

اعضای گروه و شماره های دانشجویی :

۹۹۳۲۱۰۸ - زهرا کسارزنی
 ۹۹۳۲۱۰۵ - پردیس فهندصابر
 ۹۹۳۲۱۰۱ - امیرحسین غزنی

سؤال ۵: توضیحات مربوط نیز در هر مرحله از راه حل نوشته شده اند.

$$\begin{cases} (a+1)x - (y+z)a + bz = a-c \\ x - (x+z)c + cy = b \\ cx + cy - bc + z = 1 \end{cases}$$

ابتدا معادلات را مرتب می کنیم تا بتوانیم ماتریس ضرایب را تشکیل دهیم:

$$\begin{cases} (a+1)x - ay - az + bz = a-c \\ x - cx - cz + cy = b \\ cx + cy + z = 1+bc \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+1)x - ay + (-a+b)z = a-c \\ (1-c)x + cy - cz = b \\ cx + cy + z = bc+1 \end{cases}$$

حال ماتریس ضرایب را بر حسب c و b و a تشکیل می دهیم. مجهولات نیز x و y و z هستند و بردار ثابت ها همچنین طرفین راست معادلات هستند. پس می خواهیم دستگاه زیر را حل کنیم:

$$\begin{bmatrix} a+1 & -a & -a+b \\ 1-c & c & -c \\ c & c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-c \\ b \\ bc+1 \end{bmatrix}$$

$A\vec{x} = \vec{b}$ بردار ثابت ها (\vec{b}) بردار مجهولات (\vec{x}) ماتریس ضرایب (A)

حال باید ماتریس گمگی به نام $[A | \vec{b}]$ را تشکیل دهیم و در صفحه بعد رسم شده.

ماتریس معکوس :

$$\begin{bmatrix} a+1 & -a & -a+b & | & a-c \\ 1-c & c & -c & | & b \\ c & c^2 & 1 & | & bc+1 \end{bmatrix}$$

حال باید آرایه‌های (۱) و (۲) را به حسب آرایه (۱) منگینیم. پس باید
 $[R_2 = R_2 - \left(\frac{1-c}{a+1}\right)R_1]$ $R_3 = R_3 - \left(\frac{1-c}{a+1}\right)R_1$ R_1 جدید

آرایه (۲) منگینیم: $(1-c) - \left(\frac{1-c}{a+1}\right)(a+1) = 0$

$$c - \left(\frac{1-c}{a+1}\right)(-a) = c + \frac{(c-1)a}{a+1} = \frac{a+c}{a+1}$$

$$-c - \left(\frac{1-c}{a+1}\right)(-a+b) = \frac{-2ac + a + bc - b - c}{a+1}$$

$$b - \left(\frac{1-c}{a+1}\right)(a-c) = b + \frac{(a-c)(c-1)}{a+1}$$

ماتریس جدید:

$$\begin{bmatrix} a+1 & -a & -a+b & | & a-c \\ 0 & \frac{a+c}{a+1} & \frac{-2ac+a+bc-b-c}{a+1} & | & b + \frac{(a-c)(c-1)}{a+1} \\ c & c^2 & 1 & | & bc+1 \end{bmatrix}$$

حال باید آرایه (۳) را به حسب آرایه (۲) منگینیم. پس $R_3 = R_3 - \frac{c}{a+1}R_2$

$$c - \frac{c}{a+1}(a+1) = 0, \quad c^2 - \left(\frac{c}{a+1}\right)(-a) = \frac{c(ac+a+c)}{a+1}$$

$$1 - \left(\frac{c}{a+1}\right)(-a+b) = \frac{a+c(a-b)+1}{a+1}$$

$$(bc+1) - \left(\frac{c}{a+1}\right)(a-c) = \frac{-c(a-c) + (a+1)(bc+1)}{a+1}$$

ماتریس جدید:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} a+1 & -a & -a+b & a-c \\ 0 & \frac{a+c}{a+1} & \frac{-2ac+a+bc-b-c}{a+1} & b + \frac{(a-c)(c-1)}{a+1} \\ 0 & \frac{c(ac+a+c)}{a+1} & \frac{a+c(a-b)+1}{a+1} & \frac{-c(a-c)+(a+1)(bc+1)}{a+1} \end{array} \right]$$

