

Énoncé de l'exercice 1

On désire attribuer des canaux de fréquences-radio à six stations. Deux stations distantes de moins de 180 km ne peuvent pas utiliser le même canal. Le tableau suivant décrit les distances qui séparent les différentes stations.

-	A	B	C	D	E	F
A	-	85	175	200	50	100
B	85	-	125	175	100	160
C	175	125	-	100	200	250
D	200	175	100	-	210	130
E	50	100	200	210	-	100
F	100	160	250	130	100	-

- ➊ À quel problème en théorie des graphes, ce contexte se ramène-t-il ?
- ➋ Donner le graphe décrivant les incompatibilités liées à l'affectation des fréquences.
- ➌ Déterminer une affectation optimale.

Corrigé de l'exercice 2

Q1 : Il s'agit bien d'un problème de coloration. Il faudrait bien gérer l'affectation des fréquences-radio afin d'éviter les chevauchements.

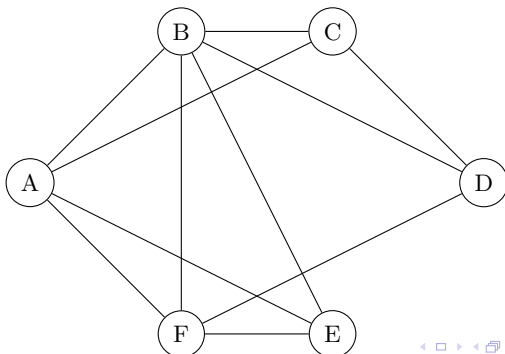
Q2 : Modélisation du problème par un graphe G .

les sommets : les stations

les liens : les incompatibilités

couleur : une affectation (canal)

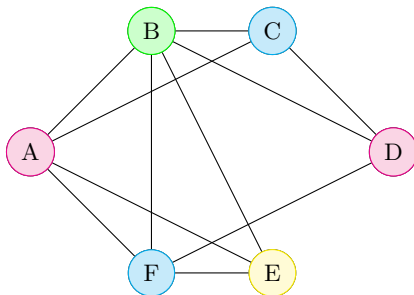
représentation graphique de G :



Corrigé de l'exercice 1

Q3 : Application de l'algorithme de WELCH & POWELL

Sommets	B	A	F	C	D	E
degrés	5	4	4	3	3	3
Itération 1	c_1	-	-	-	-	-
Itération 2	x	c_2	-	-	c_2	-
Itération 3	x	x	c_3	c_3	x	-
Itération 4	x	x	x	x	x	c_3



Corrigé de l'exercice 1

- La solution donnée par l'algorithme de WELSH & POWELL est optimale : elle correspond au nombre chromatique. En effet, on a :
 - $\chi(G) \leq 4$ d'après l'algorithme de WELSH & POWELL.
 - $4 \leq \chi(G)$ car G contient un K_4 .

Donc $\chi(G) = 4$.

- 4 couleurs \implies 4 canaux de fréquences-radio .
- Une affectation optimale pourrait être :

canal 1	canal 2	canal 3	canal 4
B	A	F	E
	D	C	

Exercice 5
○○○○○○○

Énoncé de l'exercice 2

Dans une entreprise, six projets sont à réaliser. Quatre ingénieurs multidisciplinaires sont disponibles : I1, I2, I3 et I4. Chaque projet nécessite deux ingénieurs, comme indiqué dans le tableau ci-dessous.

Plan	
Projet	Ingénieurs
1	I1 et I2
2	I1 et I3
3	I3 et I4
4	I2 et I4
5	I3 et I4
6	I1 et I3

Deux projets ne peuvent s'exécuter au même temps que s'ils impliquent deux équipes différentes (à 100%).

- 1 Certains projets ne peuvent pas être réalisés en même temps. Représenter ces contraintes par un graphe.
- 2 On suppose que le temps nécessaire pour chaque travail est d'une semaine. Déterminer le nombre minimal de séquences nécessaires pour réaliser ces six projets.
- 3 Proposer une organisation.

