}}$$

• ثابت زمانی:

$$\tau = \frac{Area}{A_{tt}}$$

• زمان صعود (۱۰% تا ۹۰%):

$$t_r \approx 2.2 \tau = 2.2 \frac{Area}{A_{tt}}$$

• زمان نشست (۲%):

$$t_s \approx 4 \tau = 4 \frac{Area}{A_{tt}}$$

• درصد فراجهش:

$$M_p = 0$$

(چون سیستم مرتبه اول است)

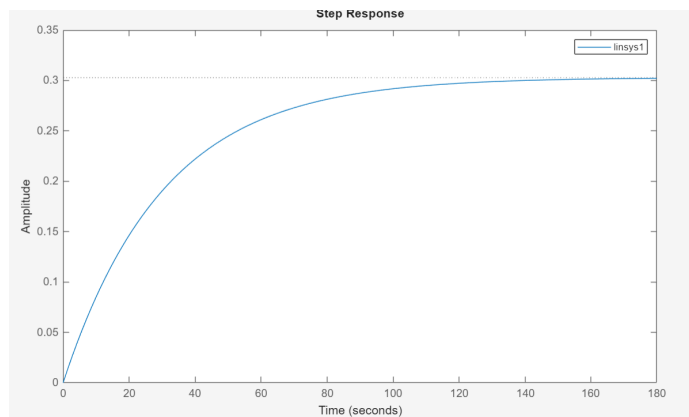
• خطای حالت ماندگار برای پله واحد:

$$e_{ss} = 0$$



اثر دامنه پله در سیستم غیرخطی

برای پله با دامنه کوچک، پاسخ سیستم غیرخطی تقریباً منطبق با پاسخ نمایی زیر است. اما برای دامنه های بزرگ، به دلیل غیرخطی بودن رابطه دبی خروجی با ارتفاع، ثابت زمانی مؤثر تغییر کرده و پاسخ واقعی از مدل خطی فاصله می گیرد و ممکن است محدودیت های فیزیکی مانند اشباع یا سرریز مخزن ظاهر شوند.



info =

struct with fields:

```
RiseTime: 66.5760
TransientTime: 118.5477
SettlingTime: 118.5477
SettlingMin: 0.2741
SettlingMax: 0.3028
Overshoot: 0
Undershoot: 0
Peak: 0.3028
PeakTime: 221.8855
```

>>

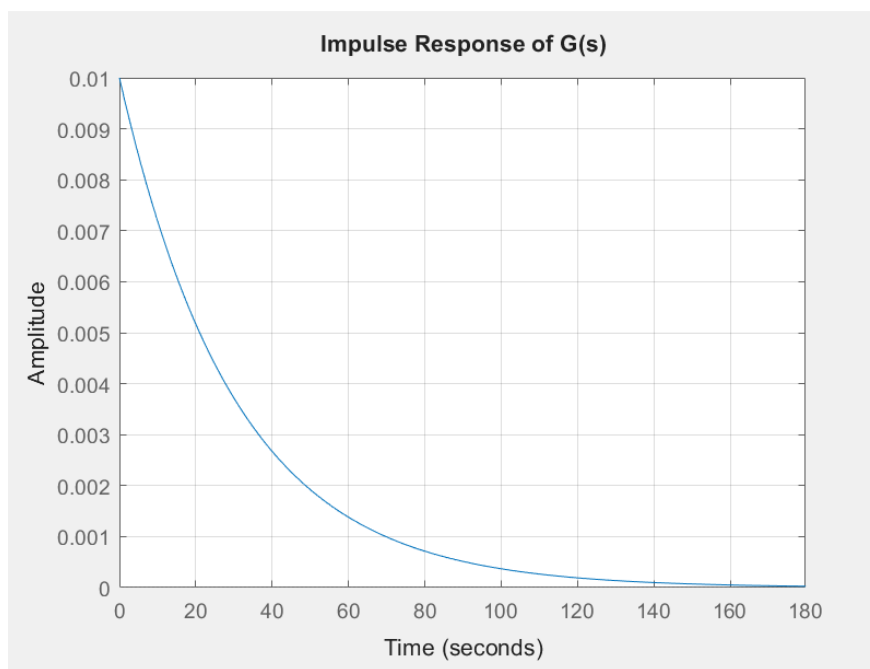
شکل ۱۴: $A_{tt} = 99$ & $Area = 100$

```
1 num = 0.01;
2 den = [1 0.033];
3
4 G = tf(num, den);
5 % step Response
6 figure;
7 step(G);
8 grid on;
9 title('Step Response of G(s));
10 xlabel('Time (seconds)');
11 ylabel('Amplitude');
12
13
14 info = stepinfo(G)
```

Code 2: StepResponse



۲.۵ پاسخ ضربه



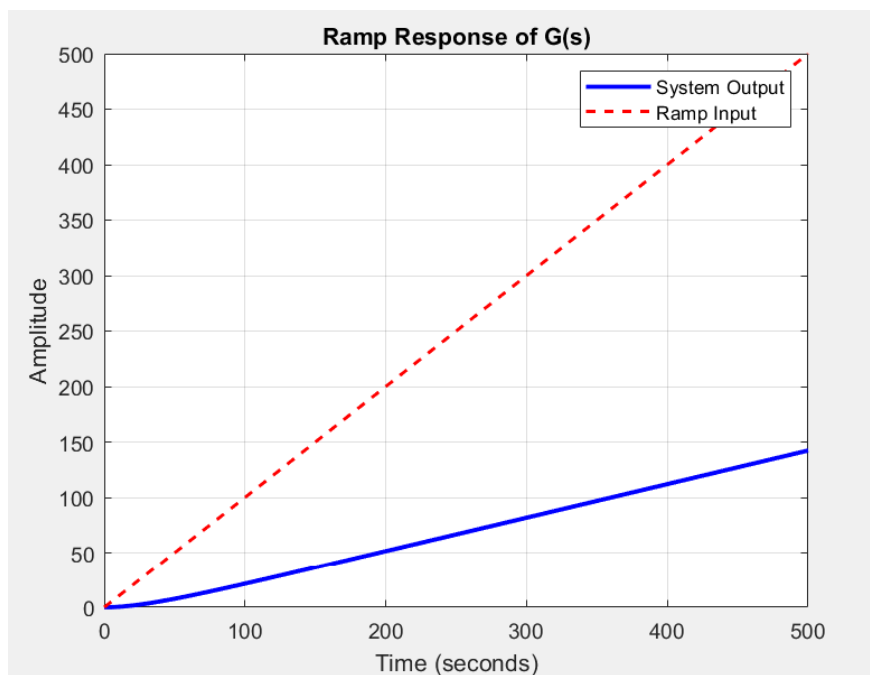
شکل ۱۵: $A_{tt} = 99$ & $\text{Area} = 100$ ImpulseResponse

```
1
2 num = 0.01;
3 den = [1 0.033];
4
5 G = tf(num, den);
6
7
8 figure;
9 impulse(G);
10 grid on;
11 title('Impulse Response of G(s)');
12 xlabel('Time');
13 ylabel('Amplitude');
```

Code 3: ImpulseResponse



۳.۵ پاسخ شیب

شکل ۱۶: $A_{tt} = 99$ & $\text{Area} = 100$ RampResponse

```
1 num = 0.01;
2 den = [1 0.033];
3 G = tf(num, den);
4 t = 0:1:500;
5 r = t;
6
7
8 y = lsim(G, r, t);
9 figure;
10 plot(t, y, 'b', 'LineWidth', 2); hold on;
11 plot(t, r, 'r--', 'LineWidth', 1.5);
12 grid on;
13
14 title('Ramp Response of G(s)');
15 xlabel('Time (seconds)');
16 ylabel('Amplitude');
17 legend('System Output', 'Ramp Input');
```

Code 4: RampResponse



۴.۵ تحلیل پاسخ ها

پاسخ ضربه:

$$h_{\text{imp}}(t) = 0.01 e^{-0.033t} u(t),$$

- مقدار اولیه در $t = 0^+ : h(0^+) = 0.01$.

- مساحت زیر منحنی برابر بهره دیسی: $\int_0^\infty h_{\text{imp}}(t) dt = 0.303$.

