esprit
Se former autrement

EXAMEN

Semestre : 1 ☐ 2 ☐

Session : Principale ☒ Rattrapage ☐

Unité d'enseignement : *Recherche Opérationnelle*
Module (s) : *Graphes et Applications, Programmation Linéaire*
Classe(s) : *4ERP-BI, 4SLEAM, 4ARCTIC*

Nombre des questions : 29 Nombre de pages : 6

Date : 30/06/2020 Heure : 13h30 Durée : 1heure

Q1 Pour un graphe donné G connexe, ayant v sommets et e arrêtes et n'ayant pas de circuits, quelle affirmation est vraie ?

A. v=e
B. v = e+1 X
C. v = e-1
D. v = e+2

Q2 Quelle affirmation concernant un graphe connexe est vraie ?

A. ∀ (i,j) ∈ G, il existe une chaine reliant les sommets i et j X
B. ∀ (i,j) ∈ G, il existe un chemin reliant les sommets i et j
C. ∀ (i,j) ∈ G, il existe un chemin du sommet i vers le sommet j
D. ∀ (i,j) ∈ G, il existe un chemin du sommet j vers le sommet i

Q3 Quelle affirmation concernant les propriétés des arbres n'est pas vraie ?

A. Un arbre est un graphe connexe sans circuits
B. Un arbre avec n sommets a n-1 arrêtes
C. Il existe un unique chemin entre deux sommets de l'arbre
D. Un graphe est un cas particulier des arbres qui sont connexes avec un nombre minimum d'arrêtes X

Q4 Quelle affirmation définit au mieux un graphe ?

A. Il s'agit d'une structure mathématique ou graphique utilisée pour modéliser les relations par paires entre les objets.
B. C'est une image qui montre les sommets et les liens qui relient les sommets
C. C'est un modèle qui montre les arêtes comme des objets et les sommets comme la relation entre ces objets
D. C'est une paire ordonnée G = (V, E) comprenant V comme un ensemble de sommets et E comme un ensemble d'arêtes qui ont une orientation spécifique X

Q5 Quelle ligne dans le code suivant décrivant l'algorithme d'arbre couvrant à poids minimal de Kruskal contient une erreur ?

```
1. T:= empty graph
2. for i:=1 to n-1
3. e:= any edge in G with smallest weight
4. T:= T with e added
5. Return T (T is a minimum spanning tree)
```

A. Ligne 1
B. Ligne 2
C. Ligne 3
D. Ligne 4

Q6 Quelle affirmation est vraie parmi les suivantes :

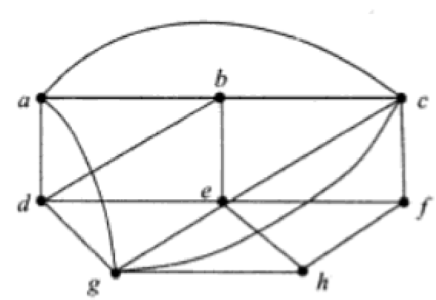
A. Le nombre chromatique χ (G) d'un graphe G est le nombre minimum de couleurs nécessaires pour la coloration de ce graphe et pour un graphe planaire : $\chi(G) \leq 4$

B. Le nombre chromatique χ (G) d'un graphe G est le nombre maximum de couleurs nécessaires pour la coloration de ce graphe et pour un graphe planaire : $\chi(G) \leq 4$

C. Le nombre chromatique χ (G) d'un graphe G est le nombre minimum de couleurs nécessaires pour la coloration de ce graphe et pour un graphe planaire : $\chi(G) \geq 4$

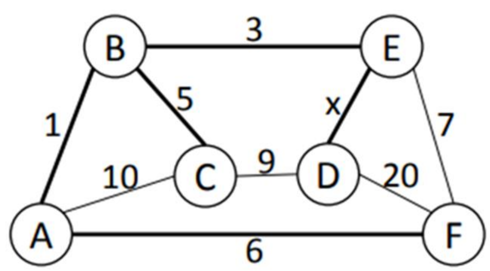
D. Le nombre chromatique χ (G) d'un graphe G est le nombre minimum de couleurs nécessaires pour la coloration de ce graphe et pour un graphe planaire : $\chi(G) < 4$

Q7 En appliquant l'algorithme Welsh-Powell, le nombre de couleurs nécessaires pour la coloration du graphique ci-dessous est :



A. 3 et il se trouve en 3 itérations (étapes) X
B. 3 et il se trouve en 4 itérations (étapes)
C. 4 et il se trouve en 3 itérations (étapes)
D. 4 et il se trouve en 4 itérations (étapes)

