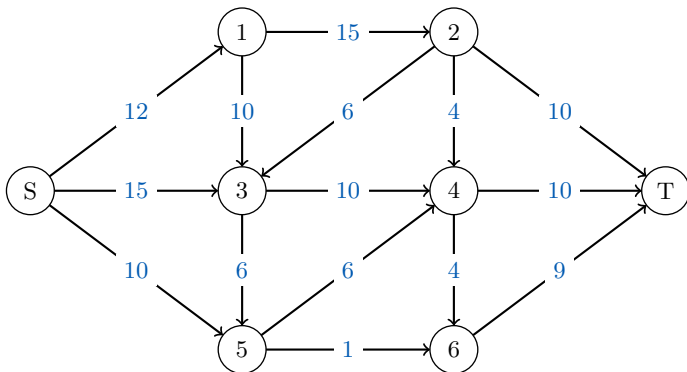


Plan

- 1 Exercice 1
- 2 Exercice 2
- 3 Exercice 3
- 4 Exercice 4

Énoncé de l'exercice 1

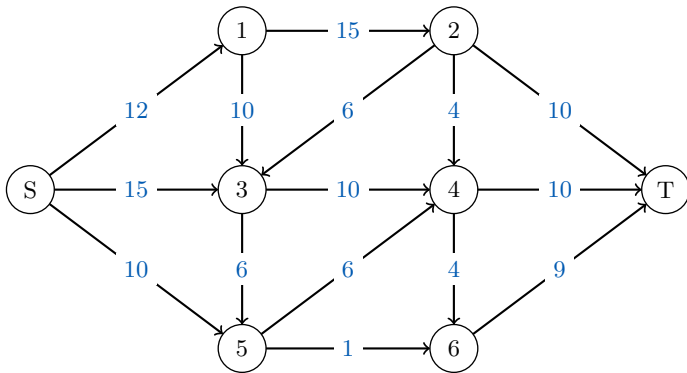
On considère le réseau de transport suivant :



- ❶ Déterminer le flot maximal circulant sur ce réseau ainsi que la coupe minimale.
- ❷ Déterminer le nombre de parcours de S à T, disjoints par rapport aux arcs.

Corrigé de l'exercice 1

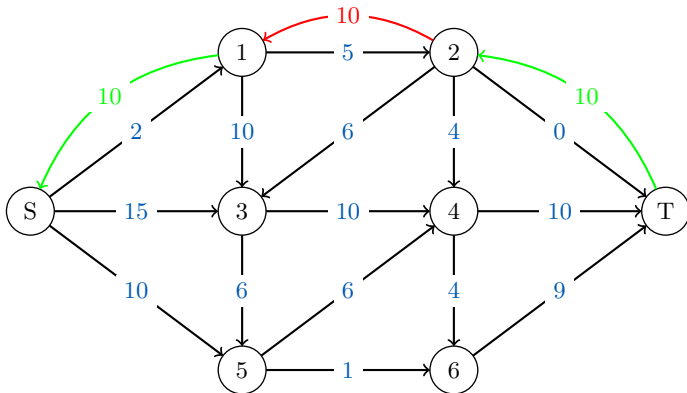
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(0)



- $\varphi_0 = 0$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_0 = \min\{12, 15, 10\} = 10$
- Mise à jour du flot : $\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta_0 = 0 + 10 = 10$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 1

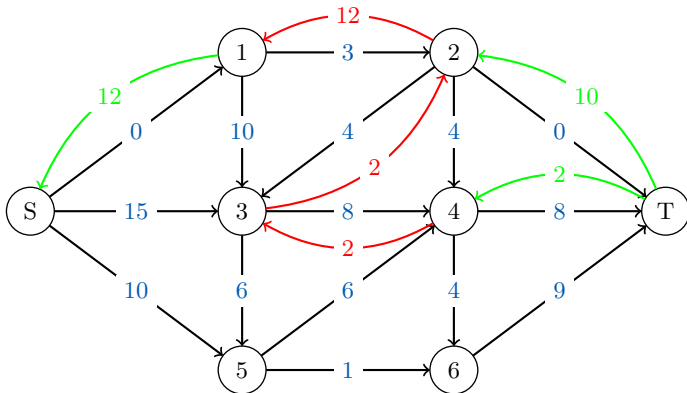
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(1)



