

Welcome To Our Channel



Artificial Intelligence

AI2YOU Channel

Machine Learning

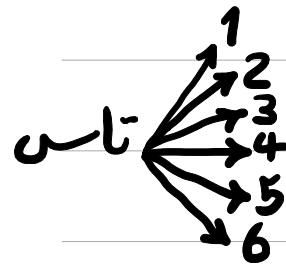
March, 2023

NumPy, Part 3

P01V04

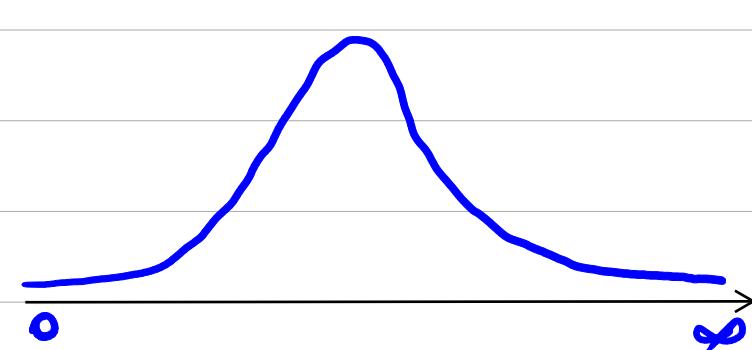
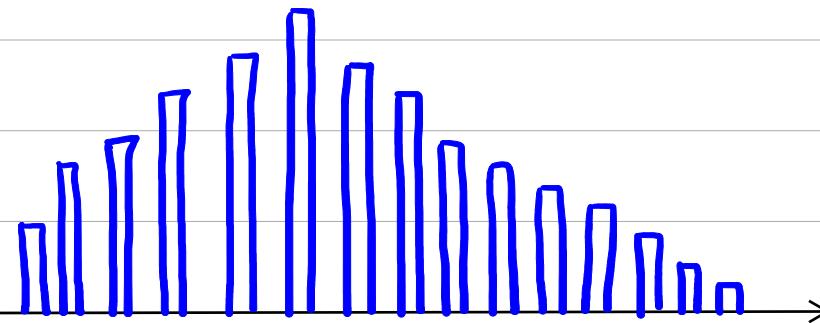
AI2 You
Zahra Amini

متغیر تصادفی: متغیری است که متدار آن از اندازه‌گیری برخی از ارزایش‌های اتفاقی به دست می‌آید.



متغیر تصادفی \rightarrow مثل اعدادی که بعد از پرتاب تاس مشاهده شوند.

پیوسته \rightarrow مثل قیمت خانه که هر عذری بین هزاره ها تواند باشد.



احتمال دفعه:

①	②	③
H_1	H_1	H_1
H_1	H_1	T_0
H_1	T_0	H_1
H_1	T_0	T_0
T_0	H_1	H_1
T_0	H_1	T_0
T_0	T_0	H_1
T_0	T_0	T_0

$\rightarrow 3$

$\rightarrow 2$

$\rightarrow 2$

$\rightarrow 1$

$\rightarrow 2$

$\rightarrow 1$

$\rightarrow 1$

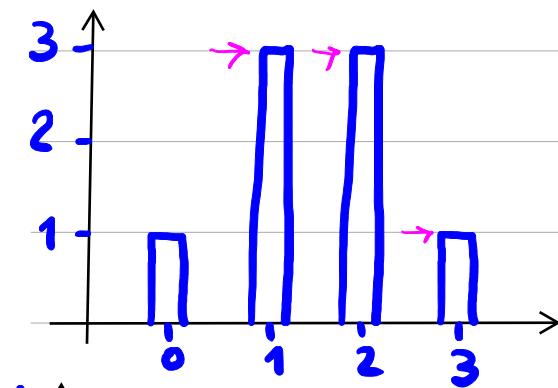
$\rightarrow 0$

فرض کنید سه تا که را باهم به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینها

هر کدام head ترا شدن چه راست؟

که $\left\{ \begin{array}{l} \text{پشت / Tail} \quad 0 \rightarrow \frac{1}{2} = 0.5 \\ \text{رود / Head} \quad 1 \rightarrow \frac{1}{2} = 0.5 \end{array} \right.$

