

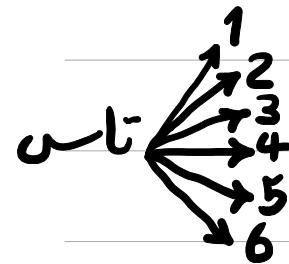
# Normal Distribution

**Machine Learning | Zahra Amini**

Telegram: @zahraamini\_ai & Instagram:@zahraamini\_ai & LinkedIn: @zahraamini-ai

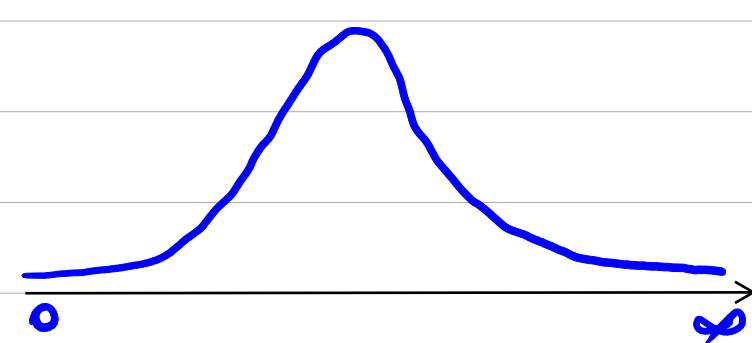
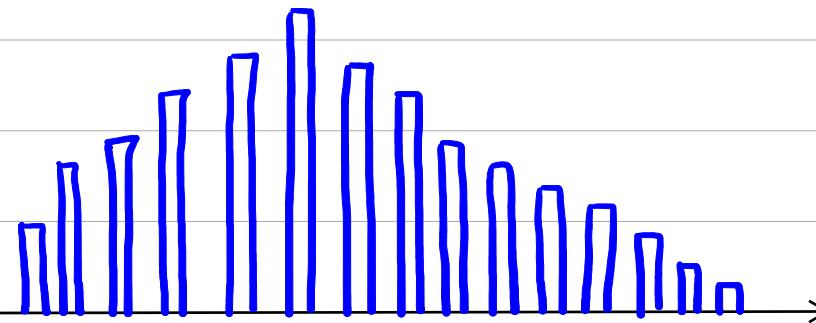
<https://zil.ink/zahraamini>

متغیر تصادفی: متغیری است که متدار آن از اندازه‌گیری برخی از ارزایش‌های اتفاقی به دست می‌آید.



متغیر تصادفی  $\rightarrow$  مثل اعدادی که بعد از پرتاب تاس مشاهده شوند.

پیوسته  $\rightarrow$  مثل قیمت خانه که هر عذری بین هزاره ها تواند باشد.



①	②	③
$H_1$	$H_1$	$H_1$
$H_1$	$H_1$	$T_0$
$H_1$	$T_0$	$H_1$
$H_1$	$T_0$	$T_0$
$T_0$	$H_1$	$H_1$
$T_0$	$H_1$	$T_0$
$T_0$	$T_0$	$H_1$
$T_0$	$T_0$	$T_0$

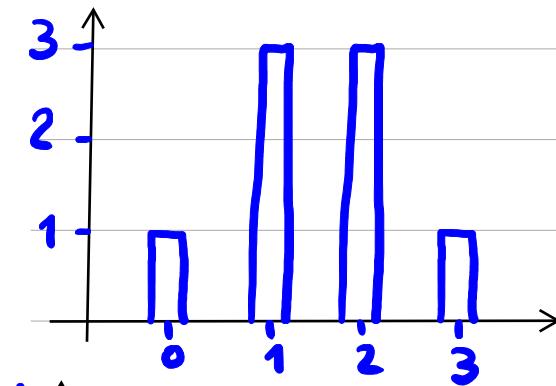
$\rightarrow 3$   
 $\rightarrow 2$   
 $\rightarrow 2$   
 $\rightarrow 1$   
 $\rightarrow 2$   
 $\rightarrow 1$   
 $\rightarrow 1$   
 $\rightarrow 0$

احتمال دفعه: فرض کنید سه تا کله را باهم به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینکه

هر کجا head شوند چه راست?