- $\varphi_1 = 10$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_1 = \min\{2, 5, 6, 10, 10\} = 2$
- Mise à jour du flot : $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta_1 = 10 + 2 = 12$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 1

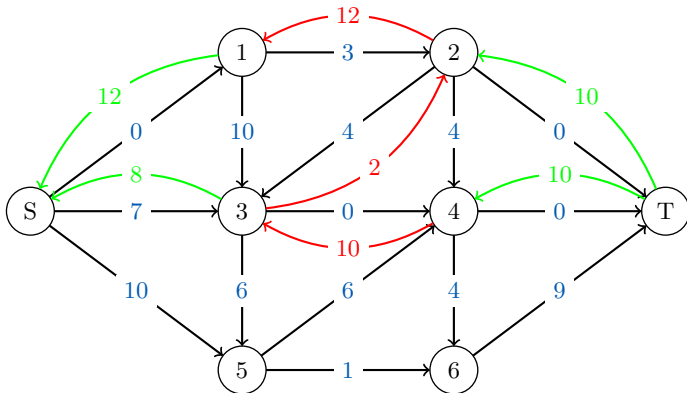
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(2)



- $\varphi_2 = 12$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_2 = \min\{15, 8, 8\} = 8$
- Mise à jour du flot : $\varphi_3 = \varphi_2 + \Delta_2 = 12 + 8 = 20$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 1

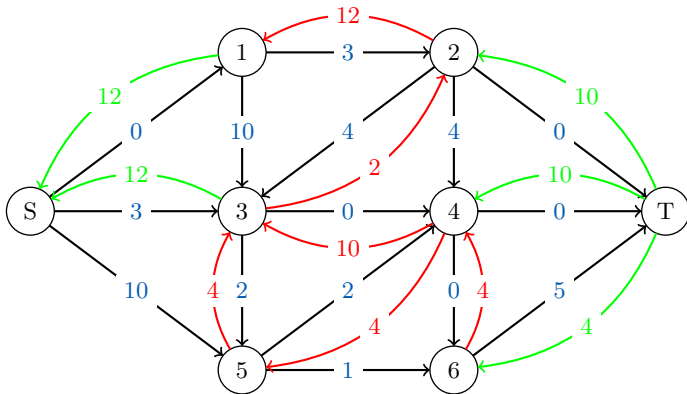
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(3)



- $\varphi_3 = 20$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_3 = \min\{7, 6, 6, 4, 9\} = 4$
- Mise à jour du flot : $\varphi_4 = \varphi_3 + \Delta_3 = 20 + 4 = 24$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 1

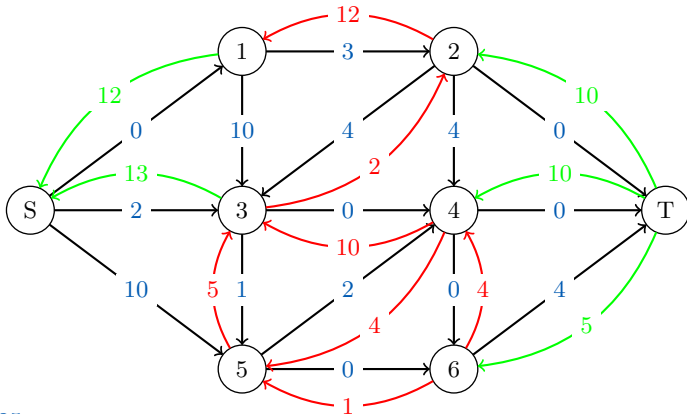
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(4)



- $\varphi_4 = 24$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_4 = \min\{3, 2, 1, 5\} = 1$
- Mise à jour du flot : $\varphi_5 = \varphi_4 + \Delta_4 = 24 + 1 = 25$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 1