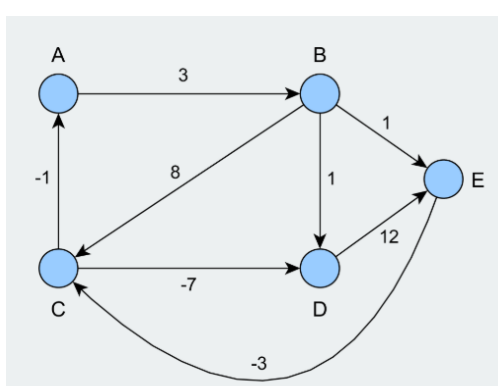
Q8 Pour le graphique ci-dessous, les bords en gras constituent un arbre couvrant à poids minimal. Quelle est la plage de valeurs que x peut prendre ?



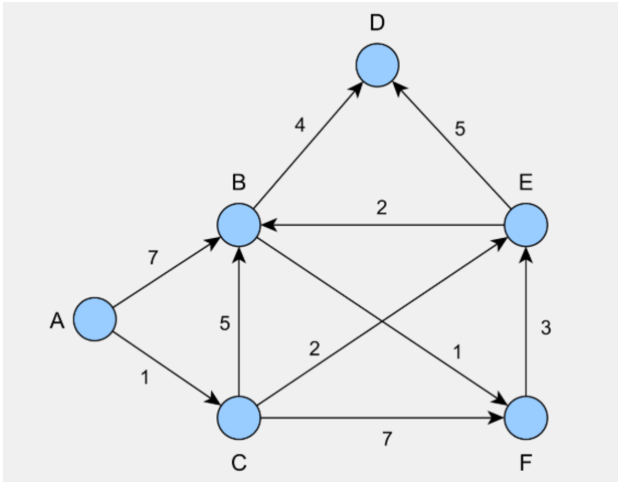
A. X<7
B. X<=16
C. X<= 9
D. X<=7

Q9 Considérez le graphique suivant. Nous voulons trouver le chemin le plus court du noeud A au noeud E, quelle déclaration parmi les suivantes est vraie :

A. Le plus court chemin n'existe pas
B. Le plus court chemin est A-D-E
C. Le plus court chemin est A-B-E X
D. Le plus court chemin est A-B-D-C-E



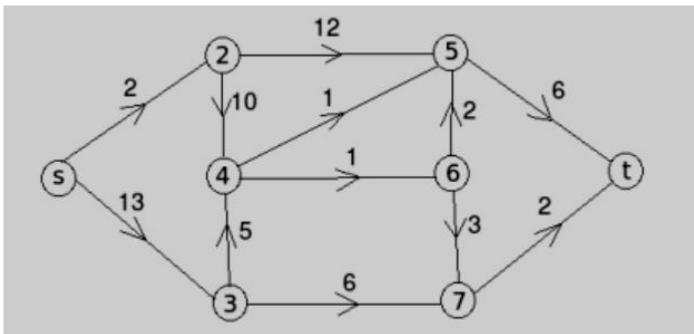
Q10 Considérez le graphique suivant. En appliquant l'algorithme de Dijkstra, le chemin le plus court du nœud A au nœud F est :



A. A-C-F et est trouvé après 3 itérations
B. A-C-E-B-F et est trouvé après 4 itérations
C. A-C-F et est trouvé après 4 itérations
D. A-C-E-B-F et est trouvé après 5 itérations X

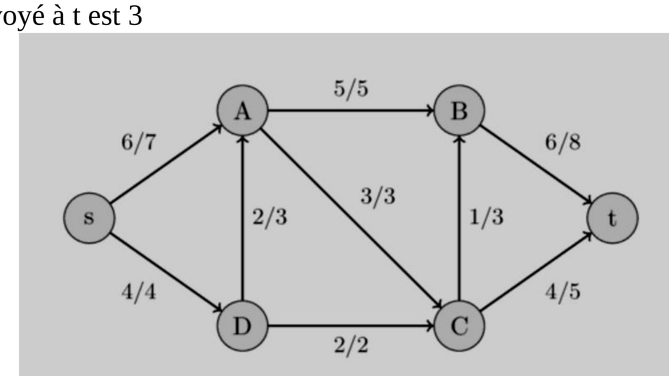
Q11 Pour le modèle de flot sur les réseaux suivant, le flot maximal pouvant être envoyé du nœud source S au nœud récepteur t est :

A. 8
B. 7
C. 6 X
D. 15



Q12 L'image suivante montre un réseau de flots. La première valeur de chaque bord représente le flot et la deuxième valeur représente la capacité. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est correcte ?