$\text{N} \left\{ \begin{array}{l} \text{بشت / Tail} \quad 0 \\ \text{رد / Head} \quad 1 \end{array} \right.$

تعداد کل حالات ممکن:  $n = 2^3 = 8$



$$h(0) = 1 \rightarrow P(0) = \frac{1}{8}$$

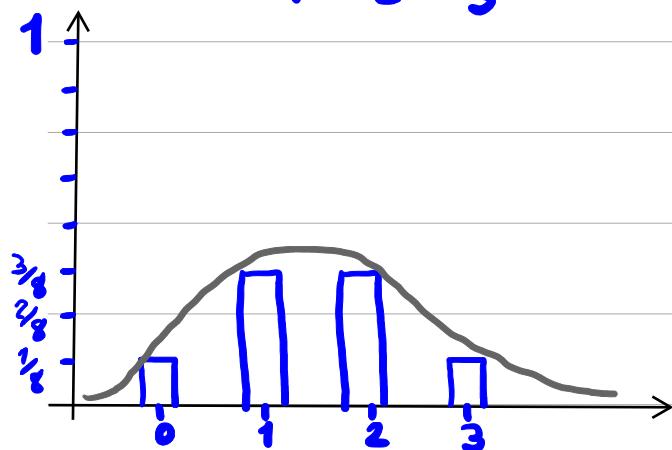
$$h(1) = 3 \rightarrow P(1) = \frac{3}{8}$$

$$h(2) = 3 \rightarrow P(2) = \frac{3}{8}$$

$$h(3) = 1 \rightarrow P(3) = \frac{1}{8}$$

$$P = \frac{h}{n} \rightarrow \frac{1}{8}$$

$$* \sum_{i=0}^x P_i = 1$$



$\leftarrow$  PDF  $\rightarrow$  Probability Density function

پارامترهای یک توزیع آماری:

$$\mu = \bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

$\bar{x}, \mu$  ← (mean) ۱. حیانلین

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{mean}} 3$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \xrightarrow{\text{mean}} \begin{bmatrix} 3 & 3 \end{bmatrix}_{1 \times 2}$$

2. داریانس  $\rightarrow \text{Var}(x)$ : میزان پراںگی (تغیرات) را حول حیانگین تعین کرند.

$$\text{Var}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

Var

پراںگی دادہ

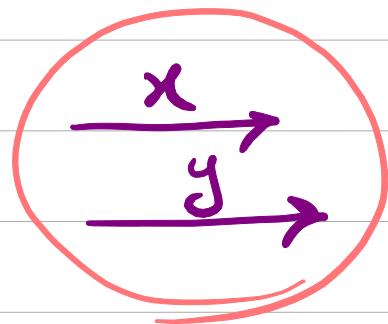
Var

Var  
زیاد

### ۳. ماتریس کوواریانس

$$\text{Var} = \frac{1}{N} \mathbf{X} \mathbf{X}^T$$

$$\text{Cov} = \frac{1}{N} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T$$



ارتباط بین دو بردار (متغیر) در یک را مشخص می‌کند.

اگر خواهد بلوید داده‌های مادر را استای مدل چه توزیعی دارند.

اگر دو در یک جت درست باشند به هم پیوسته وابسته‌اند و  $\text{Cov}$  آنگاه یک عدد بزرگ‌تر از ۱ می‌شود.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \text{Cov} = 0$$

اگر دو y بپردازیم باشند دلیل باشد پیوسته ارتباطی ندارند  $\text{Cov}$  آنگاه ۰ می‌شود.

$$\text{data}_{m \times n} \rightarrow \text{Cov}_{n \times n}$$

$$\text{var}(x) \quad \text{cov}$$

$$\text{Cov} = \left[ \begin{array}{cc} \frac{1}{n} \mathbf{X} \mathbf{X}^T & \text{cov} \\ \text{cov} & \text{var}(y) \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cc} \frac{1}{n} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T & \text{cov} \\ \text{cov} & \text{var}(y) \end{array} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{cc} \frac{1}{n} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T & \text{var}(y) \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{دو یکی} \\ \text{وابتے باشند}}} \left[ \begin{array}{cc} \dots & 0 \\ 0 & \dots \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{جزوی} \\ \text{وابتگی} \\ \text{باشند}}} \left[ \begin{array}{cc} \dots & 0.5 \\ 0.5 & \dots \end{array} \right]$$

ویژگی هم ماتریس  $A$   $\rightarrow$  مستقر است

$$A = A^T$$

ماتریس مستقر: به ماتریس مرتبی مستقر گالویند که:

$A$  is symmetric  $\Leftrightarrow \forall i, j \quad a_{ij} = a_{ji}$  دارای طرفی داریم:

$$\begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} \\ 1 & 0 \\ a_{10} & a_{11} \\ 0 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \rightarrow \text{مرتبی}$$

$$\hookrightarrow a_{00} = a_{00} \checkmark$$

$$a_{10} = a_{01} \checkmark$$

مستقر

$$a_{01} = a_{10} \checkmark$$

$$a_{11} = a_{11} \checkmark$$

توزيع نرمال گاوی:

تک متغیره

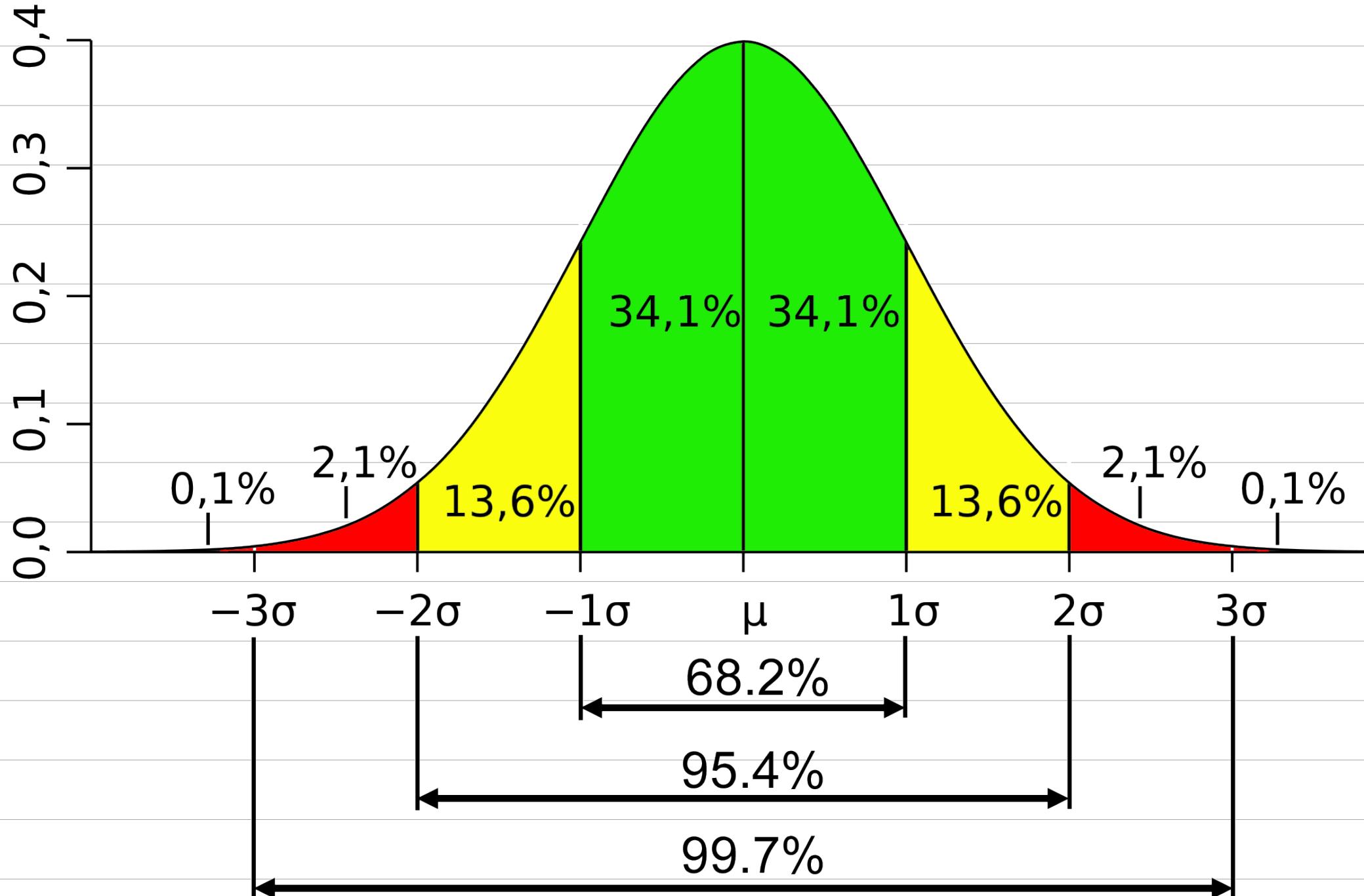
$$f(x | \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \times e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