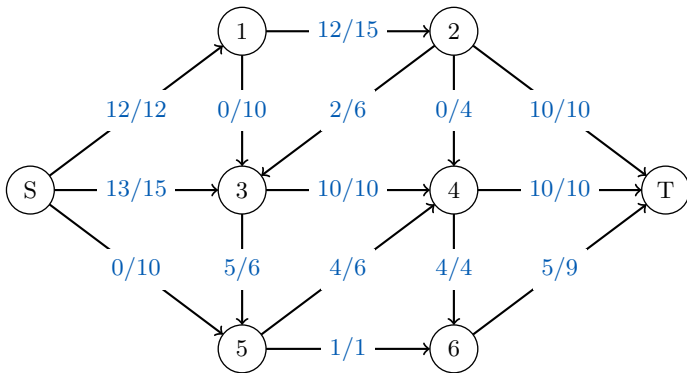
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(5)



- $\varphi_5 = 25$
- Chemin augmentant : \emptyset
- Chaîne améliorante : \emptyset
- Fin de l'algorithme : $\varphi_{max} = \varphi_5 = 25$

Corrigé de l'exercice 1

Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : distribution du flot



Coupe minimale : $S = \{S, 1, 2, 3, 4, 5\}$ et $T = \{6, T\}$

$$Cap([S, T]) = C(5, 6) + C(4, 6) + C(4, T) + C(2, T) = 1 + 4 + 10 + 10 = 25$$

Les arcs bloquants sont : $(4, 6)$, $(4, T)$, $(5, 6)$, et $(2, T)$.

Exercice 1
○○○○○○○○○○

Exercice 2
●○○○○○○○○○

Exercice 3
○○○○○○○○○○○○

Exercice 4
000

Plan

- 1 Exercice 1
- 2 Exercice 2
- 3 Exercice 3
- 4 Exercice 4



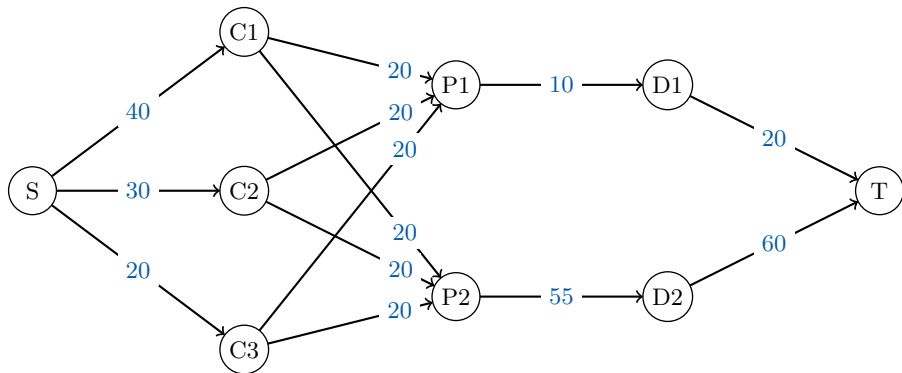
Énoncé de l'exercice 2

Une société de vente par correspondance gère un réseau commercial composé de trois centres de prise de commandes C_1 , C_2 , et C_3 , deux centres de préparation de commandes P_1 et P_2 et deux centres de distribution D_1 et D_2 . Cette société désire évaluer la capacité mensuelle du réseau (nombre maximum de commandes pouvant être acceptées, préparées et livrées en un mois).

Le réseau possède les caractéristiques suivantes (en milliers de commandes par mois) :

