$$\text{Max} \quad Z = x_1 + x_2$$

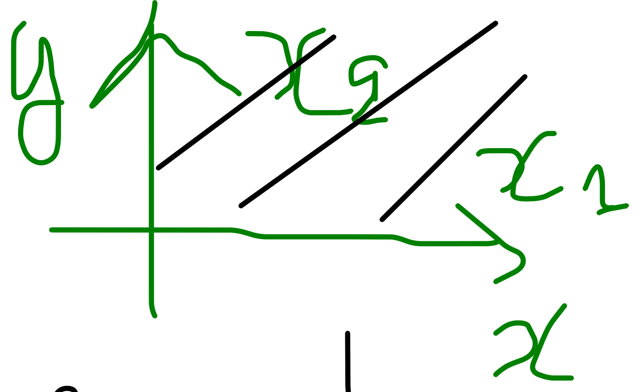
Phase I

$$s.c. \begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 6 \\ x_1 \le 4 \\ x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

(D_1) : $x_1 + 2x_2 = 6 \rightsquigarrow (0,3) ; (6,0)$

(D_2) : $x_1 = 4$

(D_3) : $x_2 = 2$



$y = ax + b$

$x_2 = a x_1 + b$

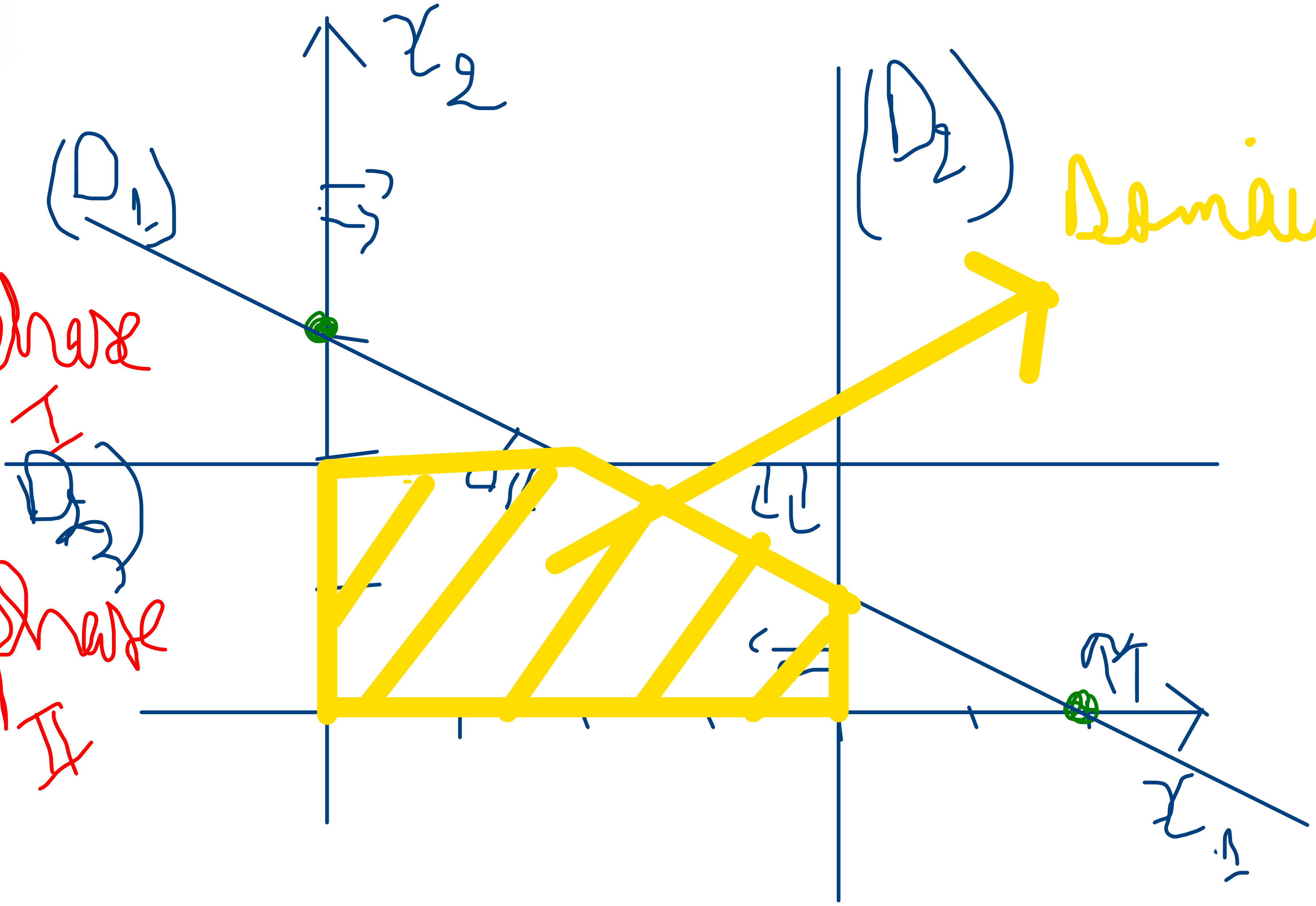
$x_2 = -\frac{1}{2} x_1 + 3$

Phase I

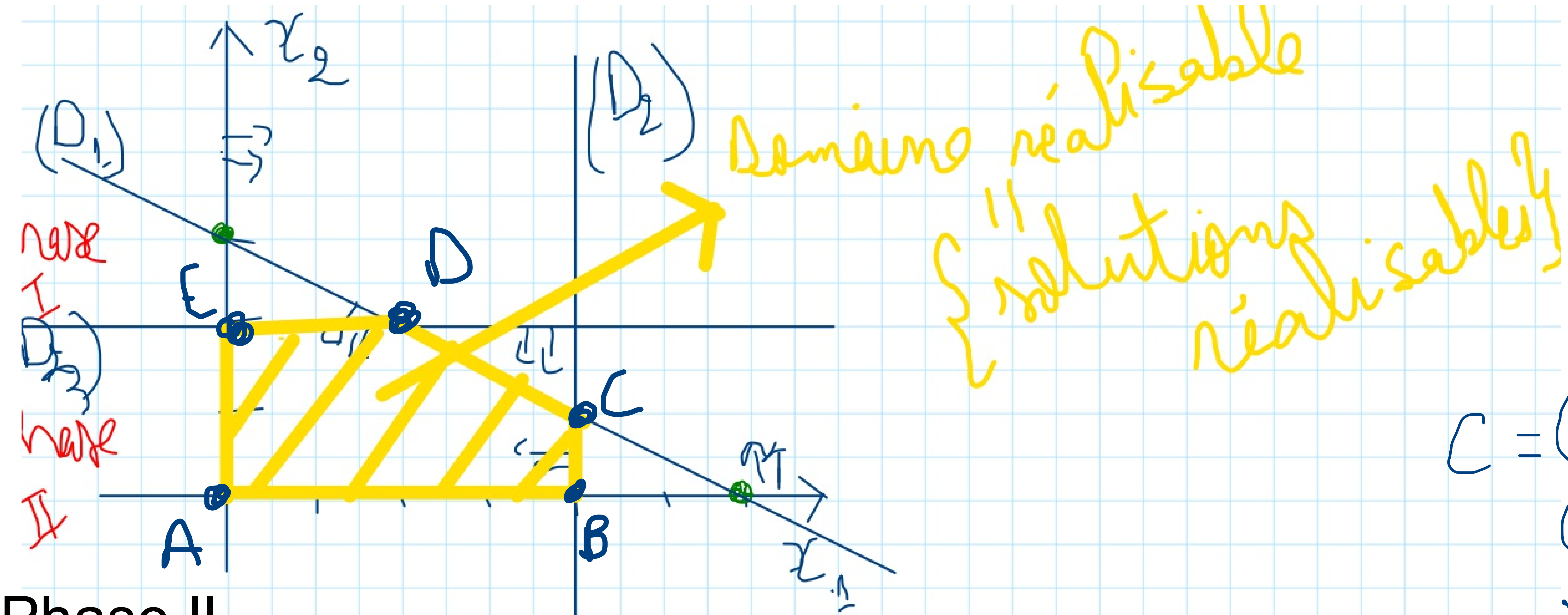
1. Dessiner les contraintes
2. Dessiner le domaine réalisable

Phase II

3. Examiner les valeurs de l'objectif aux sommets du domaine réalisable
4. Trouver toutes les solutions optimales



Domaine réalisable
"solutions réalisables"



$C = (D_1) \cap (D_2)$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 6 \\ x_1 = 4 \end{cases}$$

$Z = x_1 + x_2$

2. Phase II

2.1 Méthode de résolution par énumération :

$A = (0,0) \longrightarrow Z = 0$

$B = (4,0) \longrightarrow Z = 4$

$\boxed{X^* = C = (4,1) \longrightarrow Z = 5 = Z^*}$

$D = (2,2) \longrightarrow Z = 4$

$E = (0,2) \longrightarrow Z = 2$

2.2 Méthode du "gradient" :

Rappel :

$f'(x)$?

