Problème de tournées de véhicules

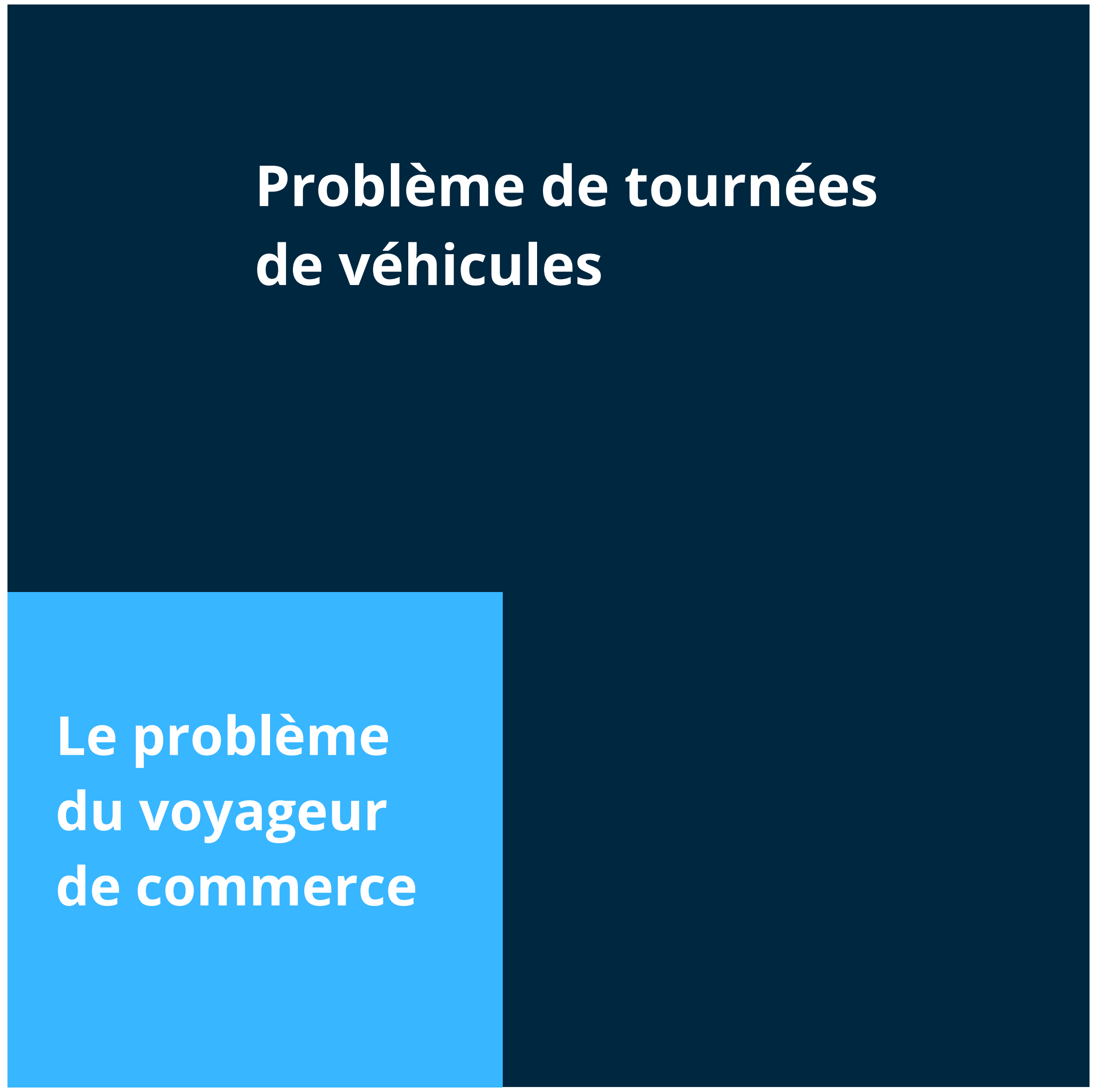
RO & Complexité - 4SAE 2 - Esprit IT

1. Qu'est ce qu'un problème de tournées de véhicules?
2. La formulation mathématique du problème:
3. Les différentes variantes du problème
4. Les domaines d'applications du problème
5. Exemple de résolution du problème
6. Algorithmes proposés pour résoudre le VRP*

1

Qu'est ce qu'un problème de tournées de véhicules?