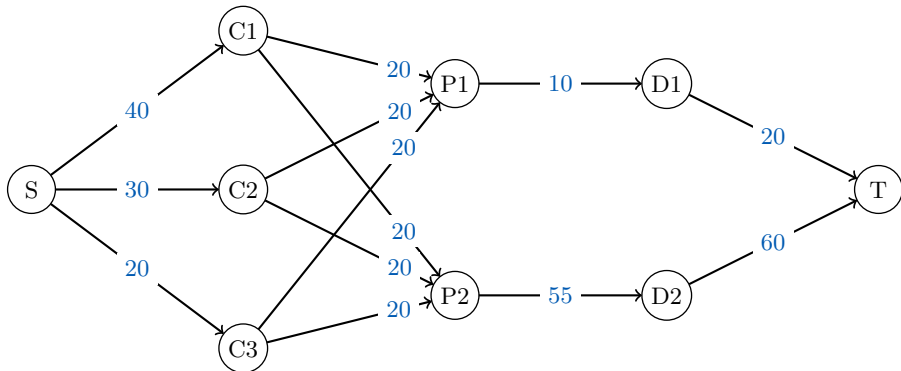
- Les capacités de prise de commandes de C_1 , C_2 et C_3 sont respectivement de 40, 30 et 20.
 - Les capacités de préparation de commandes de P_1 et P_2 sont respectivement de 10 et 55.
 - Les capacités de distribution de D_1 et D_2 sont respectivement de 20 et 60.
 - Chaque centre de prise de commandes peut alimenter les 2 centres de préparation, avec une capacité de chacune des liaisons limitée à 20.
 - P_1 alimente uniquement D_1 ; P_2 alimente uniquement D_2 .
- 1 Construire le réseau de transport modélisant le contexte.
 - 2 Déterminer le nombre maximal de commandes que la société peut traiter mensuellement.
 - 3 Identifier les centres où il faut intervenir pour améliorer la capacité du réseau.

Corrigé de l'exercice 2 : Question 1



Corrigé de l'exercice 2 : Question 2

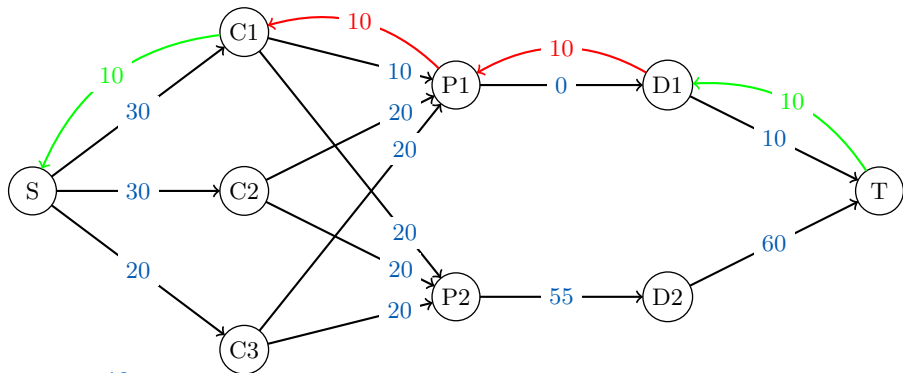
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(0)



- $\varphi_0 = 0$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow C1 \rightarrow P1 \rightarrow D1 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_0 = \min\{40, 20, 10, 20\} = 10$
- Mise à jour du flot : $\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta_0 = 0 + 10 = 10$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 2 : Question 2

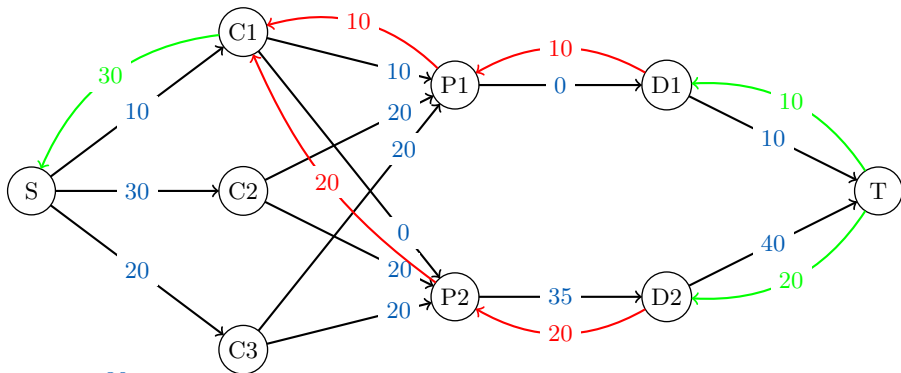
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(1)