پاسخ شیب:

- شیب خروجی در بلندمدت به $K_{DC} \approx 0.303$ می رسد.

- خطای حالت پایا به صورت خطی رشد می کند: $e(t) \approx (1 - K_{DC})t \approx 0.697t$.

- خروجی نسبت به ورودی شیب عقب می ماند به دلیل بهره محدود و دینامیک کند سیستم.

۵.۵ ساختار سیستم

$$G(s) = \frac{0.01}{s + 0.033}$$

تعیین تایپ سیستم (System Type):

تایپ سیستم بر اساس تعداد قطب های واقع در مبدأ ($s = 0$) مشخص می شود. - در این سیستم هیچ قطب در $s = 0$ وجود ندارد. - بنابراین **System Type = 0**.

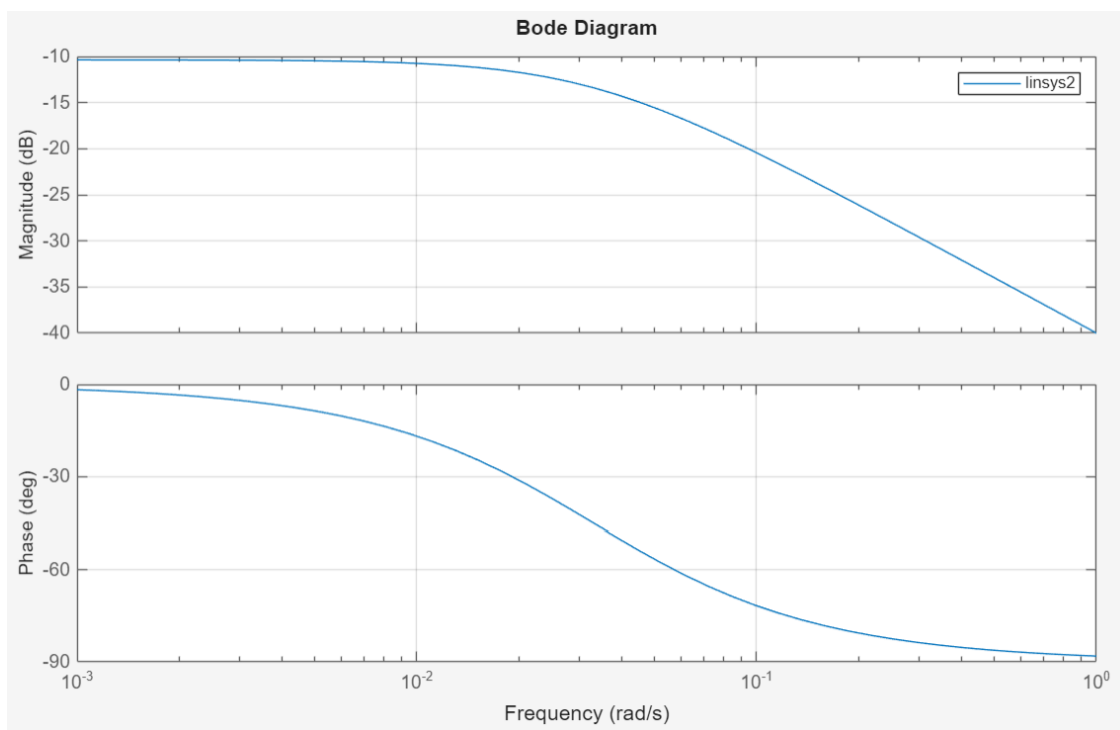
مرتبه کلی سیستم (Order):

مرتبه سیستم برابر تعداد کل قطب هاست. - $G(s)$ دارای یک قطب در $s = -0.033$ است. مرتبه ۱ (سیستم مرتبه اول پایدار).



۶ تحلیل در حوزه فرکانس

۱.۶ Bode



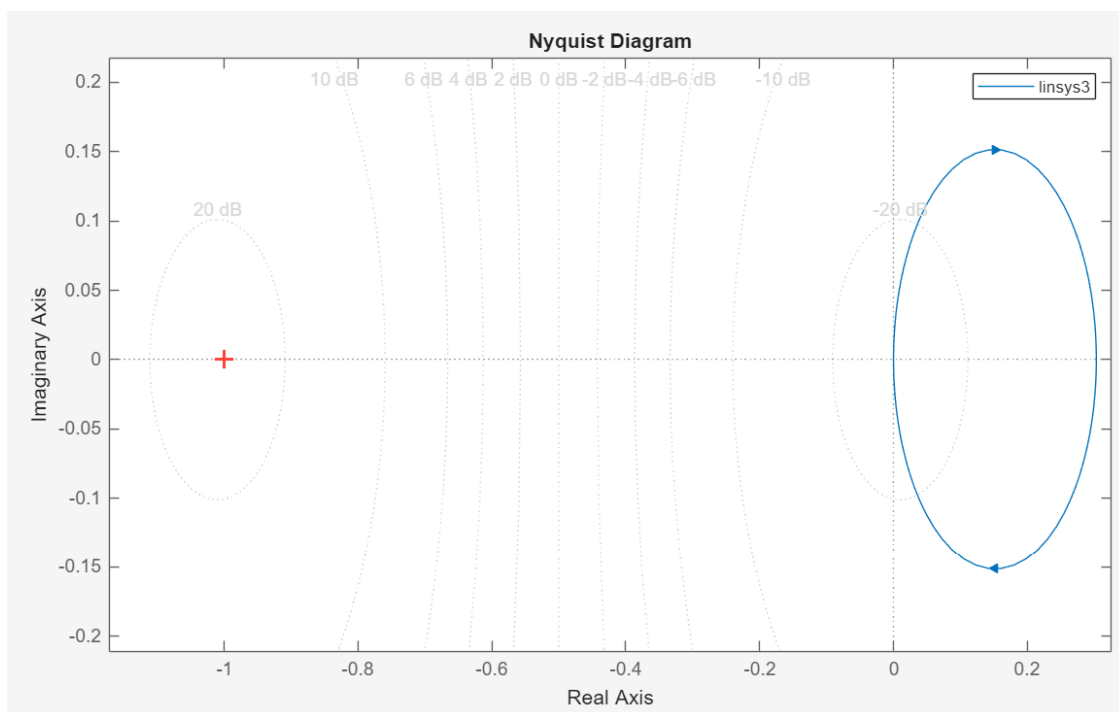
شکل ۱۷: Bode plot of the system

```
1  
2 num = 0.01;  
3 den = [1 0.033];  
4  
5 G = tf(num, den);  
6  
7 bode(G)  
8 grid on
```

Code 5: Bode



Nyquist ۲.۶



شکل ۱۸: Nyquist plot of the system

```

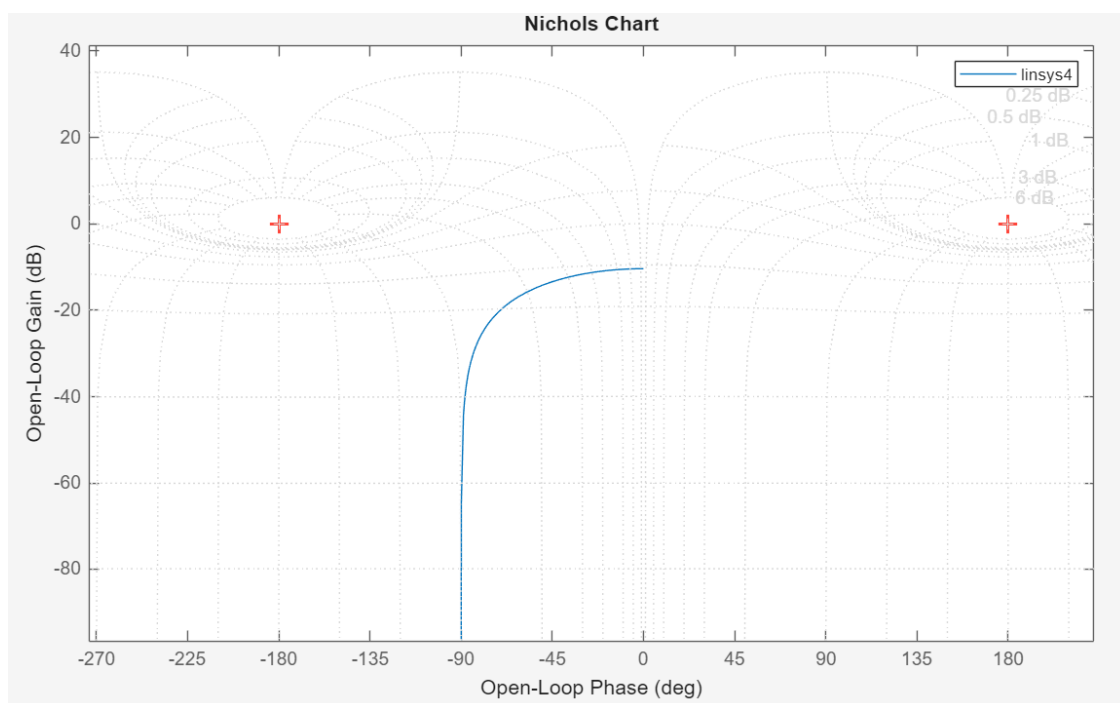
1
2 num = 0.01;
3 den = [1 0.033];
4
5 G = tf(num, den);
6
7 nyquist(G)
8 grid on