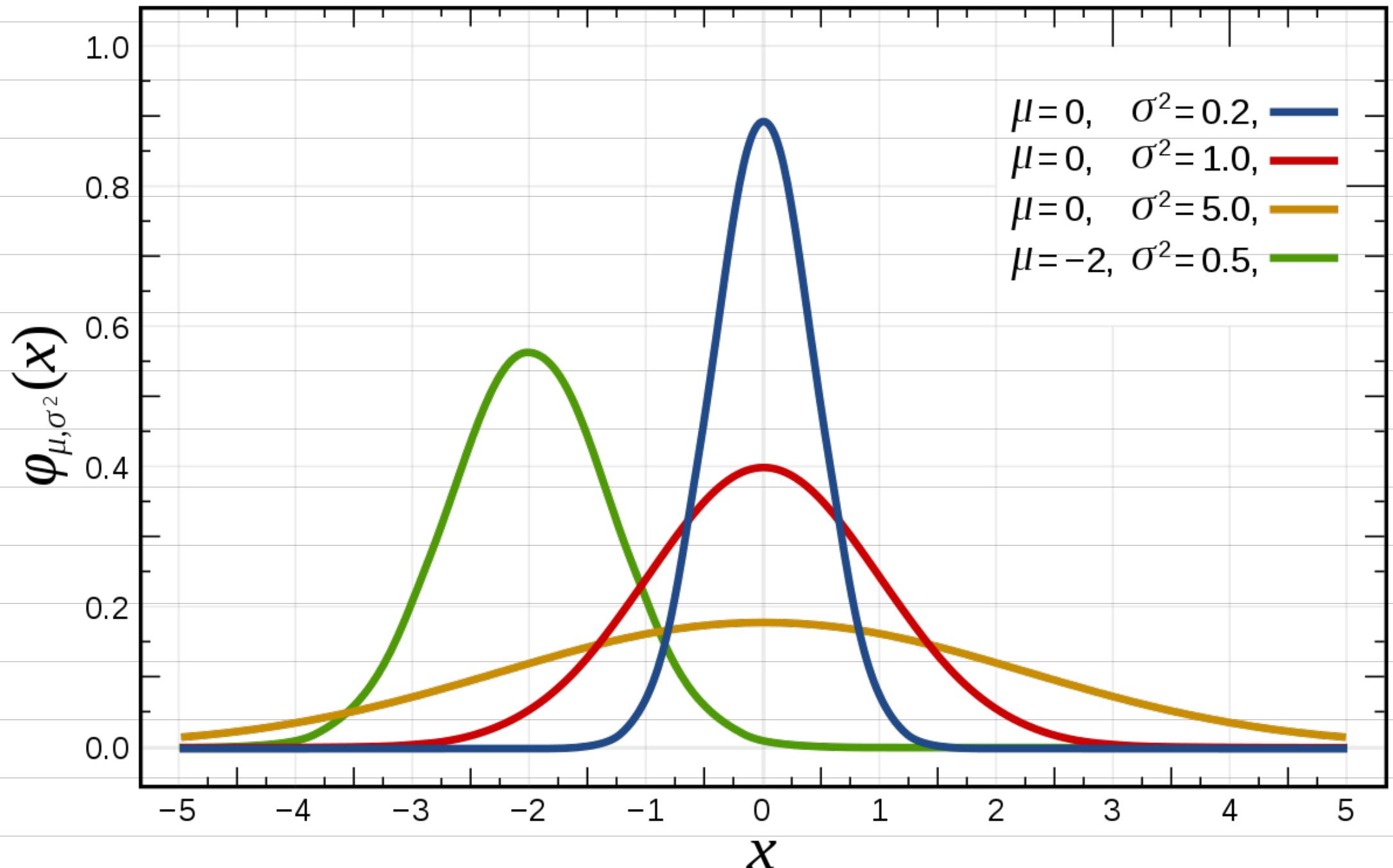
میزان پراکندگی  $\sigma$

میانگین  $\mu$

$$f(x_1, \dots, x_k) = \frac{\exp(-\frac{1}{2} (x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu))}{\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma|}}$$

چند متغیره





$$1. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{مختلط}$$

$$2. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$3. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$4. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Var} & \text{Cov} \\ \text{Cov} & \text{Var} \end{bmatrix}$$

$$5. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$6. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$7. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 6 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$