- $\varphi_1 = 10$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow C1 \rightarrow P2 \rightarrow D2 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_1 = \min\{30, 20, 55, 60\} = 20$
- Mise à jour du flot : $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta_1 = 10 + 20 = 30$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 2 : Question 2

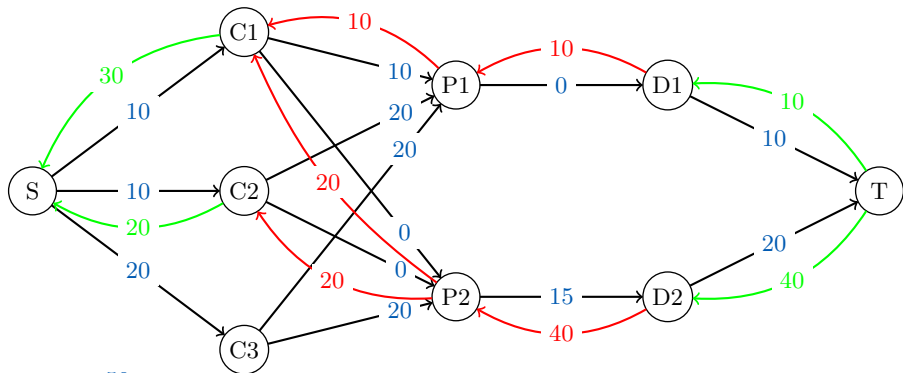
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(2)



- $\varphi_2 = 30$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow C2 \rightarrow P2 \rightarrow D2 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_2 = \min\{30, 20, 35, 40\} = 20$
- Mise à jour du flot : $\varphi_3 = \varphi_2 + \Delta_2 = 30 + 20 = 50$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 2 : Question 2

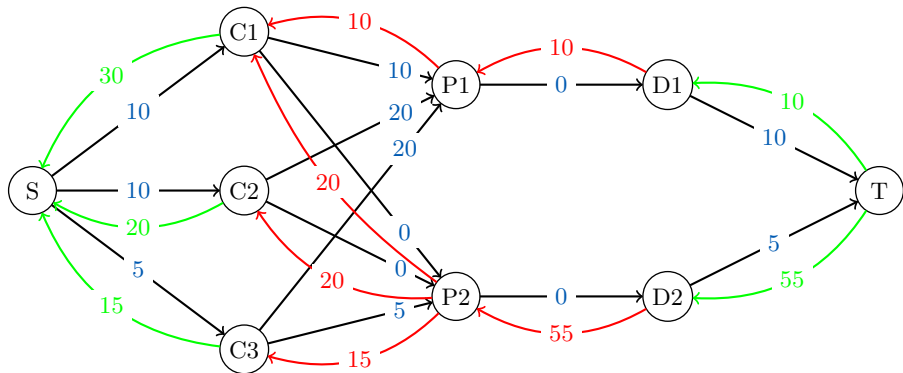
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(3)



- $\varphi_3 = 50$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow C3 \rightarrow P2 \rightarrow D2 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_2 = \min\{20, 20, 15, 20\} = 15$
- Mise à jour du flot : $\varphi_4 = \varphi_3 + \Delta_3 = 50 + 15 = 65$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 2 : Question 2

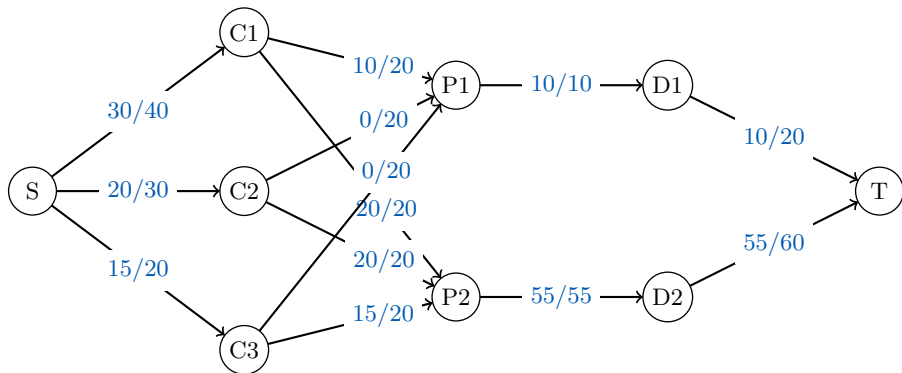
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(4)