```

Code 6: Nyquist



Chart Nichols ۳.۶



شکل ۱۹: Nichols plot of the system

```

1 num = 0.01;
2 den = [1 0.033];
3 G = tf(num, den);
4
5
6 figure;
7 nichols(G);
8 grid on;
9 title('Nichols Chart of G(s)');

```

Code 7: Nichols



۴.۶ تحلیل بودی و نایکونیست سیستم

$$|G(j\omega)| = \frac{0.01}{\sqrt{\omega^2 + 0.033^2}}, \quad \angle G(j\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{0.033}\right).$$

نمای پارامتریکی $G(j\omega)$ را می‌توان به صورت قسمت‌های حقیقی و موهومی نوشت:

$$G(j\omega) = \frac{0.01(0.033 - j\omega)}{\omega^2 + 0.033^2} = \underbrace{\frac{0.01 \cdot 0.033}{\omega^2 + 0.033^2}}_{\Re\{G\}} - j \underbrace{\frac{0.01 \cdot \omega}{\omega^2 + 0.033^2}}_{\Im\{G\}}.$$

تحلیل بودی:

در فرکانس‌های پایین، بهره سیستم برابر بهره DC بوده و مقدار آن کمتر از واحد است؛ بنابراین سیستم خاصیت تقویتی ندارد. با افزایش فرکانس، بهره با شیب -20 دسی‌بل بر دهه کاهش می‌یابد که مشخصه یک سیستم مرتبه اول است. فاز سیستم از صفر درجه در فرکانس‌های پایین شروع شده و به تدریج به سمت -90 درجه میل می‌کند. به دلیل کوچک بودن بهره، نمودار بودی هرگز به سطح 0 dB نمی‌رسد و در نتیجه فرکانس تقاطع بهره وجود ندارد؛ بنابراین حاشیه فاز عملاً بسیار بزرگ در نظر گرفته می‌شود.

تحلیل نایکونیست:

نمودار نایکونیست از یک نقطه مثبت روی محور حقیقی آغاز شده و با افزایش فرکانس به سمت مبدأ همگرا می‌شود، بدون آنکه نقطه -1 را قطع یا احاطه کند. از آنجا که سیستم در حلقه باز هیچ قطب ناپایداری ندارد و مسیر نایکونیست نقطه -1 را دور نمی‌زند، سیستم حلقه‌بسته با فیدبک واحد پایدار خواهد بود.

۷ تحلیل پایداری و رفتار غیر خطی

۱.۷ معیار راث هرویتز

تابع تبدیل سیستم:

$$G(s) = \frac{0.01}{s + 0.033}$$

برای بررسی پایداری حلقه‌بسته، فیدبک واحد منفی در نظر گرفته می‌شود. معادله مشخصه حلقه‌بسته از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$1 + G(s) = 0$$

در نتیجه:

$$1 + \frac{0.01}{s + 0.033} = 0 \implies s + 0.033 + 0.01 = 0$$

معادله مشخصه سیستم حلقه‌بسته:

$$s + 0.043 = 0$$

تشکیل جدول راث-هرویتز:

$$\begin{array}{c|c} s^1 & 1 \\ s^0 & 0.043 \end{array}$$



بررسی شرط پایداری:

طبق معیار راث-هرویتز، شرط لازم و کافی برای پایداری سیستم آن است که تمامی ضرایب ستون اول جدول راث مثبت باشند.

• ضریب سطر s^1 : 1

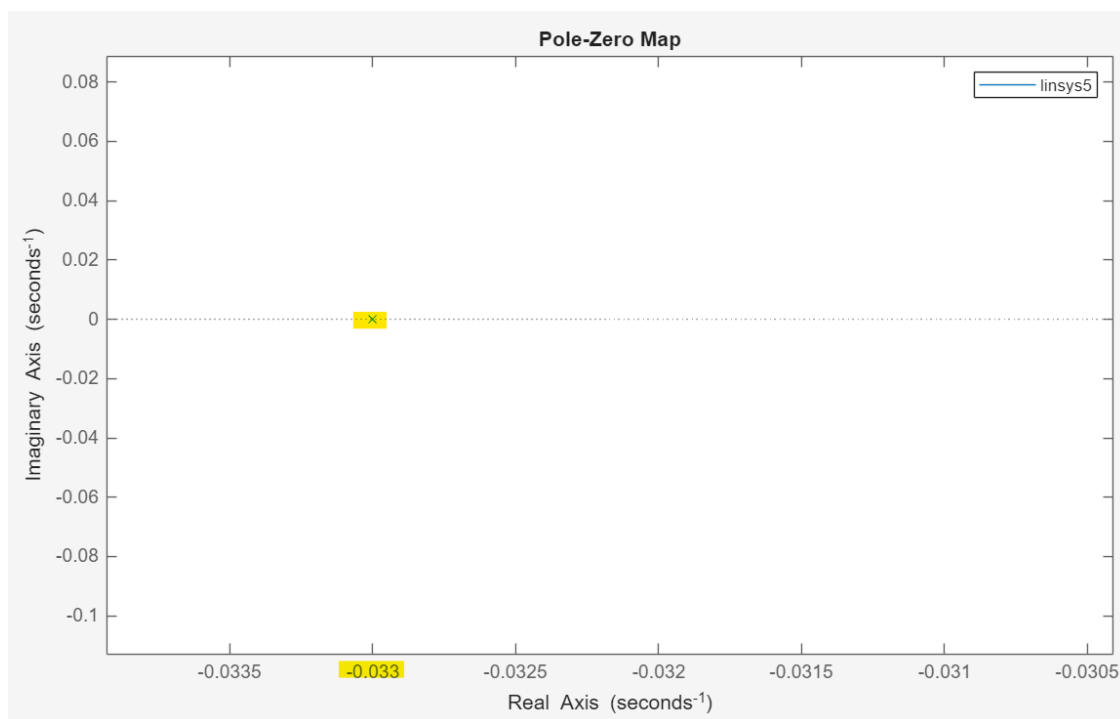
• ضریب سطر s^0 : 0.043

از آنجا که هیچ تغییر علامتی در ستون اول جدول راث وجود ندارد، هیچ ریشه‌ای از معادله مشخصه در نیم‌صفحه راست صفحه مختلط قرار نمی‌گیرد.

نتیجه‌گیری پایداری:

سیستم حلقه‌بسته فاقد قطب در نیم‌صفحه راست بوده و تمامی ریشه‌های معادله مشخصه در نیم‌صفحه چپ قرار دارند. بنابراین، بر اساس معیار راث-هرویتز، سیستم حلقه‌بسته پایدار است.

۲.۷ محل قطب‌ها و صفرها



شکل ۲۰: Pole-Zero Map

۳.۷ پایداری BIBO

یک سیستم BIBO Stable است اگر و تنها اگر به ازای هر ورودی کراندار

$$|u(t)| < Q < \infty$$



خروجی سیستم نیز کراندار باقی بماند:

$$|y(t)| < H < \infty$$

در سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان (LTI) شرط لازم و کافی برای پایداری BIBO آن است که تمام قطب‌های تابع تبدیل در نیم‌صفحه چپ صفحه مختلط قرار داشته باشند.

