

Module : Graphes et Applications

Enseignant(s) : Faouzi Kamoun, Salma Fitouri, Abou ElHassen Ghidhaoui, Jihène Abderrazek

Classe(s) : 4DS, 4SIM, 4TWIN

Documents autorisés : OUI ☐ NON ☒

Date : 04/01/2018 **Heure :** 9h00

Durée : 1 heure 30 min

Exercice 1 (5 points)

Supposons que vous êtes responsable de l'attribution des salles pour une petite convention. Plusieurs événements se produisent et chaque événement a besoin de sa propre salle. Vous pouvez utiliser la même pièce pour deux événements différents tant que les temps ne se chevauchent pas. Supposons que vous avez 10 événements (A-J) comme suit:

A. 3:30pm – 4:30pm

B. 1pm – 3pm

C. 5pm – 7pm

D. 4:30pm – 5pm

E. 1:30pm – 2:30pm

F. 3pm – 4pm

G. 4:30pm – 6:30pm

H. 7:30pm – 9pm

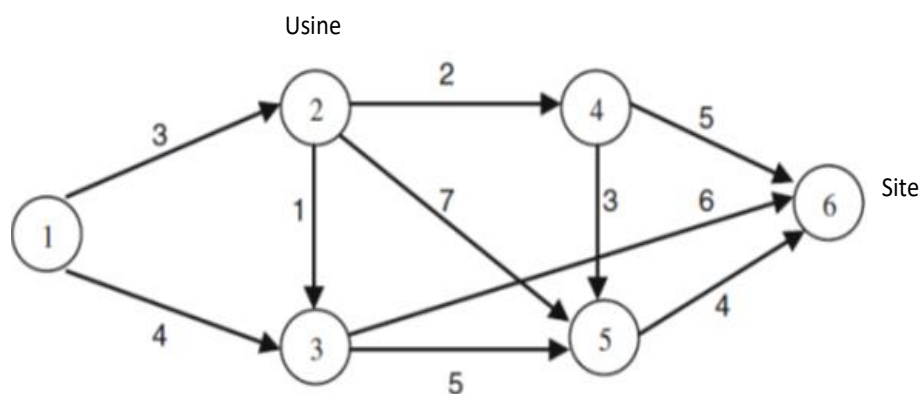
I. 2pm – 6pm

J. 5pm – 8pm

1. A quel problème de théorie des graphes, ce problème se ramène-t-il ? (1 point)
2. De combien de pièces avez-vous besoin? Expliquer votre démarche et préciser les étapes intermédiaires de votre résolution. (4 points)

Exercice 2 (5 points)

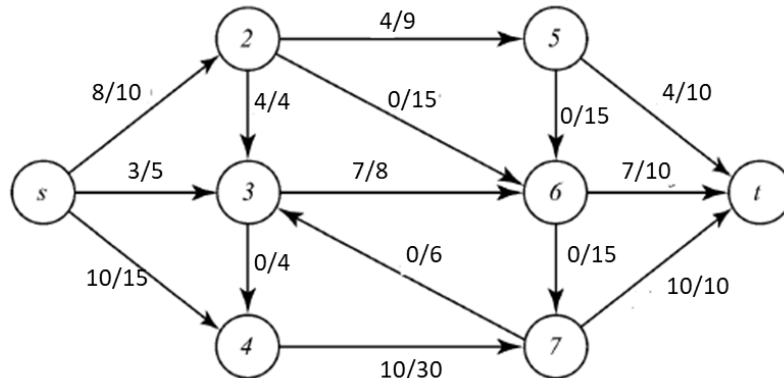
Un camion doit livrer du béton de l'usine vers le site du chantier de construction. Le réseau de la figure ci-dessous représente les routes disponibles entre l'usine et le site. Les distances de nœud à nœud sont données le long des lignes.



- 1- Utilisez l'algorithme de Dijkstra pour déterminer la meilleure route entre l'usine et le site. Expliquer votre démarche et préciser les étapes intermédiaires de votre résolution (3 points)
- 2- Pour ce type de graph acyclique, suggérer un algorithme pour trouver le chemin le plus long. (2 points)

Exercice 3 (5 points)

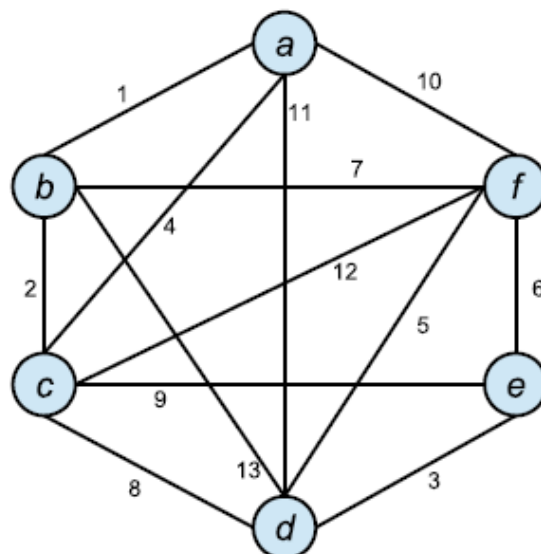
Dans l'exemple de réseau qui suit, on convient de noter x/y le couple flot/capacité. Le réseau a comme entrée (source) le sommet s et comme sortie (puits) le sommet t .



1. Vérifier que la distribution de flot est valide. Justifier votre réponse (0.5 pt)
2. Le flot précédent n'est pas maximal, expliquer pourquoi. (0.5 pts)
3. A partir de la répartition de flot ci-dessus, appliquer l'algorithme de **Ford-Fulkerson** pour maximiser le flot. (3 points)
4. Décrire la répartition du flot maximal et donner la coupe minimale. (1 point)

Exercice 4 (5 pts)

1. Discuter des différences fondamentales entre l'algorithme de Kruskal et l'algorithme de Prim. Comment résumer ces différences ? (1 point)
2. Pour le graphe pondéré ci-dessous, trouver un arbre couvrant de poids minimum. Expliquer votre démarche et préciser les étapes intermédiaires de votre résolution. (1.5 points)
3. L'arbre obtenu à la question précédente fournit un unique chemin du sommet a vers tout autre sommet. Ces chemins sont-ils des plus courts chemins ? Justifier votre réponse. (0.5 point)



4. Sur ce même graphe, quelle est la plus petite valeur entière qu'il faut donner à l'arête **ab** pour qu'elle ne soit obligatoirement plus dans l'arbre couvrant de poids minimum ? Expliquer votre raisonnement (1 point)
5. Sur ce même graphe, quelle est la plus petite valeur entière qu'il faut donner à l'arête **ce** pour qu'elle soit obligatoirement dans l'arbre couvrant de poids minimum ? Expliquer votre raisonnement (1 point)