$y = f(\underline{x})$

$\downarrow$ var indépendante

Var dépendante

$y = f(x) = x + 1$

pour $x = 1 \Rightarrow y = 2$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} \longrightarrow 0$

$V(r,h) = \pi r^2 h$

$f(x,y,z) = x^2 y + y^3 + 2z + 4$

$\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x} = 2xy + 0 + 0 + 0$

$\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial y} = x^2 + 3y^2$

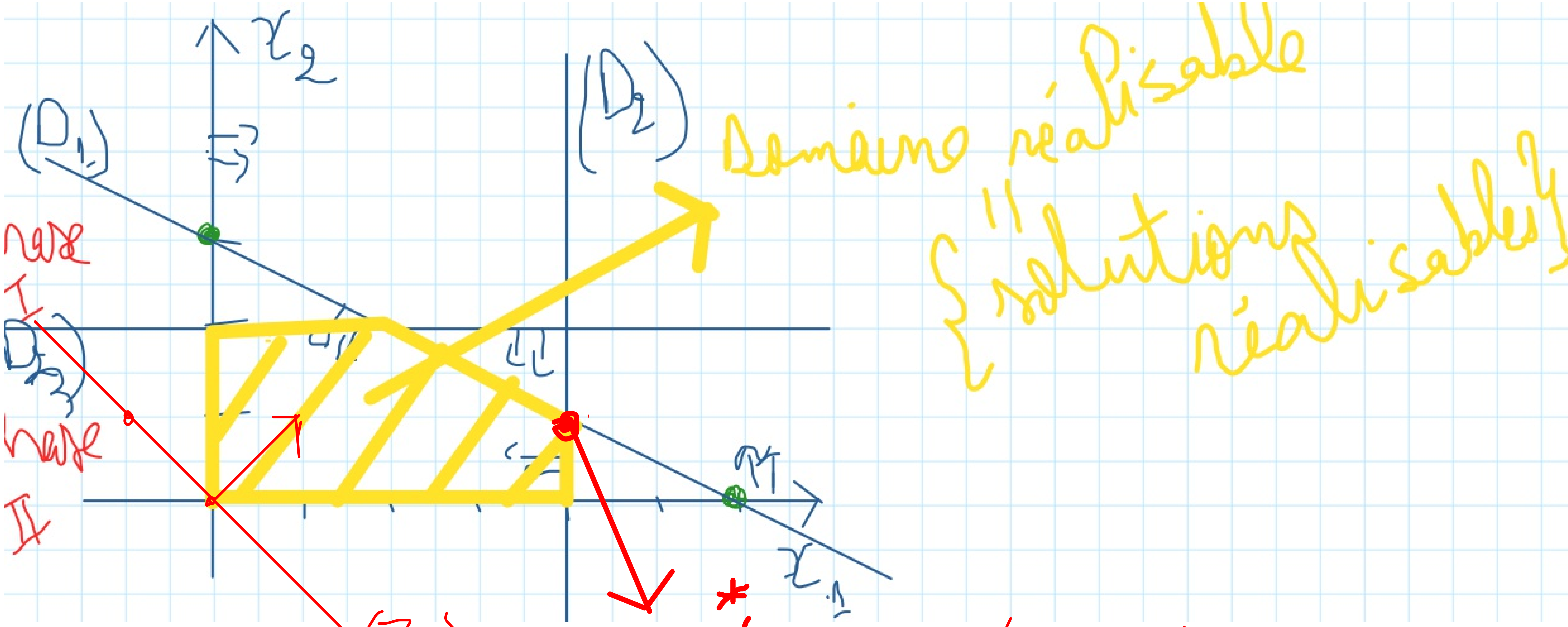
gradient en un point

$\overrightarrow{grad} f(x,y,z) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(\ )}{\partial x} \\ \frac{\partial f(\ )}{\partial y} \\ \frac{\partial f(\ )}{\partial z} \end{pmatrix}$

$\|$

$\overrightarrow{\nabla f}$

$\overrightarrow{grad} f(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2xy \\ x^2 + 3y^2 \\ 2 \end{pmatrix}$