تابع تبدیل سیستم ($G(s)$) دارای یک قطب در:

$$s = -0.033$$

می‌باشد که در نیم‌صفحه چپ قرار دارد. بنابراین: سیستم از دیدگاه BIBO پایدار است.

عملکرد سیستم در شرایط زیر می‌تواند ناپایدار شود:

- اگر قطب سیستم به نیم‌صفحه راست منتقل شود ($s > 0$)، پاسخ ضربه نمایی افزایشی خواهد شد و خروجی به ازای ورودی کراندار نامتناهی می‌شود.
- اگر قطب سیستم دقیقاً روی محور موهومی یا مبدأ ($s = 0$) قرار گیرد، پاسخ ضربه تضعیف نمی‌شود و انتگرال آن همگرا نخواهد بود؛ در این حالت سیستم BIBO ناپایدار است.
- افزایش بیش از حد بهره حلقه (مثلاً در حضور فیدبک) می‌تواند باعث جابه‌جایی قطب به نیم‌صفحه راست شده و ناپایداری BIBO را ایجاد کند.

۴.۷ تحلیل غیرخطی سیستم و شرایط منجر به ناپایداری

$$G(s) = \frac{0.01}{s + 0.033}$$

نتیجه خطی‌سازی سیستم غیرخطی تانک آب حول یک نقطه کار مشخص است. این مدل تنها برای تغییرات کوچک اطراف نقطه کار معتبر می‌باشد. در شرایطی که دامنه تغییرات ورودی یا حالت‌ها بزرگ شود، فرض خطی بودن دیگر برقرار نبوده و دینامیک واقعی سیستم می‌تواند به‌طور قابل توجهی متفاوت باشد.

در مدل غیرخطی، روابطی مانند وابستگی دبی خروجی به شتاب گرانش، ضریب نفوذ و...

$$q_{out}(t) \propto \sqrt{h(t)}$$

وجود دارند که در تابع تبدیل خطی شده حذف یا تقریب زده شده‌اند. در ارتفاع‌های بسیار کم یا بسیار زیاد، این تقریب خطی باعث خطای مدل شده و ممکن است تحلیل پایداری خطی دیگر معتبر نباشد. در چنین شرایطی، قطب مؤثر سیستم می‌تواند به‌صورت عملی به محور موهومی نزدیک شده و رفتار ناپایدار یا نوسانی ایجاد کند، هرچند مدل خطی پایدار به‌نظر برسد.

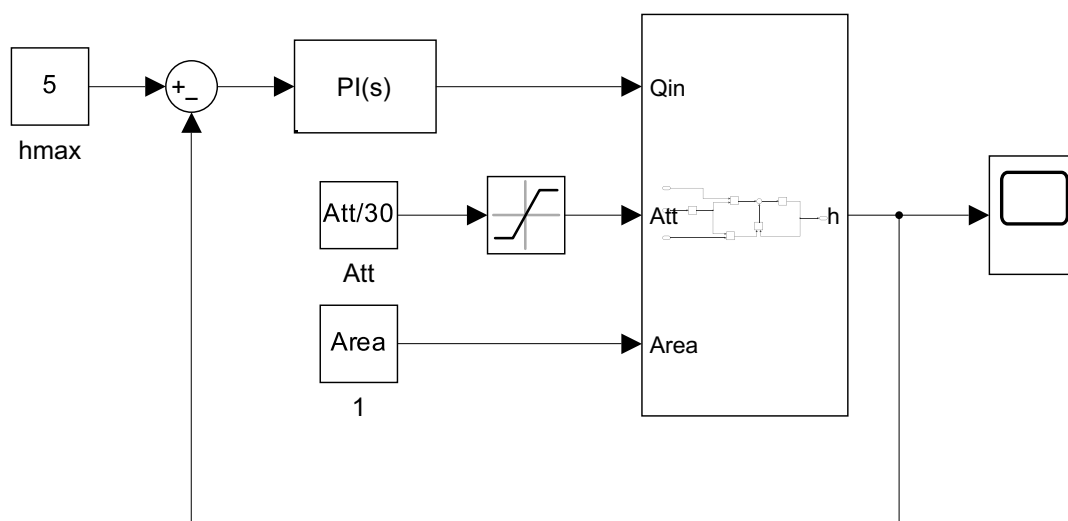
- اشباع عملکرد: شیر ورودی دارای حداکثر دبی است. افزایش بیش از حد فرمان کنترلی باعث اشباع شده و کنترل مؤثر از بین می‌رود؛ در نتیجه ممکن است سطح آب به‌طور کنترل‌نشده افزایش یابد.
- محدودیت ارتفاع: ارتفاع آب نمی‌تواند منفی باشد و دارای حد بالای فیزیکی (لبریز شدن تانک) است. نزدیک شدن به این حدود باعث تغییر شدید دینامیک و خروج از ناحیه خطی می‌شود.



- وابستگی غیرخطی خروجی: با افزایش ارتفاع آب، دبی خروجی به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد. در ارتفاع‌های بالا، تخلیه شدیدتر شده و می‌تواند باعث نوسان سطح آب شود.
- تغییر نقطه کار: هر تغییر قابل توجه در ارتفاع مرجع یا دبی ورودی، نقطه کار سیستم را جابه‌جا می‌کند و مدل خطی قبلی دیگر معتبر نخواهد بود.

۸ طراحی جبران ساز و تنظیم پاسخ نوسانی

سیستم کنترلی را به شکل زیر طراحی می‌کنیم:



شکل ۲۱: ControllerModel

که در این سیستم دبی ورودی توسط کنترلر طراحی شده تایین میشود بطوری که سیستم سعی میکند دبی را طوری انتخاب کند (با توجه به ارتفاع فعلی آب و ماکزیمم ارتفاع آب) که همیشه بیشترین سطح آب داخل مخزن باشد

۱.۸ مدل دینامیکی و تابع تبدیل

دینامیک سیستم به صورت زیر بود:

$$\frac{d}{dt}h(t) = \frac{1}{Area}Q_{in}(t) - \frac{A_{tt}}{Area}h(t)$$

و تابع تبدیل سیستم:

$$G(s) = \frac{H(s)}{Q_{in}(s)} = \frac{0.01}{s + 0.033}$$

ساختار حلقه بسته با فیدبک واحد و منفی:

$$e(t) = r(t) - y(t), \quad r(t) = h(t), \quad u(t) = C(s)e(t)$$



$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

شرایط طراحی کنترلر:

- Overshoot بین 10% تا 20%
- زمان نشست (معیار 2%) کمتر از 5 ثانیه
- خطای حالت ماندگار برای ورودی پله

۲.۸ پارامترهای ζ و ω_n و فراجش

برای سیستم مرتبه دوم استاندارد:

$$M_p = \exp\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

و زمان نشست (معیار 2%):

$$T_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

برای داشتن فراجش بین 10% تا 20%، میرایی در بازه زیر است:

$$0.45 \lesssim \zeta \lesssim 0.60$$

یک انتخاب مناسب در میانه بازه:

$$\boxed{\zeta = 0.5} \Rightarrow M_p \approx 16\%$$

برای شرط زمان نشست:

$$\frac{4}{\zeta\omega_n} < 5 \Rightarrow \omega_n > \frac{4}{5\zeta}$$

با $\zeta = 0.5$:

$$\omega_n > \frac{4}{2.5} = 1.6$$

$$\boxed{\omega_n = 1.6 \text{ rad/s}}$$

۳.۸ کنترل کننده تناسبی (P)

$$C(s) = K_p$$

۱.۳.۸ تابع تبدیل حلقه بسته و معادله مشخصه

$$T(s) = \frac{K_p \frac{0.01}{s+0.033}}{1 + K_p \frac{0.01}{s+0.033}} = \frac{0.01K_p}{s + 0.033 + 0.01K_p}$$

معادله مشخصه:

$$s + 0.033 + 0.01K_p = 0 \Rightarrow s_p = -(0.033 + 0.01K_p)$$



۲.۳.۸ زمان نشست

برای سیستم مرتبه اول:

$$T_s(2\%) \approx \frac{4}{|s_p|} = \frac{4}{0.033 + 0.01K_p}$$

شرط $T_s < 5$:

$$\frac{4}{0.033 + 0.01K_p} < 5 \Rightarrow 0.033 + 0.01K_p > 0.8 \Rightarrow K_p > 76.7$$

۳.۳.۸ خطای حالت ماندگار

برای فیدبک واحد و ورودی پله:

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p G(0)}, \quad G(0) = \frac{0.01}{0.033} = 0.30303$$

پس:

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + 0.30303K_p} \neq 0$$

۴.۳.۸ بررسی شرایط کنترلر

• Overshoot: سیستم حلقه بسته مرتبه اول است و پاسخ پله‌ای آن فراجش ندارد $M_p = 0\% \Rightarrow$

• خطای ماندگار: صفر نمی‌شود چون انتگرال‌گیر ندارد.