Corrigé de l'exercice 2

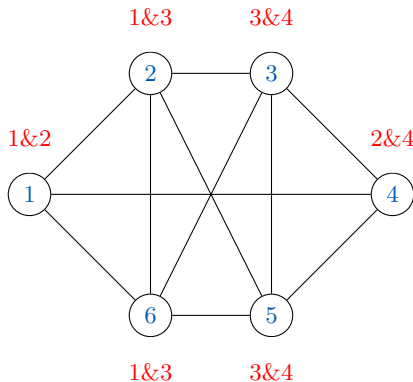
Q1 : Modélisation graphique du problème

les sommets : les projets

les liens : les incompatibilités

couleur : une séquence

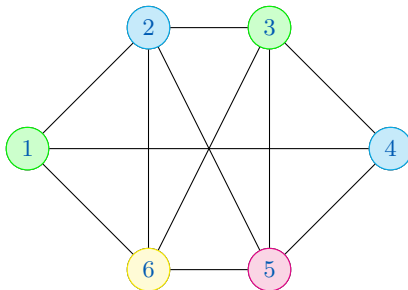
représentation graphique de G :



Corrigé de l'exercice 2

Q2 : Application de l'algorithme de WELCH & POWELL

Sommets	2	3	5	6	1	4
degrés	4	4	4	4	3	3
Itération 1	c_1	-	-	-	-	c_1
Itération 2	x	c_2	-	-	c_2	x
Itération 3	x	x	c_3	-	x	x
Itération 4	x	x	x	c_4	x	x



Corrigé de l'exercice 2

- La solution donnée par l'algorithme de WELSH & POWELL est optimale : elle correspond au nombre chromatique. En effet, on a :
 - $\chi(G) \leq 4$ d'après l'algorithme de WELSH & POWELL.
 - $4 \leq \chi(G)$ car G contient un K_4 .
 Donc $\chi(G) = 4$.

- 4 couleurs \Rightarrow 4 séquences \Rightarrow 4 semaines.

Q3 : Une organisation des 4 séquences pourrait être :

séquence 1	séquence 2	séquence 3	séquence 4
2	3	5	6
4	1		

Exercice 1
○○○○○

Exercice 2
○○○○○

Exercice 3
●○○○○○

Exercice 4
○○○○○○○

Exercice 5
○○○○○○○

Plan

1 Exercice 1

2 Exercice 2

3 Exercice 3

4 Exercice 4

5 Exercice 5

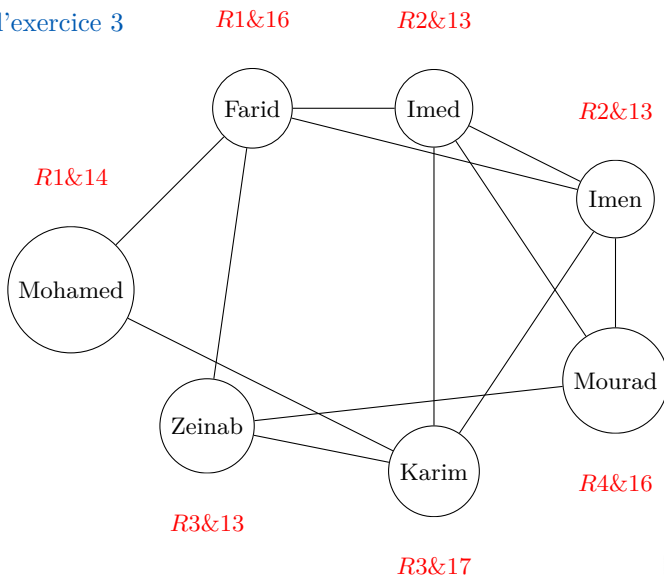
Énoncé de l'exercice 3

Un groupe de 7 jeunes scouts venus des quatre régions décident d'explorer la forêt. Le Scouter (Scout leader) souhaite répartir les jeunes scouts en groupes de telle sorte que chaque groupe ne devrait pas inclure des scouts de la même région ou des scouts dont la différence d'âge est supérieure ou égal à 3 ans. Un groupe composé d'un seul membre sera accepté. Le tableau ci-dessous résume les détails des 7 jeunes scouts.

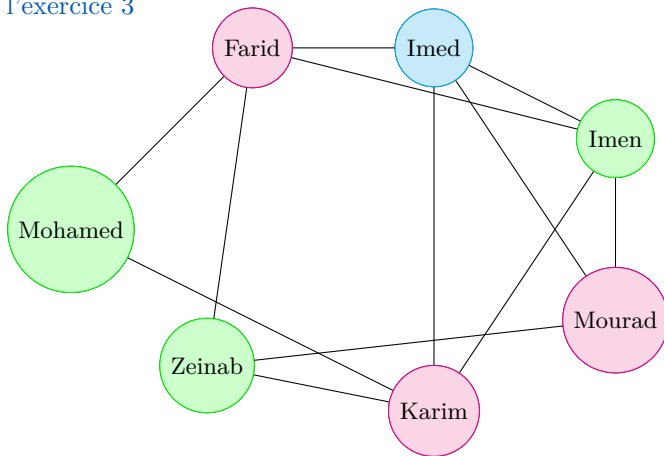
Région	Nom du scout	Âge (ans)
Région 1	Mohamed	14
Région 1	Farid	16
Région 2	Imed	13
Région 2	Imen	13
Région 3	Karim	17
Région 3	Zeinab	13
Région 4	Mourad	16

- 1 À quel problème de théorie des graphes, ce contexte se ramène-t-il ?
- 2 Combien de groupes au minimum faudrait-il pour réaliser ce souhait ? Expliquez votre démarche et précisez les étapes intermédiaires de votre résolution.