Qu'est ce qu'un problème de tournées de véhicules?



Problème de tournées de véhicules généralise(extension) le problème bien connu du voyageur de commerce

Qu'est ce qu'un problème de tournées de véhicules?

- Problème de recherche opérationnelle et d'optimisation combinatoire.
- Il s'agit de déterminer les tournées d'une flotte de véhicules afin de livrer une liste de clients.
- Ou de réaliser des tournées d'interventions ou de visites.

Qu'est ce qu'un problème de tournées de véhicules?

- Le but est de minimiser le coût de livraison des biens.
- Ce problème est une extension classique du problème du voyageur de commerce.
- Ce problème fait partie de la classe des problèmes NP-complet.

2

La formulation mathématique du problème:

La formulation mathématique du problème:

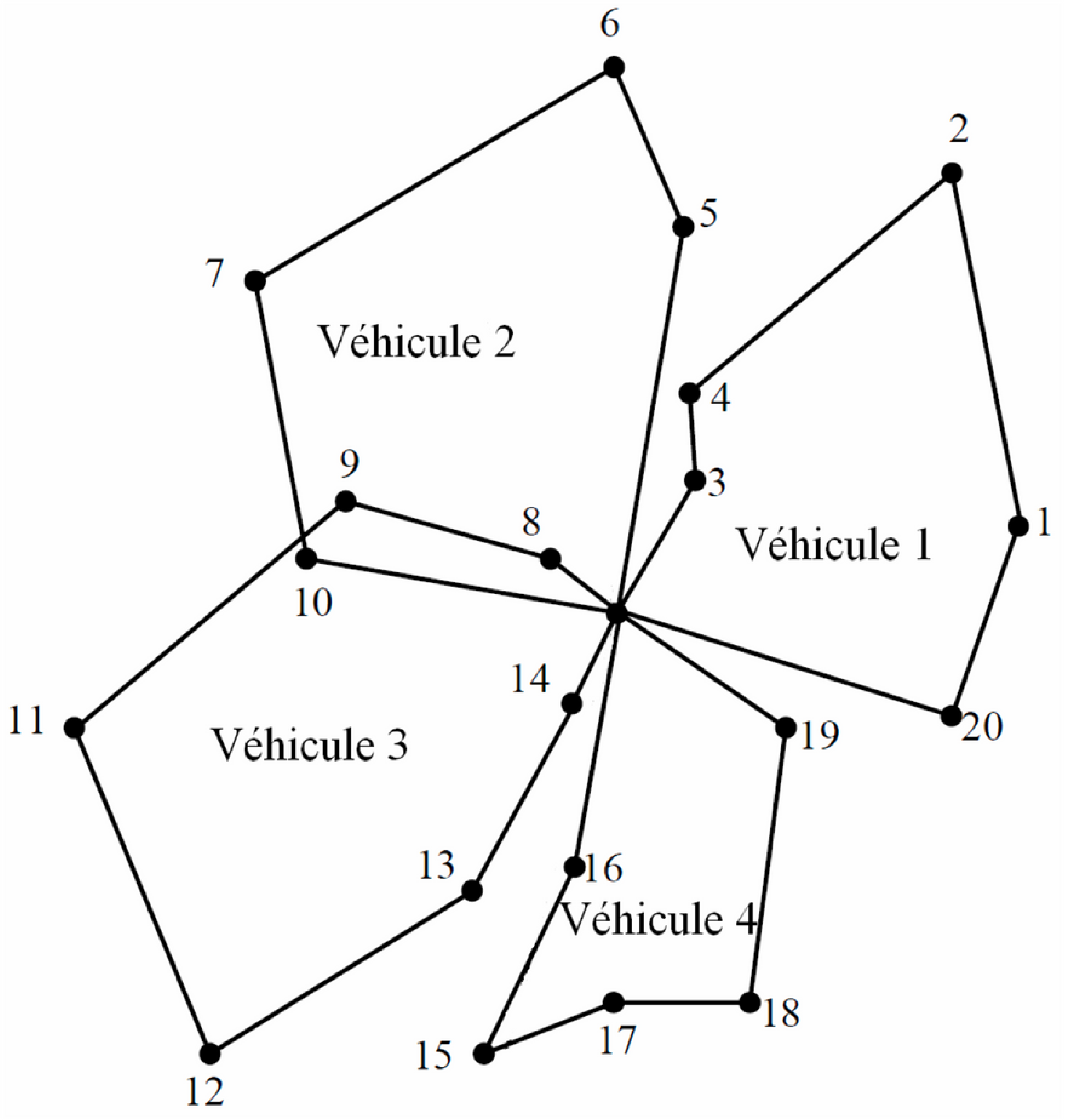


Figure illustrant un exemple de problème de VRP à n = 20 clients résolu avec m = 4 véhicules.