نتیجه: کنترل‌کننده P قادر به برآورده کردن شرایط فراجش ۱۰-۲۰٪ و خطای ماندگار صفر نیست؛

۴.۸ کنترل‌کننده تناسبی-مشتقی (PD)

$$C(s) = K_p + K_d s$$

۱.۴.۸ معادله مشخصه حلقه بسته

$$1 + C(s)G(s) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{0.01(K_p + K_d s)}{s + 0.033} = 0$$

$$(s + 0.033) + 0.01(K_p + K_d s) = 0 \Rightarrow (1 + 0.01K_d)s + (0.033 + 0.01K_p) = 0$$

پس قطب حلقه بسته:

$$s_p = -\frac{0.033 + 0.01K_p}{1 + 0.01K_d}$$

• سیستم حلقه بسته همچنان مرتبه اول است.



- پاسخ پله برای سیستم مرتبه اول فراجش ندارد $\Rightarrow M_p = 0\%$.
 - مانند P به علت نبود انتگرال گیر، خطای حالت ماندگار صفر نمی شود.
- نتیجه: کنترل کننده PD نیز قادر به تحقق قیود فراجش ۱۰%-۲۰ و خطای حالت ماندگار صفر نیست.



۵.۸ کنترل کننده تناسبی-انتگرالی (PI)

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s}$$

۱.۵.۸ حلقه باز و معادله مشخصه

$$L(s) = C(s)G(s) = \frac{K_p s + K_i}{s} \cdot \frac{0.01}{s + 0.033} = \frac{0.01(K_p s + K_i)}{s(s + 0.033)}$$

معادله مشخصه:

$$1 + L(s) = 0 \Rightarrow s(s + 0.033) + 0.01(K_p s + K_i) = 0$$

$$s^2 + 0.033s + 0.01K_p s + 0.01K_i = 0$$

$$s^2 + (0.033 + 0.01K_p)s + 0.01K_i = 0$$

۲.۵.۸ مقایسه با سیستم مرتبه دوم

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

در نتیجه:

$$2\zeta\omega_n = 0.033 + 0.01K_p$$

$$\omega_n^2 = 0.01K_i \Rightarrow K_i = 100\omega_n^2$$

۳.۵.۸ انتخاب ζ و ω_n مطابق شرایط

از فراجش و زمان نشست نتیجه گرفتیم که:

$$\boxed{\zeta = 0.5}$$

$$\boxed{\omega_n = 1.6}$$

۴.۵.۸ محاسبه ضرایب PI

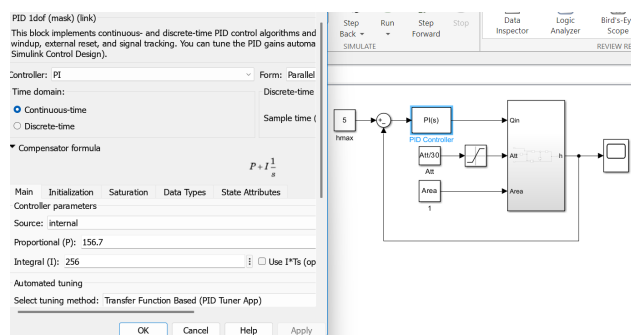
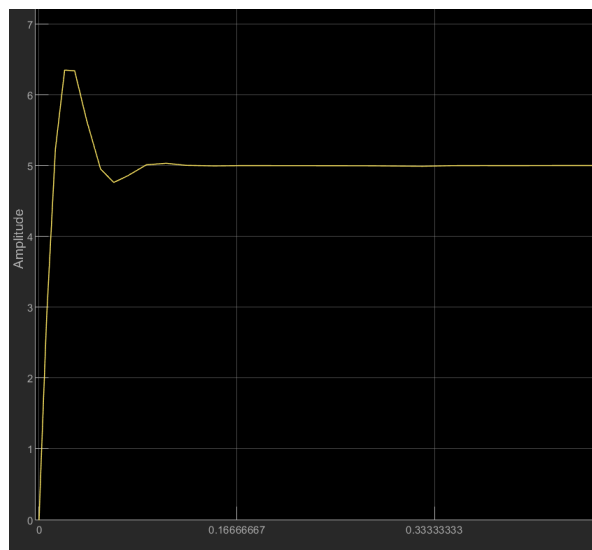
$$K_i = 100(1.6)^2 = 100(2.56) = 256$$

$$0.033 + 0.01K_p = 2\zeta\omega_n = 2(0.5)(1.6) = 1.6$$

$$0.01K_p = 1.6 - 0.033 = 1.567 \Rightarrow K_p = 156.7$$



$$PI: \quad K_p = 156.7, \quad K_i = 256$$



شکل ۲۲: Setting

شکل ۲۳: خروجی سیستم

همانطور که مشخص است زمان نشست سیستم در حدود 0.1 دقیقه یعنی حدود ۶ ثانیه می باشد که قابل قبول بوده و مقدار پیک آن حدود 6.2 است که در نتیجه فرآجهش حدودا ۲۴ درصد می شود. میتوان با تیون کردن به روش های زیگلر-نیکولز و و تغییر جزئی در مقادیر کنترلر سیستم را به حالت مورد نظر رساند

۶.۸ کنترل کننده PID

۱.۶.۸ تعریف

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

۲.۶.۸ معادله مشخصه حلقه بسته

$$1 + C(s)G(s) = 0 \Rightarrow 1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) \frac{0.01}{s + 0.033} = 0$$

$$s(s + 0.033) + 0.01(K_d s^2 + K_p s + K_i) = 0$$

$$(1 + 0.01K_d)s^2 + (0.033 + 0.01K_p)s + 0.01K_i = 0$$

برای مقایسه با فرم استاندارد مرتبه دوم، ابتدا دو طرف را بر ضریب s^2 تقسیم می کنیم:

$$s^2 + \frac{0.033 + 0.01K_p}{1 + 0.01K_d} s + \frac{0.01K_i}{1 + 0.01K_d} = 0$$



فرم استاندارد مرتبه دوم:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

پس داریم:

$$2\zeta\omega_n = \frac{0.033 + 0.01K_p}{1 + 0.01K_d}$$

$$\omega_n^2 = \frac{0.01K_i}{1 + 0.01K_d}$$

از رابطه دوم:

$$K_i = 100\omega_n^2 (1 + 0.01K_d)$$

و از رابطه اول:

$$K_p = \frac{(1 + 0.01K_d) 2\zeta\omega_n - 0.033}{0.01}$$

انتخاب ζ بر اساس فرابرجش

$$\boxed{\zeta = 0.5} \Rightarrow M_p \approx 16\%$$

انتخاب ω_n بر اساس زمان نشست

$$T_s(2\%) \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} < 5 \Rightarrow \omega_n > \frac{4}{5\zeta}$$

با $\zeta = 0.5$:

$$\omega_n > 1.6$$

میتوانیم این مقدار را انتخاب کنیم:

$$\boxed{\omega_n = 1.7 \text{ rad/s}}$$

۳.۶.۸ انتخاب K_d

در سیستم، افزودن مشتق‌گیر باعث افزایش مرتبه سیستم نمی‌شود و تنها ضرایب معادله مشخصه را از طریق عامل $(1 + 0.01K_d)$ مقیاس می‌کند. بنابراین:

• K_d آزادی مقیاس‌دهی به K_p و K_i می‌دهد،

• اما اگر K_d خیلی بزرگ انتخاب شود، سیگنال کنترلی Q_{in} می‌تواند تیز و حساس به نویز گردد،