حال باید آرایه (۲، ۲) را به حسب آرایه (۳، ۲) حذف کنیم:

$$R_3 = R_3 - \left(\frac{c(ac+a+c)}{a+c} \right) R_2 \quad \left(\text{چون } \frac{c(ac+a+c)}{a+1} \div \frac{a+c}{a+1} = \frac{c(ac+a+c)}{a+c} \right)$$

$$\frac{c(ac+a+c)}{a+1} - \left(\frac{c(ac+a+c)}{a+c} \right) \left(\frac{a+c}{a+1} \right) = 0$$

$$\frac{a+c(a-b)+1}{a+1} - \left(\frac{c(ac+a+c)}{a+c} \right) \left(\frac{-2ac+a+bc-b-c}{a+1} \right) =$$

$$= \frac{2ac^3 + ac^2 + a - bc^3 + c^3 + c}{a+c} \rightarrow \text{به فرم های دیگر ننویسید تا به نتیجه برسید}$$

$$\frac{-c(a-c)+(a+1)(bc+1)}{a+1} - \left(\frac{c(ac+a+c)}{a+c} \right) \left(b + \frac{(a-c)(c-1)}{a+1} \right) =$$

$$= \frac{-abc^2 - ac^3 + a + c^4 + c}{a+c}$$

پس ماتریس بالا امثلتی حاصل که جواب خواسته شده است به فرم زیرین می رسد:

ماتریس نهایی

$$\left[\begin{array}{ccc|c} a+1 & -a & -a+b & a-c \\ 0 & \frac{a+c}{a+1} & \frac{-2ac+a+bc-b-c}{a+1} & b + \frac{(a-c)(c-1)}{a+1} \\ 0 & 0 & \frac{2ac^3 + ac^2 + a - bc^3 + c^3 + c}{a+c} & \frac{-abc^2 - ac^3 + a + c^4 + c}{a+c} \end{array} \right]$$

البته همین ماتریس نهایی را به فرم های دیگر ننویسید تا به جواب نهایی برسید

$$\rightarrow b + \frac{(a-c)(c-1)}{a+1} = \frac{ab+b+ac-a-c^2+c}{a+1} \rightarrow \text{فرم دیگر آرایه (۲، ۴)}$$

لیست از این می توان با روش جایگذاری محاسبه کرد، z و y را به حسب a, b, c به دست آورد (البته خواسته نشده بود):

$$\Rightarrow z = \frac{\text{آرایه } (3,4)}{\text{آرایه } (3,3)} = \frac{-abc^2 - ac^3 + a + c^4 + c}{2ac^3 + ac^2 + a - bc^3 + c^3 + c}$$

$$(\text{آرایه } (2,2) \times y) + (\text{آرایه } (2,3) \times z) = (\text{آرایه } (2,4))$$

$$\Rightarrow y = \frac{2abc^2 + ab - ac^2 + 3ac - 2a - b^2c^2 + bc^2 - bc + 2b + c^3 - c^2 + 2c}{2ac^3 + ac^2 + a - bc^3 + c^3 + c}$$

$$\overset{\text{آرایه}}{[(1,1) \times x]} + \overset{\text{آرایه}}{[(1,2) \times y]} + \overset{\text{آرایه}}{[(1,3) \times z]} = \overset{\text{آرایه}}{(1,4)}$$

$$\Rightarrow z = \frac{-abc^2 - ac^3 + a + c^4 + c}{2ac^3 + ac^2 + a - bc^3 + c^3 + c}$$

(x و y و z را می توان با فاکتورگیری و ... به فرم های دیگری نوشت. البته در voice مربوط به تلفظیات بوده و مربوط به ترتیب بالاسمت کلمات می کند که در صحنه قبل نوشته شده بود).