La formulation mathématique du problème:

graphe G = (V, E) est complet2, c-à-d que tous les sommets sont reliés entre eux. Cela signifie qu'une ville peut être visitée à partir de toute autre ville.

Les autres constantes du problème sont les suivantes : n nombre de clients (ou sommets)

m nombre de véhicules

Q capacité des véhicules

qi demande du client i

cij le coût de l'arête entre les sommets i et j (distance ou temps de parcours)

La formulation mathématique du problème:

Les variables de décision du problème sont les x_{ijk} évoquées plus haut :

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & si\,(i,j)\,est\,parcouru\,par\,le\,véhicule\,k, \\ 0 & sinon. \end{cases}$$

Ainsi, en tant que problème d'optimisation, le CVRP s'écrit :

$$Minimiser \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \sum_{k=1}^{m} x_{ijk} \qquad (1)$$

La formulation mathématique du problème:

sujet aux contraintes suivantes :

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ijk} = 1 \quad \forall 1 \leq j \leq n \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ijk} = 1 \quad \forall 1 \leq i \leq n \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} x_{ilk} = \sum_{l=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ljk} \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0jk} = 1 \quad \forall 1 \leq k \leq m \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i0k} = 1 \quad \forall 1 \leq k \leq m \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ijk} \leq Q \quad \forall 1 \leq k \leq m \tag{7}$$

2. Un graphe complet à n sommets possède $\frac{n(n-1)}{2}$ arêtes.

$$x_{ijk} \in 0, 1 \quad \forall 0 \leq i, j \leq n;\ 1 \leq k \leq m \tag{8}$$

La formulation mathématique du problème:

Sous cette formulation, (1) signifie que l'objectif du problème d'optimisation est de minimiser la somme des coûts de toutes les tournées.

Les contraintes (2) et (3) imposent que chaque client soit desservi une et une seule fois et les contraintes (4) assurent la conservation de flot. Les contraintes (5) assurent que chaque tournée commence et se termine au dépôt. Finalement, les contraintes (6) sont les contraintes de capacité et les contraintes (7) sont des contraintes de binarité sur les variables de décision x_{ijk}.

3

Les différentes variantes du problème

Les différentes variantes du problème (1/4)

- **Problème de tournées de véhicules avec bénéfices :**

Un problème de maximisation où il n'est pas obligatoire de visiter tous les clients. L'objectif est de rendre visite une fois aux clients en maximisant la somme des bénéfices collectés tout en respectant une limite de temps de véhicule. Les véhicules doivent commencer et finir au dépôt.

Les différentes variantes du problème (2/4)

- **Problème d'acheminement des véhicules avec ramassage et livraison :**

Un certain nombre de marchandises doivent être déplacées de certains lieux de ramassage vers d'autres lieux de livraison. L'objectif est de trouver des itinéraires optimaux pour une flotte de véhicules pour visiter les lieux de prise en charge et de dépose.

Les différentes variantes du problème (3/4)

- **Problème de tournées de véhicules avec capacité:**

Les véhicules ont une capacité de charge limitée des marchandises qui doivent être livrées.

Les différentes variantes du problème (4/4)

- **Problème de tournées de véhicules avec plusieurs trajets**

Les véhicules peuvent faire plus d'un itinéraire.

4

Les domaines d'applications du problème

Les domaines d'applications du problème:

- livraison de biens à des entreprises ou à des particuliers.
- Réparation et maintenance d’équipements de particuliers.
- Interventions d’expertises, de contrôle, d’audit.