پس یک مقدار ملایم انتخاب می‌کنیم تا هم قابل پیاده‌سازی باشد و هم باعث افزایش تیزی نشود:

$$\boxed{K_d = 10} \Rightarrow (1 + 0.01K_d) = 1.1$$

۴.۶.۸ محاسبه ضرایب PID

با $\zeta = 0.5$ ، $\omega_n = 1.7$ و $K_d = 10$:

(۱) محاسبه K_i

$$K_i = 100 \omega_n^2 (1 + 0.01 K_d) = 100(1.7)^2(1.1)$$

$$(1.7)^2 = 2.89 \Rightarrow K_i = 100(2.89)(1.1) = 317.9$$

$$K_i = 317.9$$

(۲) محاسبه K_p

$$K_p = \frac{(1 + 0.01 K_d) 2 \zeta \omega_n - 0.033}{0.01} = \frac{(1.1) 2(0.5)(1.7) - 0.033}{0.01}$$

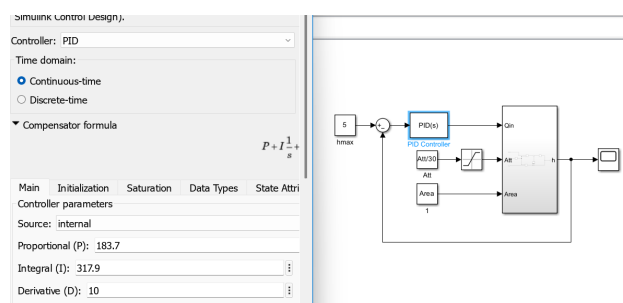
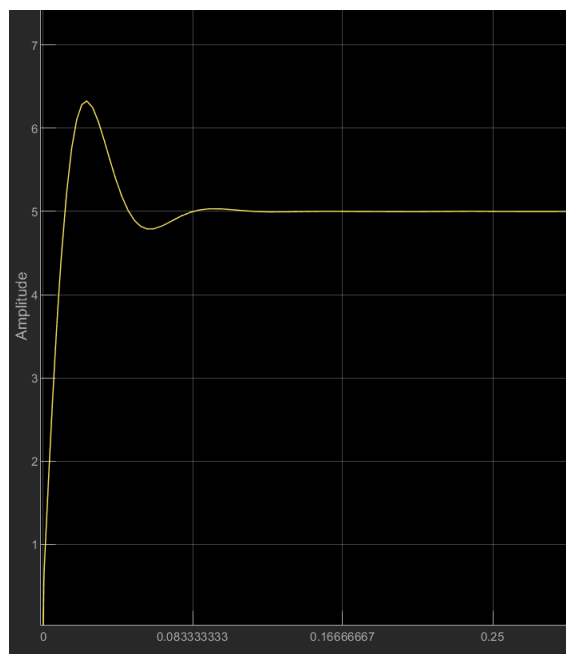
$$2(0.5)(1.7) = 1.7 \Rightarrow (1.1)(1.7) = 1.87$$

$$K_p = \frac{1.87 - 0.033}{0.01} = \frac{1.837}{0.01} = 183.7$$

$$K_p = 183.7$$

بنابراین کنترل‌کننده PID به صورت زیر به دست می‌آید:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = 183.7 + \frac{317.9}{s} + 10s$$



شکل ۲۴: Setting

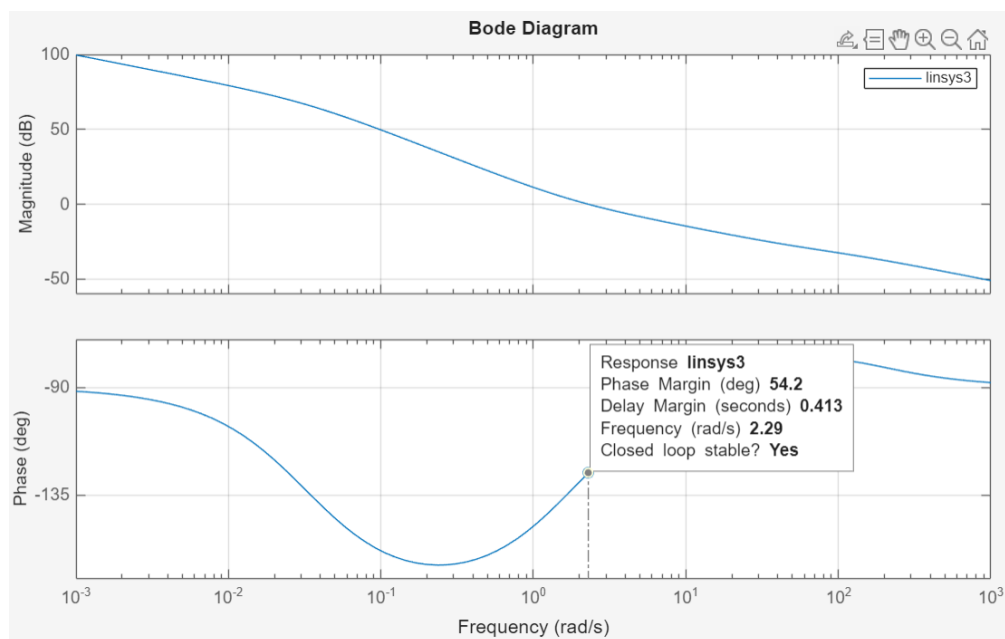
شکل ۲۵: خروجی سیستم

مشخص است زمان نشست سیستم در حدود ۰.۱۲ دقیقه یعنی حدود ۷ ثانیه می باشد که قابل قبول بوده و مقدار پیک آن حدود ۶.۲۵ است که در نتیجه فرآجهش ۲۵ درصد می شود. میتوان با تغییر جزئی در مقادیر کنترلر سیستم را به حالت مورد نظر رساند

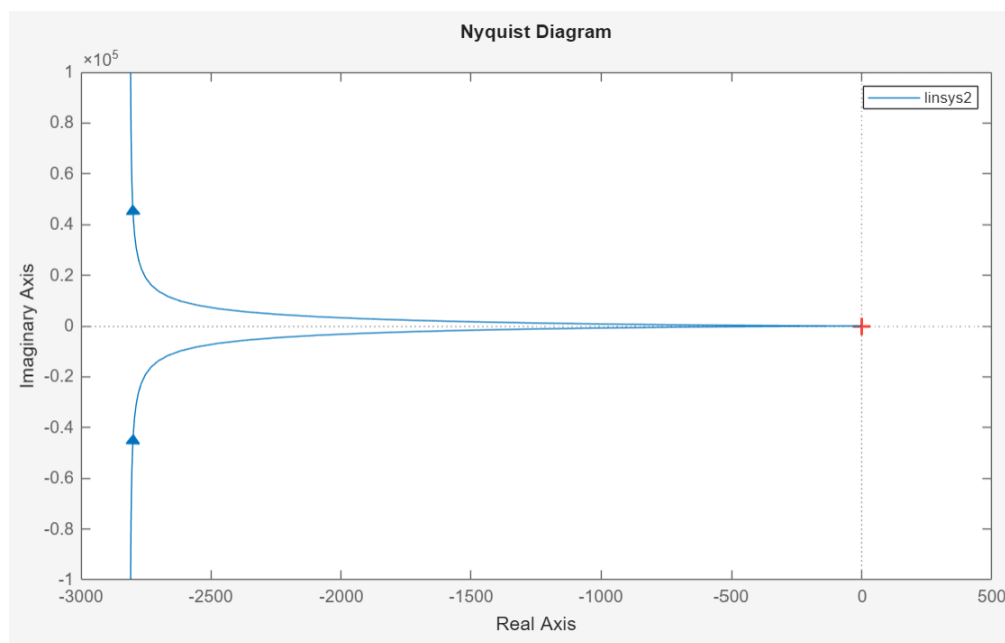
$$M_p \approx \frac{h_{\text{peak}} - h_{\text{max}}}{h_{\text{max}}} \times 100\% \approx \frac{6.25 - 5}{5} \times 100\% \approx 25\%$$



۹ تحلیل فرکانسی سیستم با کنترلر PID



شکل ۲۶: Bode



شکل ۲۷: Nyquist

نمودار نایکوئیست سیستم حلقه باز نشان می دهد که مسیر پاسخ فرکانسی سیستم هیچ گونه احاطه ای حول نقطه بحرانی $(-1, 0)$ ندارد. با توجه به اینکه سیستم حلقه باز فاقد قطب در نیم صفحه راست است، عدم احاطه نقطه $(-1, 0)$ بر اساس معیار نایکوئیست به این معناست



که سیستم حلقه بسته پایدار می باشد.