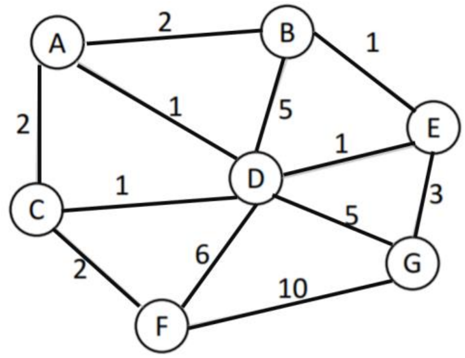
A. Le flot envoyé à t est 10 X
B. Le flot envoyé à t est 13
C. Le flot envoyé à t est 11
D. Le flot envoyé à t est 3



Q13 Considérons le même graphe de la question précédente. Parmi les affirmations suivantes, laquelle n'est PAS correcte ?

A. La répartition du flot sur le réseau est valide X
B. La répartition du flot correspond à un flot maximal de 10
C. La distribution du flot n'est pas optimale, et nous pouvons en ajouter plus
D. La capacité de la coupe minimale est de 10

Q14 Le graphe suivant représente les routes principales reliant 7 villages dans une ville. Les nombres représentent les distances entre les villages. Les routes sont couvertes de neige et la municipalité souhaite trouver la distance totale la plus courte à dégager pour relier les villages. En appliquant l'algorithme de théorie des graphes approprié, la distance totale la plus courte à dégager est :



A. 23 et est trouvée après 6 itérations
B. 23 et est trouvée après 7 itérations
C. 9 et est trouvée après 6 itérations
D. 11 et est trouvée après 6 itérations

Q15 Parmi les propositions suivantes laquelle peut être une contrainte d'un programme linéaire?

A. $x_1=1$ ou $x_2=0$
B. $x_1x_2=1$
C. $x^2_1 + x^2_2 \leq 1$
D. Rien de ce qui précède

Q16 En appliquant l'algorithme de simplexe, si après un certain nombre d'itérations, on obtient un dictionnaire qui n'est pas optimal et on ne trouve pas une variable sortante.
Dans ce cas on peut affirmer que :

A. le PL admet une infinité de solutions.
B. le PL est impossible.
C. le PL est non borné.
D. le PL admet une solution unique.

Enoncé1 Un fabricant produit deux types de yaourts à la Banane A et B à partir de Banane, de Lait et de sucre. Chaque yaourt doit respecter les proportions suivantes de matières premières :

	A	**B**
Banane	2	1
Lait	1	2
Sucre	0	1

On dispose de 800 kg de Bananes, 700 kg de Lait et 300 kg de sucre.
La vente de 1 kg de yaourts A et B rapporte respectivement 14 DT et 20 DT.
Le fabricant cherche à maximiser son profit.
Soient x_A et x_B respectivement les quantités de yaourts A et B produites. On va construire un modèle sous forme d'un PL, nommé **(P 1)**, qui modélise le problème ci-dessus.

Q17 Cocher la fonction objective la plus appropriée pour le programme **(P 1)** :

A. Max $Z = 800\ x_A + 700\ x_B$
B. Min $Z = 14\ x_A + 20\ x_B$
C. Max $Z = x_A + x_B$
D. Max $Z = (800/\ 4)\ x_A + (700/5)\ x_B$

Q18 Cocher l'inégalité la plus appropriée à la contrainte due à la quantité de Banane :

A. $2\ x_A + 2\ x_B \leq 800$
B. $x_B \leq 300$
C. $x_A + 2\ x_B \leq 700$
D. $2\ x_A + x_B \leq 800$

Q19 Cocher l'inégalité la plus appropriée à la contrainte due à la quantité de Lait :

A. $2\ x_A + 2\ x_B \leq 800$
B. $x_B \leq 300$
C. $x_A + 2\ x_B \leq 700$
D. $2\ x_A + x_B \leq 800$

Q20 Cocher la solution du problème **(P 1)**, à l'issue de la première itération de l'algorithme du simplexe :

A. $x_A = 700$; $x_B = 0$
B. $x_A = 0$; $x_B = 800$
C. $x_A = 400$; $x_B = 350$
D. $x_A = 0$; $x_B = 300$

Q21 Sachant que la valeur optimale de la fonction-objectif du programme **(P 1)**, est Z=8200. Cocher la solution optimale (x_A, x_B) qui maximise le profit de **(P 1)**:

A. $(x_A, x_B) = (250,250)$
B. $(x_A, x_B) = (100,390)$
C. $(x_A, x_B) = (300,200)$
D. $(x_A, x_B) = (420,116)$

Q22 A l'optimalité les matières premières épuisées (contraintes saturées) sont :

A. Banane et Sucre
B. Banane et Lait
C. Lait et Sucre
D. Tout ce qui précède

Q23 Si le fabricant de yaourts veut se limiter à la production d'un seul type de yaourt.
On ajoute au modèle des variables y_1 et y_2 qui désignent respectivement fabriquer des yaourts de type1 et de type 2. Alors, ces variables y_1 et y_2 doivent être :

A. Des variables entières
B. Des variables positives
C. Des variables réelles
D. Des variables binaires

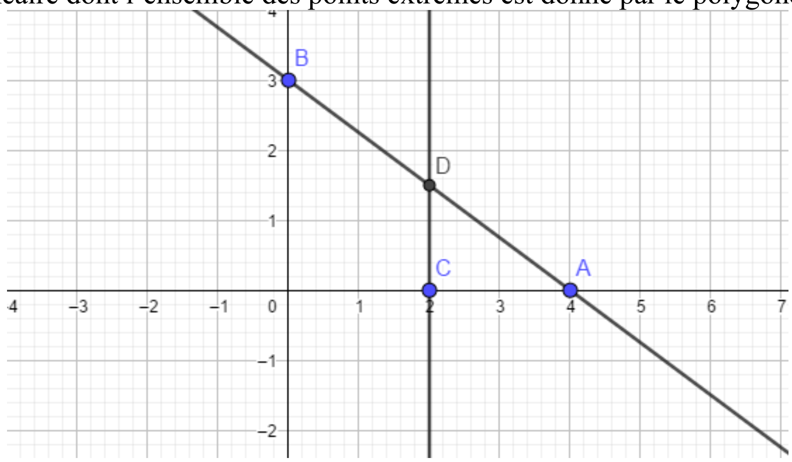
Q24 Cocher la contrainte qui impose qu'un seul produit de yaourts sera vendu :

A. $y_1 + y_2 \leq 1$
B. $y_1 + y_2 \geq 1$
C. $y_1 + y_2 = 1$
D. $y_1 - y_2 = 0$

Q25 Cocher les contraintes relatives aux variables y_1 et y_2, qui doivent être ajoutées au programme pour imposer le choix d'un seul type de yaourt :

A. $x_A \leq y_1$ et $x_B \leq y_2$
B. $x_A \leq 1000\ y_1$ et $x_B \leq 1000\ y_2$
C. $x_A \geq 1000\ y_1$ et $x_B \geq 1000\ y_2$
D. $x_A \geq y_1$ et $x_B \geq y_2$

<u>Enoncé 2</u>
Les droites ci-dessous (la droite (AB) et la droite (CD)) représentent deux contraintes d'un programme linéaire dont l'ensemble des points extrêmes est donné par le polygone (OCDB)



Q26 On conclut que le système des contraintes était :

A. $\begin{cases} 3x + 4y \leq 12 \\ x \leq 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 3x + 2y \leq 12 \\ x \geq 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3x + 4y \geq 12 \\ x \leq 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ y = 2 \end{cases}$

<u>Enoncé 3</u> Sachant que le point D est de coordonnées (2, 1.5) (voir figure ci-dessus) et que le PL **(P2)** était comme suit :

$$Max\ Z = 2x + 3y$$
$$\begin{cases} 3x + 4y \leq 12 \\ \\ x \leq 2 \\ x \geq 0 \,, y \geq 0 \end{cases}$$

Q27 Cocher la valeur Optimale de la fonction-objectif Z :
A. 4
B. 19
C. 8.5
D. 9

Q28 Cocher La solution optimale de **(P2) :**
A. (0 , 3)
B. (3 , 0)
C. (2 , 3/2)
D. Rien de ce qui précède

Q29 On multiplie la fonction-objectif Z du PL **(P2),** par 10, tout en gardant les mêmes contraintes. On note $Z_1 = 10Z$, la nouvelle fonction-objectif ($Max\ Z_1 = 20x + 30y$).
Cocher la solution optimale relative à la fonction-objectif Z_1 :
A. (0 , 3)
B. (0 , 30)
C. (30 , 0)
D. Rien de ce qui précède