Les domaines d'applications du problème:

- Tournée d'affichage
- Tournées de soins
- Tournées commerciales

5

Exemple de résolution du problème

Exemple de résolution du problème:

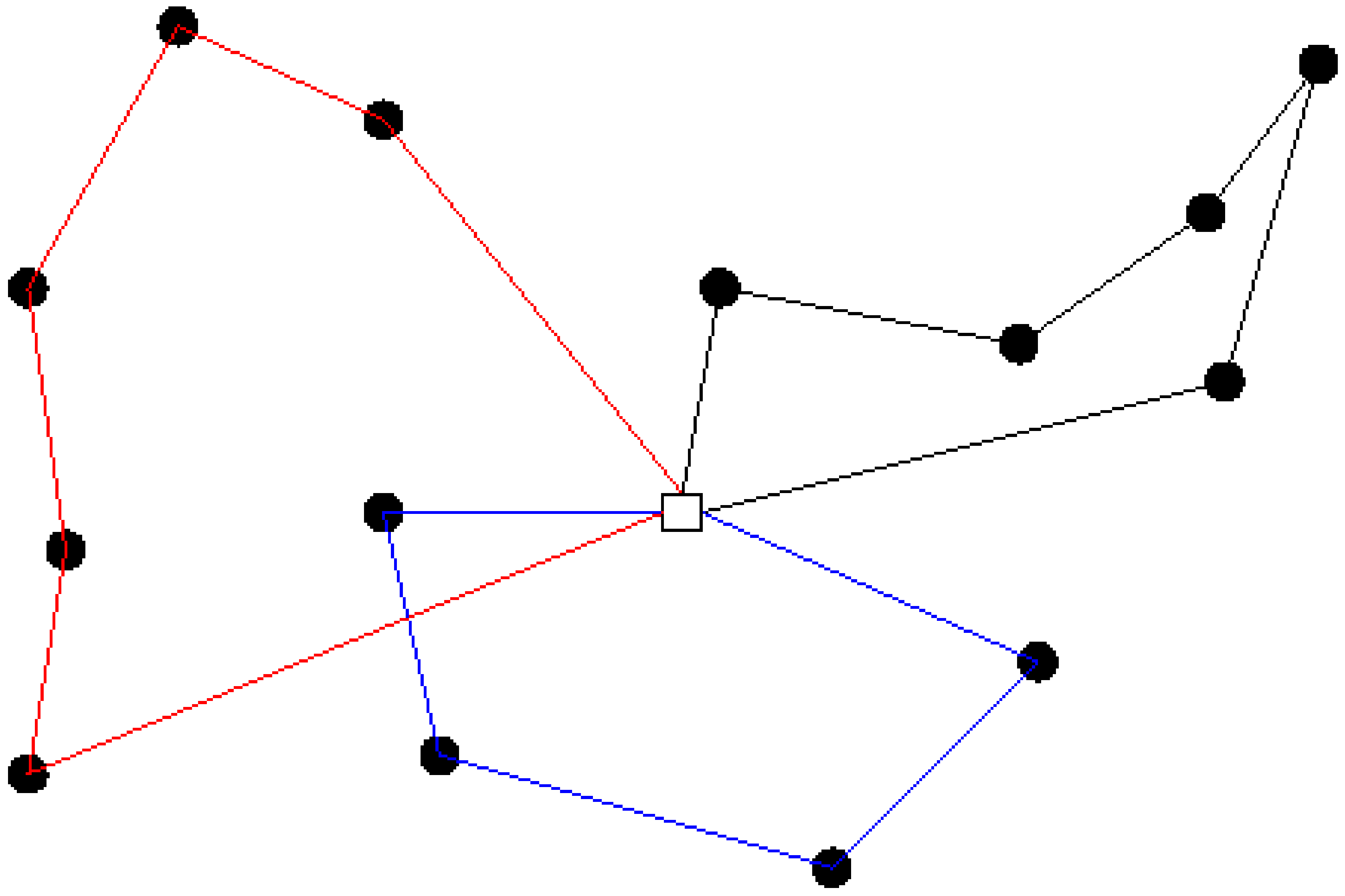


Figure illustrant une des solutions d'un problème de tournées avec un dépôt central et 3 véhicules disponibles.