در نمودار بودی، بهره سیستم در فرکانس های پایین بسیار بالا بوده که نشان دهنده توانایی مناسب سیستم در حذف خطای حالت ماندگار ورد اغتشاش های کم فرکانس است. با افزایش فرکانس، بهره به صورت یکنواخت کاهش یافته و سیستم رفتار یک فیلتر پایین گذر را از خود نشان می دهد که این امر به کاهش اثر نویزهای فرکانس بالا کمک می کند. فرکانس گذر بهره (Gain Crossover Frequency) سیستم حدود:

$$\omega_c \approx 2.29 \text{ rad/s}$$

می باشد. در این فرکانس، حاشیه فاز سیستم برابر است با:

$\text{Margin Phase} \approx 54.2^\circ$
--

این حاشیه فاز نشان می دهد که سیستم دارای میرایی مناسب بوده و انتظار می رود پاسخ گذرای آن بدون نوسان شدید یا ناپایداری باشد.



۱۰ ملاحظات استفاده از کنترل کننده‌های دارای مشتق‌گیر (PD / PID)

کنترل کننده‌های دارای ترم مشتق‌گیر با هدف بهبود پاسخ گذرا و افزایش میرایی سیستم به کار می‌روند، اما پیاده‌سازی نادرست باعث ایجاد سیگنال کنترلی تیز و غیرقابل قبول شود.

در ساختار کلاسیک PID مشتق‌گیر روی خطا اعمال می‌شود:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad e(t) = r(t) - y(t)$$

که در این حالت:

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{dr(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt}$$

در صورت تغییر ناگهانی مرجع (مانند ورودی پله)، مشتق مرجع باعث ایجاد یک ضربه در سیگنال کنترلی می‌شود. برای جلوگیری از این پدیده، در پیاده‌سازی عملی، مشتق‌گیر روی خروجی سیستم اعمال می‌شود:

$$u(t) = K_p(r(t) - y(t)) + K_i \int (r(t) - y(t)) dt - K_d \frac{dy(t)}{dt}$$

که در این ساختار، تغییرات ناگهانی مرجع وارد ترم مشتق نشده و رفتار کنترلی نرم‌تری حاصل می‌شود. از سوی دیگر، مشتق‌گیر نسبت به نویز اندازه‌گیری بسیار حساس است، زیرا مؤلفه‌های فرکانسی بالا را تقویت می‌کند. به همین دلیل، مشتق‌گیر در عمل به صورت فیلترشده پیاده‌سازی می‌شود:

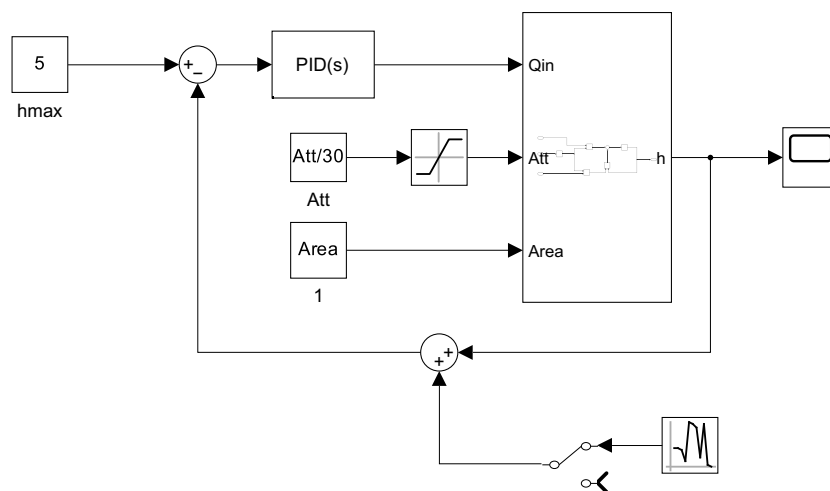
$$K_d s \rightarrow \frac{K_d s}{1 + \frac{s}{N}}, \quad N \approx 20 \text{ تا } 100$$

در سیستم ما که دینامیک سیستم کند است، استفاده از مشتق‌گیر تنها در صورت نیاز به افزایش میرایی توصیه می‌شود و در بسیاری از موارد کنترل کننده PI به تنهایی عملکرد مناسبی ارائه می‌دهد.



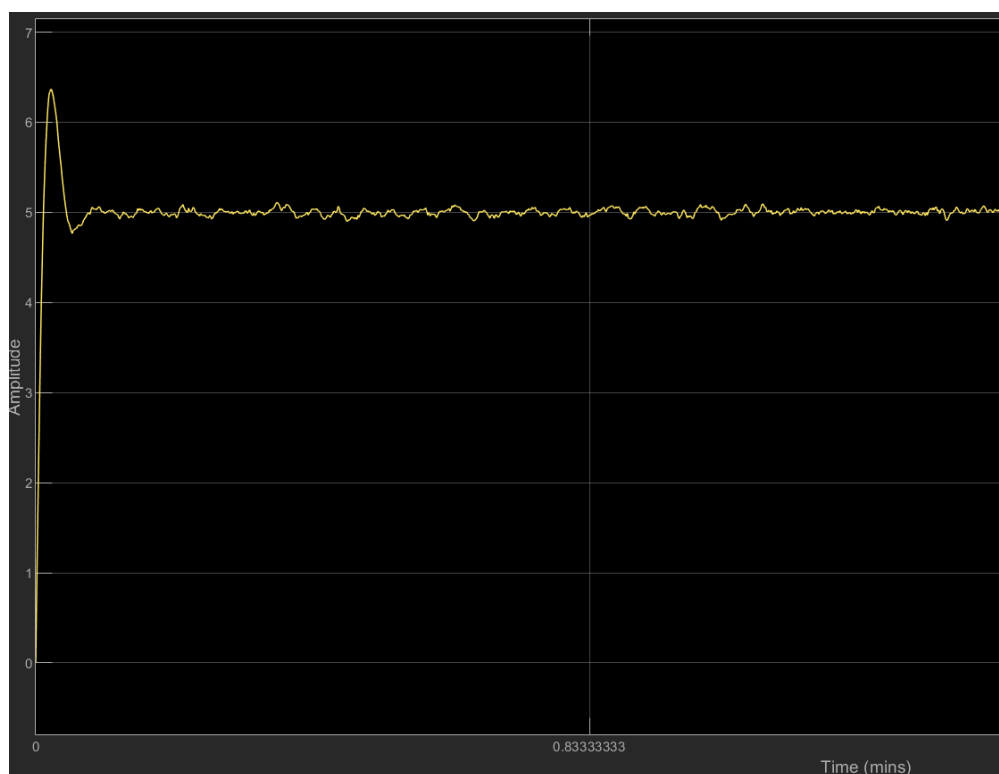
۱۱ تحلیل اثر نویز و اغتشاش

می‌توانیم اثر تلاطم سطح آب را با یک Number Random یا White-Noise در مسیر فیدبک ارتفاع آب به جمع‌کننده مدل کنیم:



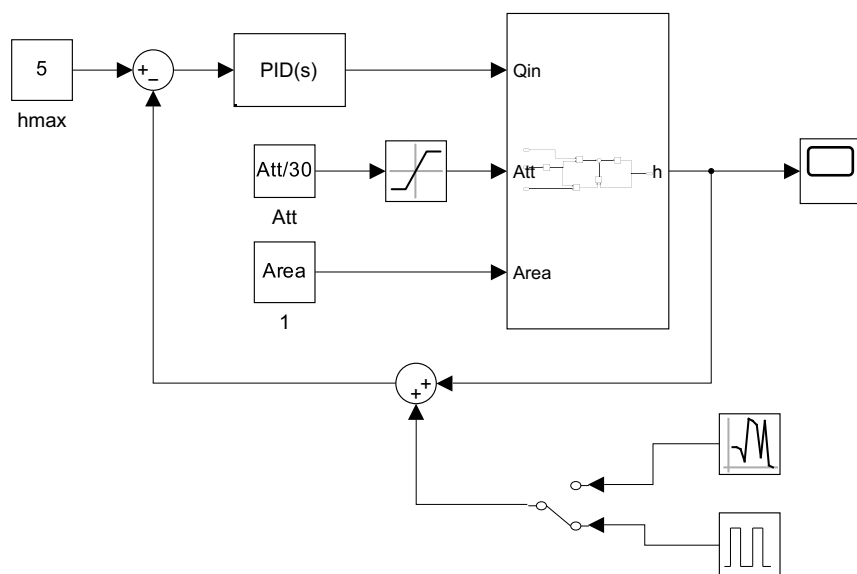
شکل ۲۸: NoiseModel

نویز گوسی اضافه شده به سیستم دارای انحراف معیار 0.01 و میانگین ۰ است

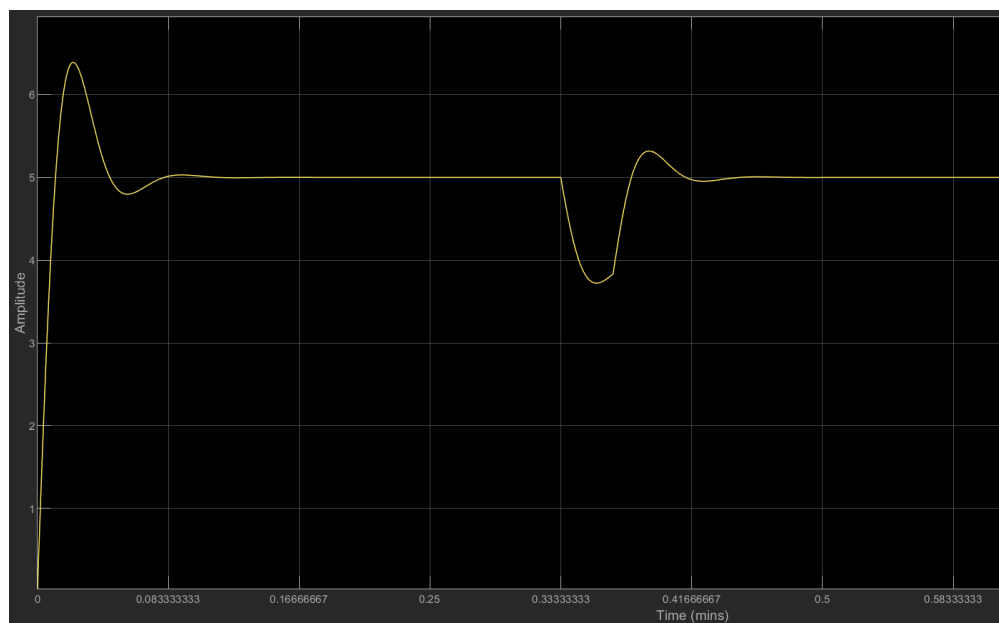


شکل ۲۹: Output in the presence of Gaussian noise

میتوانیم اثر اغتشاش در خروجی را با یک بلوک پله واحد در نظر بگیریم:



شکل ۳۰: DisturbanceModel



شکل ۳۱: Output in the presence of disturbance



۱.۱۱ تحلیل سیستم در حضور نویز گاوسی و اغتشاش

همانطور که مشخص است نمودار دارای ریپل هایی پیرامون مقدار 5 است که ناشی از اثر نویز است. با این حال، میانگین خروجی به مقدار مرجع ($h_{\max} = 5$) نزدیک بوده و نشان می دهد سیستم از نظر خطای حالت ماندگار، عملکرد مناسبی دارد

در هنگام وقوع اغتشاش همانطور که پیدا است بصورت یک افت ناگهانی در خروجی مشاهده می شود که ناشی از تفسیر نادرست کنترل کننده از مقدار واقعی خروجی است. در پاسخ به این اغتشاش، سیستم واکنش اصلاحی نشان داده و خروجی پس از یک نوسان گذرا مجدداً به مقدار مرجع بازمی گردد.

دامنه ی نوسان ناشی از اغتشاش محدود بوده و پاسخ سیستم پس از هر پالس دارای رفتار میرا است. این موضوع بیانگر آن است که کنترل کننده قادر به رد اغتشاش بوده و اثر اغتشاش پالسی را در مدت زمان نسبتاً کوتاهی جبران کرده است.

۲.۱۱ راهکارهای کاهش اثر اغتشاش

برای کاهش اثر اغتشاش و نویز بر خروجی سیستم می توان یک فیلتر پایین گذر در مسیر فیدبک اضافه کرد:

$$y_f(s) = \frac{1}{\tau_f s + 1} y_m(s)$$

این فیلتر باعث تضعیف مؤلفه های فرکانس بالای نویز و اغتشاش های سریع می شود، اما به طور هم زمان یک قطب اضافی به حلقه افزوده و منجر به ایجاد تأخیر فاز می گردد.

تأخیر فاز ناشی از فیلتر پایین گذر در فرکانس گذر حلقه ω_c تقریباً برابر است با:

$$\angle F(j\omega_c) = -\tan^{-1}(\omega_c \tau_f)$$

که این مقدار مستقیماً از حاشیه فاز سیستم کاسته می شود. کاهش حاشیه فاز می تواند باعث افزایش فراجهبش، کاهش میرایی و در صورت انتخاب نامناسب پارامتر فیلتر، حتی ناپایداری سیستم گردد.

بنابراین، بین حذف نویز و سرعت پاسخ یک مصالحه اجتناب ناپذیر وجود دارد؛ به طوری که انتخاب τ_f بزرگ تر منجر به تضعیف بهتر نویز اما کاهش سرعت پاسخ و حاشیه پایداری می شود، در حالی که انتخاب τ_f کوچک تر اثر نویز را کمتر کاهش داده ولی پاسخ سریع تر و پایدارتر باقی می ماند.



۱۲ بررسی ثابت زمانی

۱.۱۲ ثابت زمانی فیزیکی معادله دینامیکی مخزن

مدل خطی شده به صورت زیر بود:

$$\dot{h}(t) = \frac{1}{Area} Q_{in}(t) - \frac{A_{tt}}{Area} h(t)$$

که به عبارتی:

$$\dot{h}(t) + \underbrace{\left(\frac{A_{tt}}{Area}\right)}_a h(t) = \underbrace{\left(\frac{1}{Area}\right)}_b Q_{in}(t)$$

پس قطب سیستم a - بوده و ثابت زمانی فیزیکی (برای پر/خالی شدن) برابر است با:

$$\tau = \frac{1}{a} = \frac{Area}{A_{tt}}$$

طبق تابع تبدیل سیستم:

$$G(s) = \frac{0.01}{s + 0.033}$$

قطب در -0.033 است، لذا:

$$\tau_{\text{فعلي}} = \frac{1}{0.033} \approx 30.3 \text{ s}$$

بنابراین سیستم فیزیکی فعلی ذاتاً کند است و برای رسیدن به $\tau = 1 \text{ s}$ باید:

$$\frac{A_{tt}}{Area} = 1 \iff A_{tt} = Area$$

همچنین از ضرایب تابع تبدیل می‌توان گفت:

$$\frac{1}{Area} = 0.01 \Rightarrow Area \approx 100$$

$$\frac{A_{tt}}{Area} = 0.033 \Rightarrow A_{tt} \approx 3.3$$

یعنی برای رسیدن به $\tau = 1$ با ثابت ماندن $Area \approx 100$ ، باید A_{tt} از 3.3 به حدود 100 افزایش یابد
موارد دیگر:(۱) کاهش $Area$

$$Area_{\text{جدید}} = A_{tt} \approx 3.3$$

یعنی سطح مقطع مخزن باید تقریباً از 100 به 3.3 کاهش یابد پ این کار باعث افزایش سرعت دینامیک سطح می‌شود، ولی از نظر حجمی امکان پذیر نیست.



۱۳ مخزن گیت هاب

HorriFarahani 

JulaeiMoghadam 