تعداد کل حالات ممکن: $n = 2^3 = 8$



$$h(0) = 1 \rightarrow P(0) = \frac{1}{8}$$

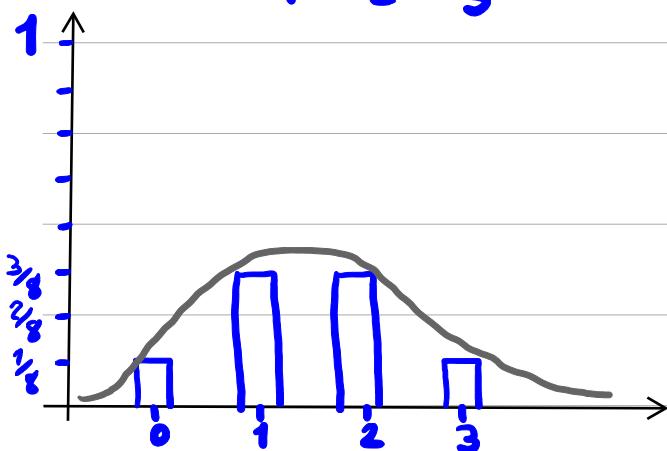
$$h(1) = 3 \rightarrow P(1) = \frac{3}{8}$$

$$h(2) = 3 \rightarrow P(2) = \frac{3}{8}$$

$$h(3) = 1 \rightarrow P(3) = \frac{1}{8}$$

$$\rightarrow P = \frac{h}{n} \rightarrow \frac{h}{8}$$

$$* \sum_{i=0}^x P_i = 1$$



\leftarrow PDF \rightarrow Probability Density function

پارامترهای یک توزیع آماری:

$$\mu = \bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

۱. میانلین (mean) \bar{x}, μ ← (mean)

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{mean}} 3$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \xrightarrow{\text{mean}} \begin{bmatrix} 3 & 3 \end{bmatrix}_{1 \times 2}$$



AI2YOU

Virtual Learning

2. داریانس: میزان پراںندگی (تغیرات) را حول حیانلئن تعین کیا کردا۔

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

Var

پراںندگی دادھا

Var

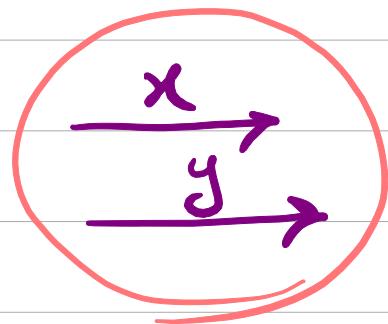
Var
زیاد



۳. ماتریس کوواریانس

$$\text{Var} = \frac{1}{N} \mathbf{X} \mathbf{X}^T$$

$$\text{Cov} = \frac{1}{N} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T$$



ارتباط بین دو بردار (متغیر) در یک را مشخص می‌کند.

اگر خواهد بلوید داده‌های مادر را استای مدل چه توزیعی دارند.

اگر دو در یک جت درست باشند به هم پیوسته وابسته‌اند (Cov آنگاه یک عدد بزرگ‌تر از ۱ باشد).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \text{Cov} = 0$$

اگر دو y بپردازیم باشند دلیل باشد ارتباطی ندارند Cov آنگاه ۰ باشد.

$$\text{data}_{m \times n} \rightarrow \text{Cov}_{n \times n}$$

$$\text{var}(x) \quad \text{cov}$$

$$\text{Cov} =$$

$$\left[\frac{1}{n} \mathbf{X} \mathbf{X}^T \right]$$

$$\left[\frac{1}{n} \mathbf{Y} \mathbf{X}^T \right]$$

$$\left[\frac{1}{n} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \right]$$

$$\left[\frac{1}{n} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T \right]$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{دو یکسان} \\ \text{وابسته باشند}}} \begin{bmatrix} \dots & 0 \\ 0 & \dots \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{جزوی} \\ \text{وابستگی داشته}}} \begin{bmatrix} \dots & 0.5 \\ 0.5 & \dots \end{bmatrix}$$

ویژگی هم ماتریس A \rightarrow متریک است

$$\underline{A = A^T}$$

ماتریس متریک: به ماتریس مرتبی متریک کالویندہ:

A is symmetric $\Leftrightarrow \forall i, j \quad \underline{a_{ij} = a_{ji}}$ دارای طرفی داریم:

$$\begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} \\ a_{10} & a_{11} \end{bmatrix} \xrightarrow[2 \times 2]{} \text{مرتبی}$$

$$\hookrightarrow a_{00} = a_{00} \checkmark$$

$$a_{10} = a_{01} \checkmark$$

متقارن

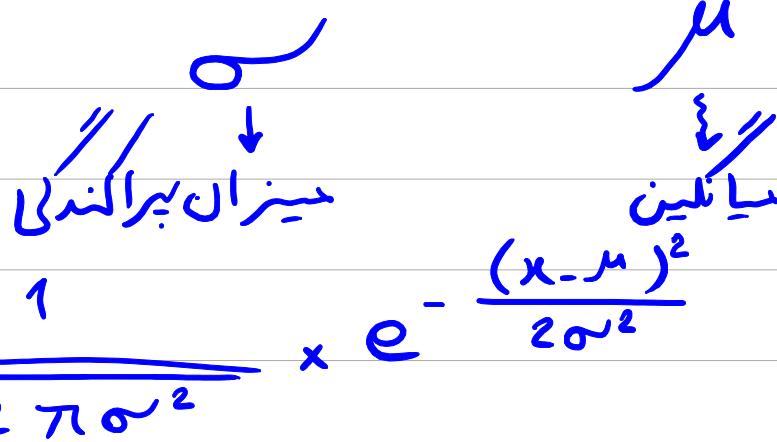
$$a_{01} = a_{10} \checkmark$$

$$a_{11} = a_{11} \checkmark$$

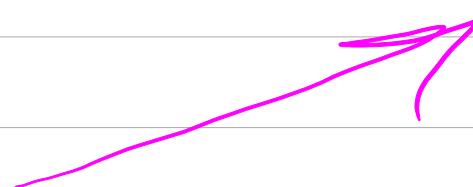
توزيع نرمال کاوی:

تک متغیره

$$f(x | \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \times e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