Exemple de résolution du problème:

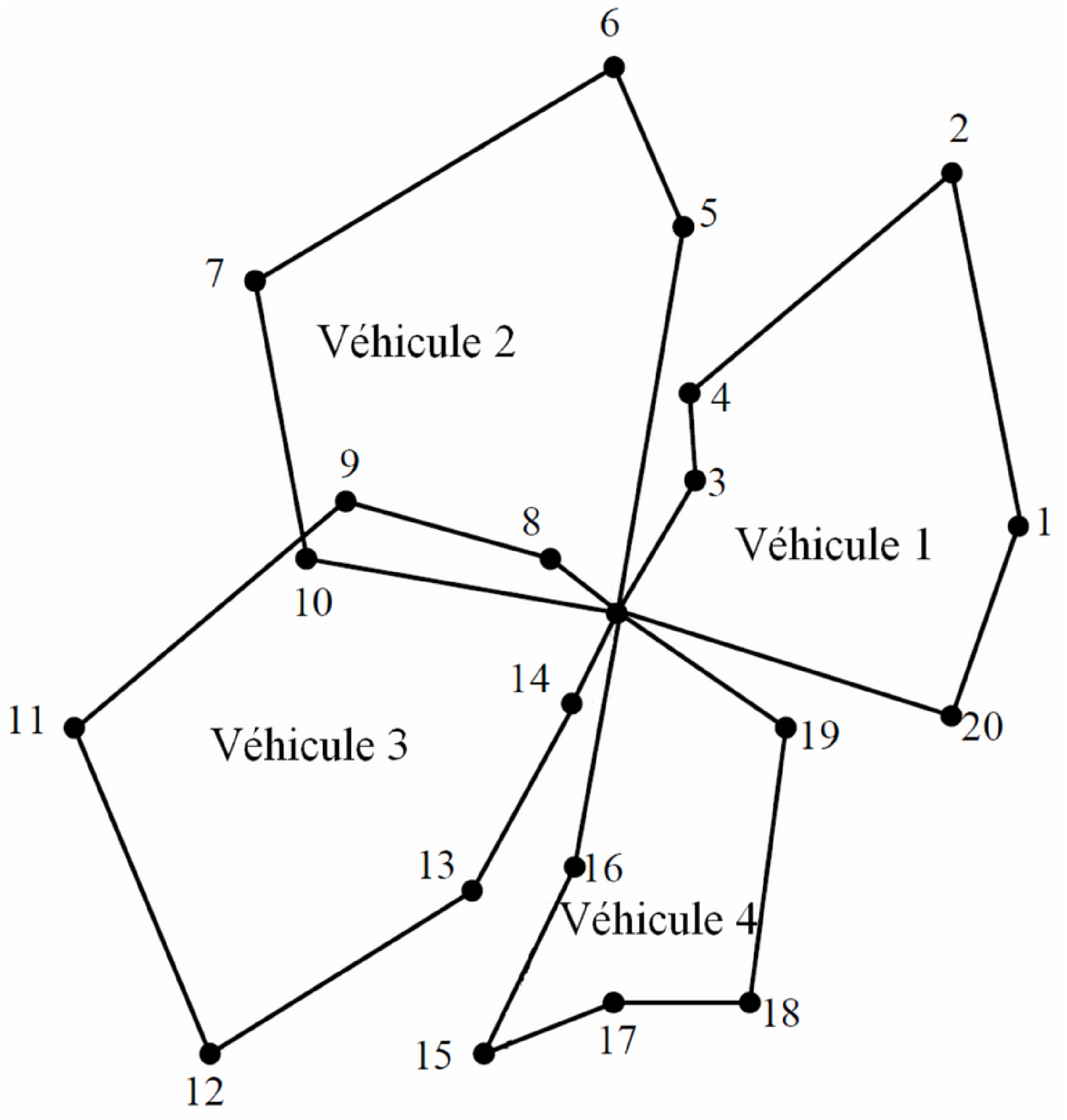


Figure illustrant un exemple de problème de VRP à n = 20 clients résolu avec m = 4 véhicules.

6

Algorithmes proposés pour résoudre le VRP*

Algorithmes proposés pour résoudre le VRP* :

- Les algorithmes de calcul de tournées sont utilisés dans les moteurs des logiciels d'optimisation de tournées. Ces solutions sont utilisées par des entreprises qui souhaitent rationaliser leur flotte de véhicules, réduire leurs coûts ou encore optimiser l'occupation de leur personnel mobile.

