

Correction du TD N°1

Algorithmes itératifs

Complexité de séquences itératives

Exercice 2: Déterminer (en fonction de n à $O(\)$ près) la complexité en nombre « d'opérations » de chaque séquence

Séquence-1 :

For $i = 1$ to N do

Opération ;

Endfor

Nombre d'exécution de l'opération: n fois

La complexité est $O(n)$

Complexité de séquences itératives

Exercice 2: Déterminer (en fonction de n à $O(\)$ près) la complexité en nombre « d'opérations » de chaque séquence

Séquence-2 :

```
For i = 1 to N do
    For j = 1 to i do
        Opération ;
    Endfor
Endfor
```

Nombre d'exécution de l'opération: $n*n$ fois

La complexité est $O(n^2)$

Complexité de séquences itératives

Exercice 2: Déterminer (en fonction de n à $O(\)$ près) la complexité en nombre « d'opérations » de chaque séquence

Séquence-3 :

$i=1;$

While ($i < N$) Do

$i = 2*i;$

 Opération ;

Endwhile

$N=2= 2^1 \rightarrow 1$ opération

$N=4= 2^2 \rightarrow 2$ opérations

$N=8= 2^3 \rightarrow 3$ opérations

$N=16= 2^4 \rightarrow 4$ opérations

$N=32= 2^5 \rightarrow 5$ opérations

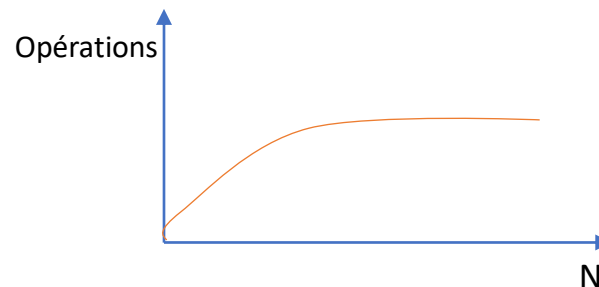
$N=64= 2^6 \rightarrow 6$ opérations

$$N = 2^a$$

a : nombre d'opérations

$$a = \log_2(N)$$

La complexité est $O(\log_2(n))$



Complexité de séquences itératives

Exercice 2: Déterminer (en fonction de n à $O(\)$ près) la complexité en nombre « d'opérations » de chaque séquence

Séquence-4 :

For i = 1 To N Do

J=1;

While (J < N) Do

J = 2 * J;

Opération;

Endwhile

Endfor

$O(\log_2(n))$

$O(n \log_2(n))$

Complexité de séquences itératives

Exercice 2: Déterminer (en fonction de n à $O(\)$ près) la complexité en nombre « d'opérations » de chaque séquence

Séquence-5 :

i = 1;

While (i < N) Do

 i = 2*i;

 For j = 1 to i Do

 Opération;

Endwhile

N=2 = 2^1 -> 2 opérations 1

N=3 -> 2+4 opérations 2

N=4 = 2^2 -> 2+4 opérations 2

N=5 -> 2+4+8 opérations 3

N=6 -> 2+4+8 opérations 3

N=7 -> 2+4+8 opérations 3

N=8 = 2^3 -> 2+4+8 opérations 3

N=16 = 2^4 -> 2+4+8+16 opérations 4

N=32 = 2^5 -> 2+4+8+16+32 opérations 5

N = 2^k -> 2+4+8+16+32+...+N opérations k: nbr_termes

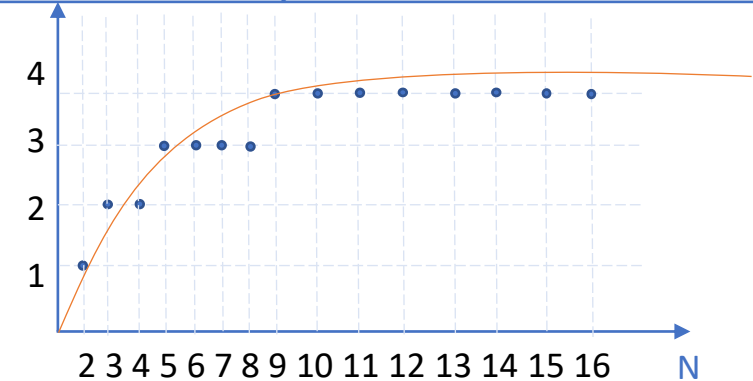
suite géométrique: $2+(2*2)+(2*4)+(2*8)+(2*16)+...+(2*n)$

- raison q=2
- $U_0=2$
- nombre de termes= $\log_2(n)$

$$U_0 \frac{1 - q^{nbr_termes}}{1 - q}$$

$$\Rightarrow 2 \frac{1 - 2^{\log(n)}}{1 - 2} \cong O(2^{\log_2(n)})$$

Nombre de
termes



Complexité de séquences itératives

Exercice 2: Déterminer (en fonction de n à $O(\)$ près) la complexité en nombre « d'opérations » de chaque séquence

Séquence-6:

$i = 1$

For $j=1$ To n do

$i = 2*i$

Endfor

For $j= 1$ to i do

Opération;

Endfor

$N=2 \rightarrow i=2*2=4 \Rightarrow 2^2$ opération

$N=3 \rightarrow i=2*2*2=8 \Rightarrow 2^3$ opérations

$N=4 \rightarrow i=2*2*2*2=16 \Rightarrow 2^4$ opérations

$N=5 \rightarrow i=2*2*2*2*2=32 \Rightarrow 2^5$ opérations

$O(2^n)$

Complexité de séquences itératives

Exercice 2: Déterminer (en fonction de n à $O(\)$ près) la complexité en nombre « d'opérations » de chaque séquence

Séquence-7:

```
For k = 1 to n do
  i = 1
  For j = 1 to k do
    i = 2*i
  Endfor
  Opération
Endfor
Endfor
```

N=1 -> k=1 => 2 opérations

N=2 -> (k=1,k=2)=> 2+4 opérations

N=3 -> (k=1,k=2,k=3)=> 2+4+8 opérations

N=4 -> (k=1,k=2,k=3,k=4)=> 2+4+8+16 opérations

N=5 -> (k=1,k=2,k=3,k=4,k=5)=> 2+4+8+16+32 opérations

N => $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n$ opérations

suite géométrique de raison 2

$$U_0 \frac{1 - q^{nbr_termes}}{1 - q}$$

$$2(2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1}) = 2 * 1 * \frac{1-2^n}{1-2} = 2(2^n - 1)$$

$$= 2^{n+1} - 2 \cong O(2^n)$$