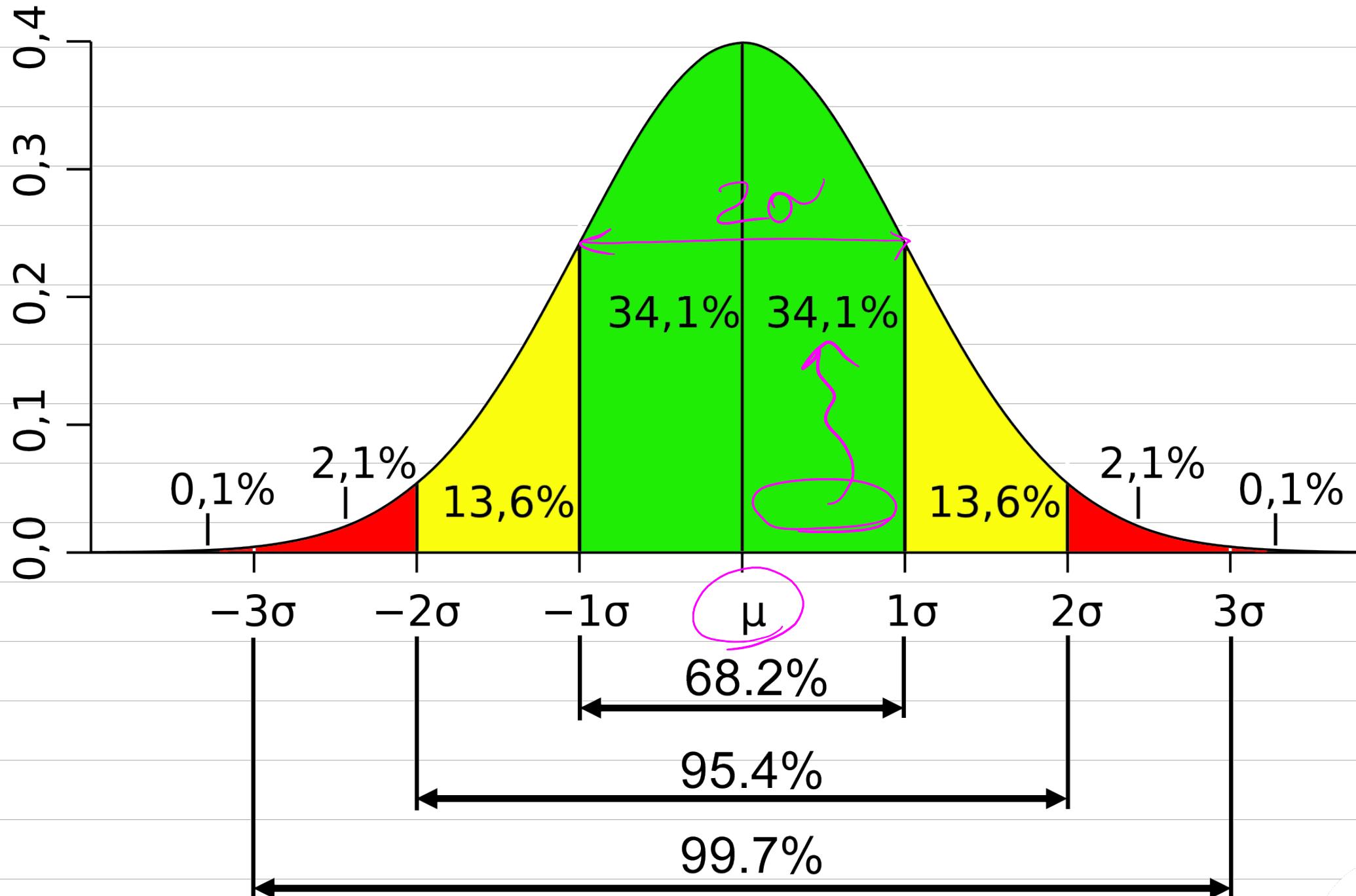


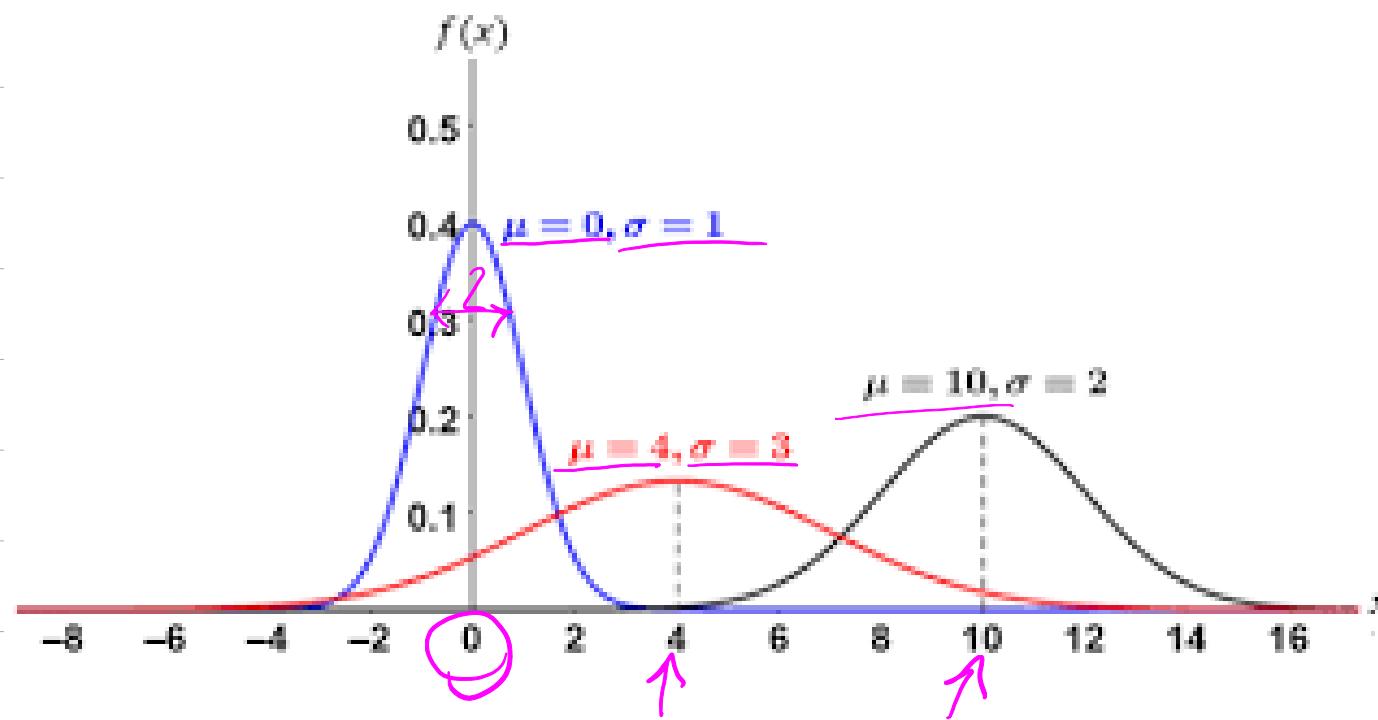
$$f(x_1, \dots, x_k) = \frac{\exp(-\frac{1}{2} (x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu))}{\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma|}}$$



$$\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma|}$$







مثال ٦:

$$1. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$3. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$4. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Var} & \text{Cov} \\ \text{Cov} & \text{Var} \end{bmatrix}$$

$$5. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$6. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$7. \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 6 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$