* : Vehicle Routing Problem

Algorithmes proposés pour résoudre le VRP* :

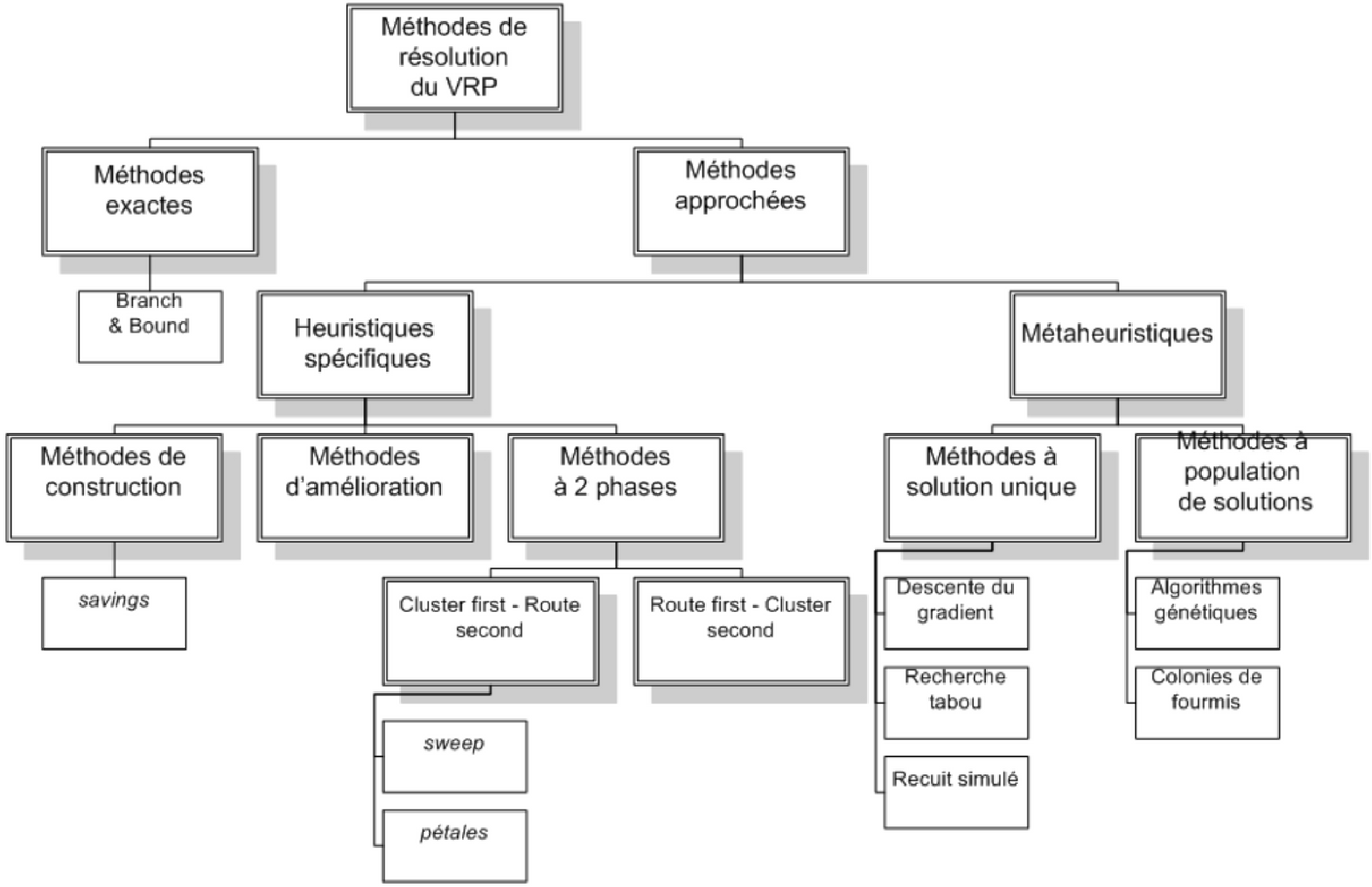


Figure Illustrant la classification des méthodes de résolution du VRP.

* : Vehicle Routing Problem

Algorithmes proposés pour résoudre le VRP* :

- **Méthodes approchées à base d'heuristique:**
  - L'algorithme de Clarke et Wright
  - L'algorithme de Lin-Kernighan

- **Méthodes approchées à base metaheuristique:**
  - La recherche tabou
  - Les algorithmes génétiques

* : Vehicle Routing Problem