Corigé de l'exercice 3



Corrigé de l'exercice 3



Il faudra exactement **3** groupes pour répartir les scouts selon les contraintes souhaitées.

Énoncé de l'exercice 4

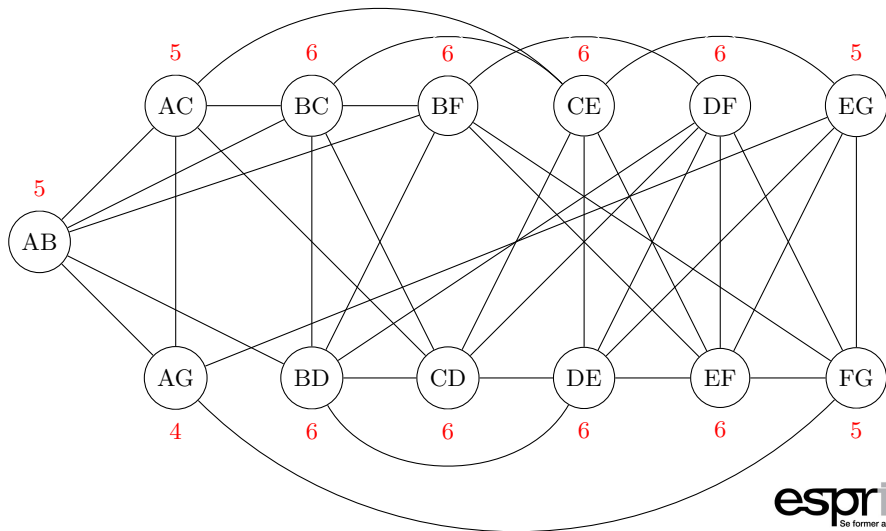
Treize rencontres opposeront sept équipes de foot A, B, C, D, E, F, et G. Les rencontres prévues sont décrites dans le tableau suivant :

A	×	×	-	-	-	×
B	×	×	-	×	-	
C		×	×	-	-	
			D	×	×	-
				E	×	×
					F	×
						G

Chacune des équipes ne pourra jouer qu'un seul match par semaine.

- 1 Représenter les contraintes de ce problème par un graphe (indication : les sommets représentent les rencontres : AB, AC. . .).
- 2 Déterminer le nombre minimum de semaines nécessaires pour planifier l'ensemble des rencontres.

Corrigé de l'exercice 4

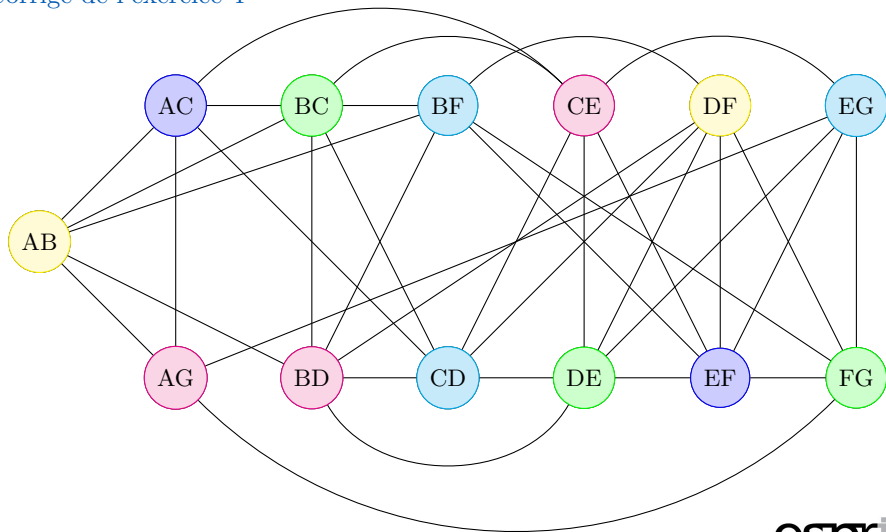


Corrigé de l'exercice 4

Application de l'algorithme de WELSH & POWELL

Sommets	BC	BD	BF	CD	CE	DE	DF	EF	AB	AC	EG	FG	AG
Degrés	6	6	6	6	6	6	6	6	5	5	5	5	4
Itération 1	c_1	-	-	-	-	c_1	-	-	-	-	-	c_1	-
Itération 2	x	c_2	-	-	c_2	x	-	-	-	-	-	x	c_2
Itération 3	x	x	c_3	c_3	x	x	-	-	-	-	c_3	x	x
Itération 4	x	x	x	x	x	x	c_4	-	c_4	-	x	x	x
Itération 5	x	x	x	x	x	x	x	c_5	x	c_5	x	x	x