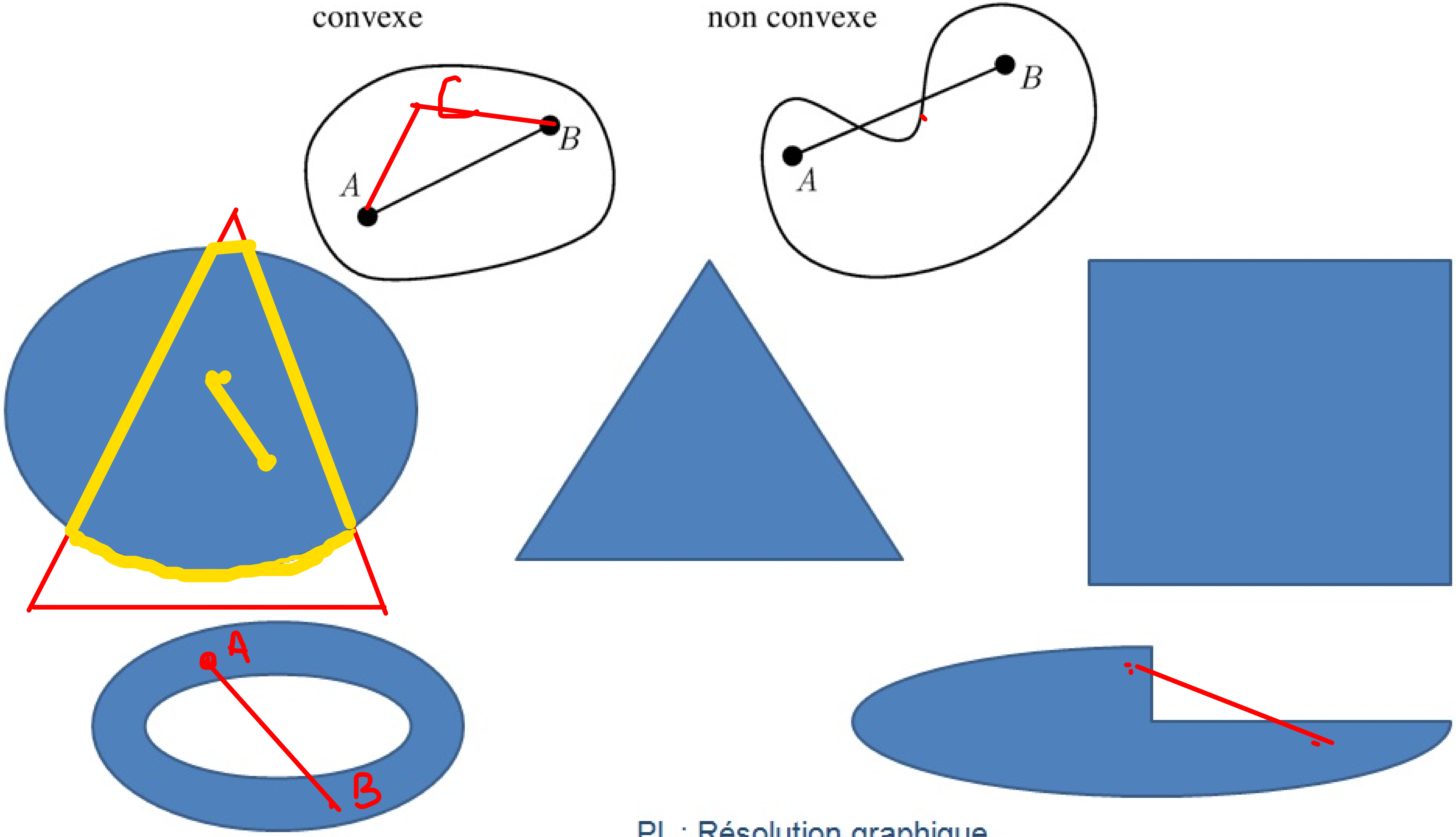
$Z = x_1 + x_2$ $\quad (Z_0)$ $\quad C = X^*$ $\quad Z(x_1, x_2) = x_1 + x_2 \rightsquigarrow \overrightarrow{grad\, Z}(x_1,x_2) = \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

