

تمرینات سری ۵

تمرین شماره ۱: (۲۵ نمره)

الف. فرض کنید $T : R^2 \rightarrow R^2$ یک تبدیل خطی، $T(1, 0) = (1, 4)$ و $T(1, 1) = (2, 5)$ باشد. $T(2, 3)$ را به دست آورید. آیا T یک به یک است؟
ب. آیا تبدیل خطی $T : R^3 \rightarrow R^2$ وجود دارد به طوری که $T(1, 0, 3) = (1, 1)$ و $T(-2, 0, -6) = (2, 1)$ ؟
ج. مثالی بزنید از دوفضای برداری V و W ، و تبدلات خطی متمایز T و S از V به W ، به طوری که $R(T) = R(S)$ و $N(T) = N(S)$.

تمرین شماره ۲: (۲۵ نمره)

فرض کنید $T : V \rightarrow W$ یک تبدیل خطی است.
الف. ثابت کنید T پوشا است، اگر و تنها اگر تبدیل خطی $S : W \rightarrow V$ موجود باشد به طوری که TS تبدیل خطی همانی روی W باشد.
ب. ثابت کنید T یک به یک است، اگر تبدیل خطی $S : W \rightarrow V$ موجود باشد به طوری که ST تبدیل خطی همانی روی V باشد.

تمرین شماره ۳: (۲۵ نمره)

فرض کنید $k_i \in \mathbb{R}$ ، $s < n$ ، $s, n \in \mathbb{N}$ برای $1 \leq i \leq s$ ، و اگر $i \neq j$ آنگاه $k_i \neq k_j$. ابتدا بعد زیرفضای زیر از $P_n(R)$ را مشخص کرده و سپس پایه ای برای آن بیابید.
$$U = \{P \in P_n(R) : P(k_i) = 0 \text{ for } 1 \leq i \leq s\}$$

تمرین شماره ۴: (۲۵ نمره)

فرض کنید $T : R^3 \rightarrow R$ یک تبدیل خطی باشد.
الف. نشان دهید اسکالرهای a ، b و c را میتوان چنان یافت که $T(x, y, z) = ax + by + cz$.
ب. به طور هندسی توصیف کنید که $N(T)$ در فضای سه بعدی، ممکن است به چه شکل هایی باشد؟