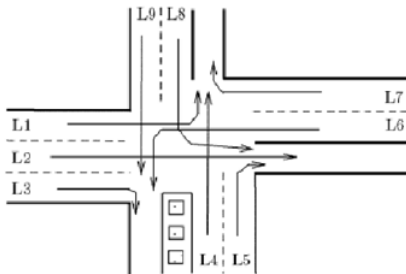
Corrigé de l'exercice 4



Q2 : 5 semaines sont suffisantes pour organiser les 13 rencontres.

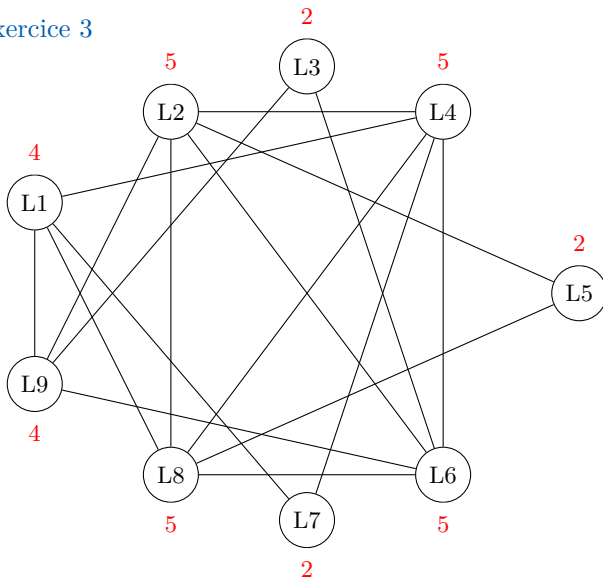
Énoncé de l'exercice 5

L'objectif de ce problème est de déterminer une planification de passage de voitures à travers un rond-point, en respectant des contraintes d'incompatibilité. Le graphe suivant décrit le croisement étudié ainsi que les itinéraires (L_i) possibles.



Donner une planification des feux au niveau de ce croisement en tenant compte des incompatibilités des itinéraires.

Corigé de l'exercice 3

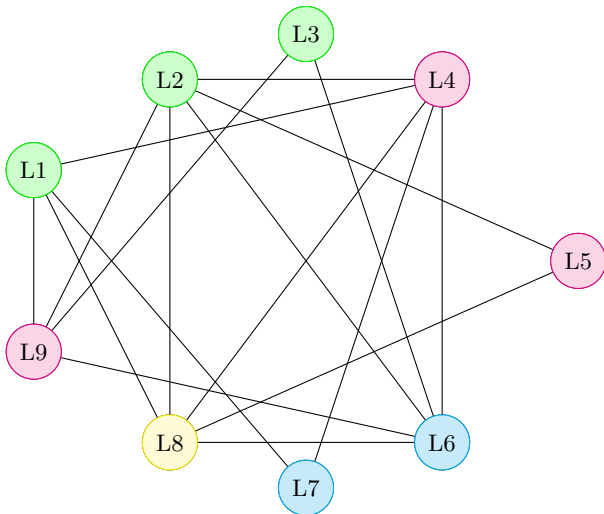


Corrigé de l'exercice 5

Application de l'algorithme de WELSH & POWELL

Sommets	L2	L4	L6	L8	L1	L9	L3	L5	L7
Degrés	5	5	5	5	4	4	2	2	2
Itération 1	c_1	-	-	-	c_1	-	c_1	-	-
Itération 2	x	c_2	-	-	x	c_2	x	c_2	-
Itération 3	x	x	c_3	-	x	x	x	x	c_3
Itération 4	x	x	x	c_4	x	x	x	x	x

Corrigé de l'exercice 5



Corrigé de l'exercice 5

- La solution donnée par l'algorithme de WELSH & POWELL est optimale : elle correspond au nombre chromatique. En effet, on a :
 - $\chi(G) \leq 4$ d'après l'algorithme de WELSH & POWELL.
 - $4 \leq \chi(G)$ car G contient un K_4 (L2, L4, L6, L8).
 Donc $\chi(G) = 4$.

- 4 couleurs \implies 4 circulations simultanées .
- Une organisation des 4 circulations (sans croisement et en respectant les priorités) pourrait être :

circulation 1	circulation 2	circulation 3	circulation 4
L1	L4	L6	L8
L2	L5	L7	
L3	L9		