$(Z_0): Z = 0$

$(Z_0): x_1 + x_2 = 0 \rightsquigarrow (0,0)$

$(-1,1)$

$$[A,B] = \{\lambda A + (1-\lambda)B \,,\ 0 \leq \lambda \leq 1\}$$



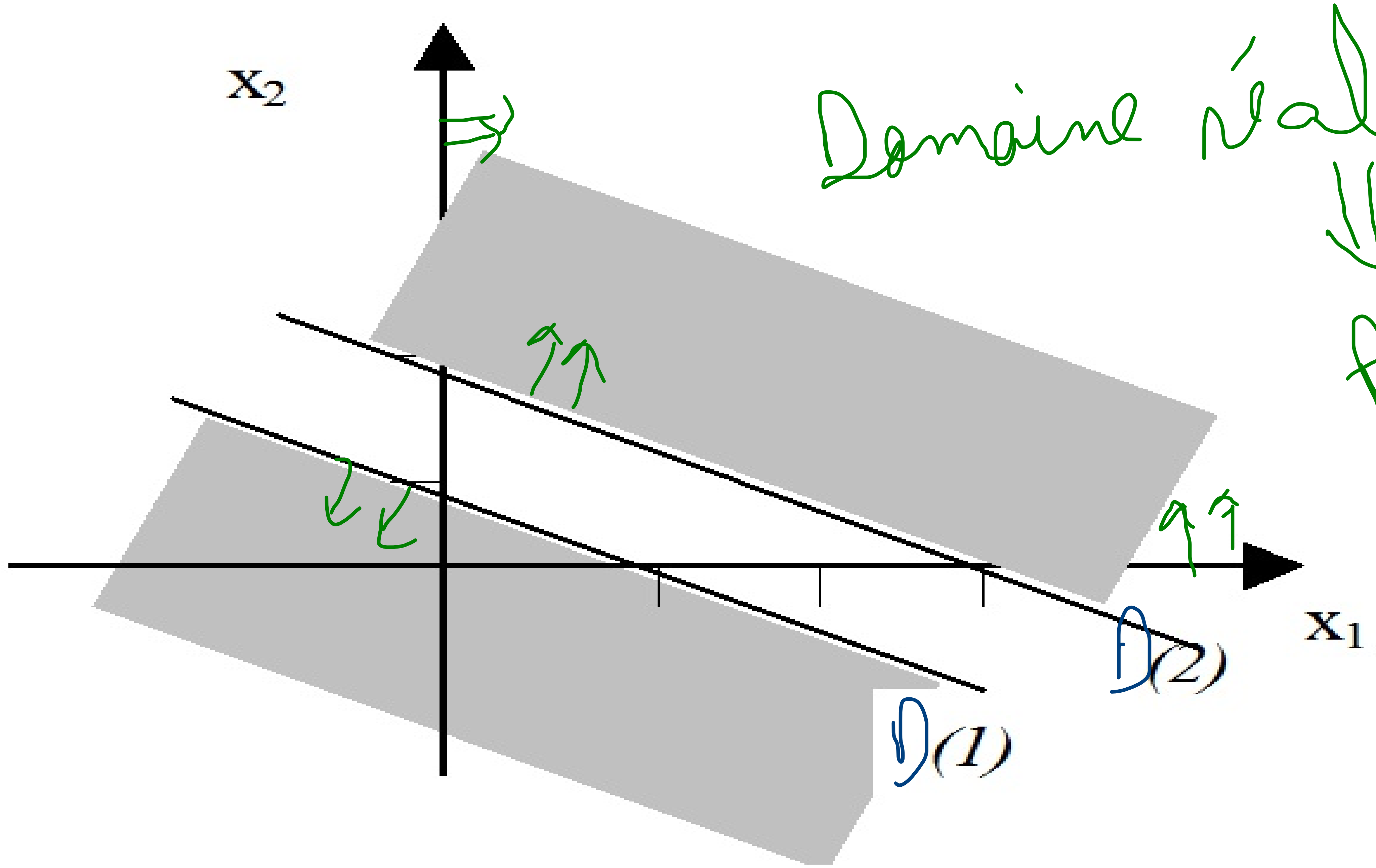
$$Min \qquad Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$s.c. \qquad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 2 \\ 2x_1 + 4x_2 \ge 8 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

(3,1)
(2,2)

(0,2)
(4,0)

1. Dessiner les contraintes
2. Dessiner le domaine réalisable
3. Examiner les valeurs de l'objectif aux sommets du domaine réalisable
4. Trouver toutes les solutions optimales



Domaine réalisable = Ø

$\Downarrow$

PL est impossible