- $\varphi_4 = 65$
- Chemin augmentant : \emptyset
- Chaîne améliorante : \emptyset
- Fin de l'algorithme : $\varphi_{max} = \varphi_4 = 65$

Corrigé de l'exercice 2 : Question 3

Distribution du flot



Coupe minimale : $S = \{S, C1, C2, C3, P1, P2\}$ et $T = \{D1, D2, T\}$

$$Cap([S, T]) = C(P1, D1) + C(P2, D2) = 10 + 55 = 65$$

Les arcs bloquants sont : $(P1, D1)$, et $(P2, D2)$.

Plan

- ## 1 Exercice 1

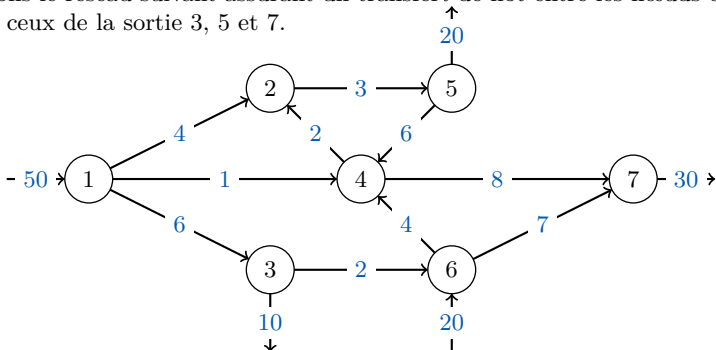
- ## 2 Exercice 2

- ### 3 Exercice 3

- #### 4 Exercice 4

Énoncé de l'exercice 3

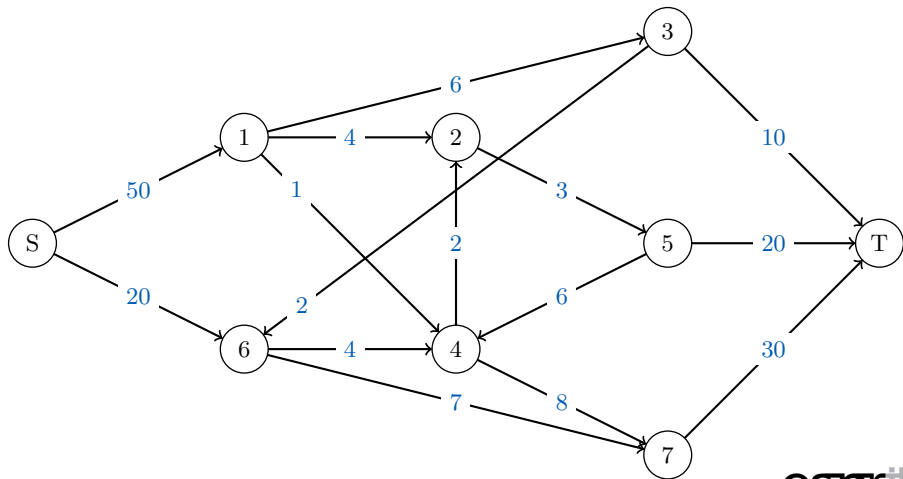
Considérons le réseau suivant assurant un transfert de flot entre les nœuds de l'entrée 1 et 6, et ceux de la sortie 3, 5 et 7.



Chaque lien est muni d'un poids indiquant sa capacité maximum à transmettre du flot. Les flots entrants au niveau des points 1 et 6 sont respectivement de 50 et 20. Les demandes au niveau des sommets 3, 5 et 7 sont respectivement de 10, 20 et 30. L'objectif est de déterminer le flot maximum (la somme des flots) qu'il est possible de transmettre pour les sommets 3, 5 et 7.

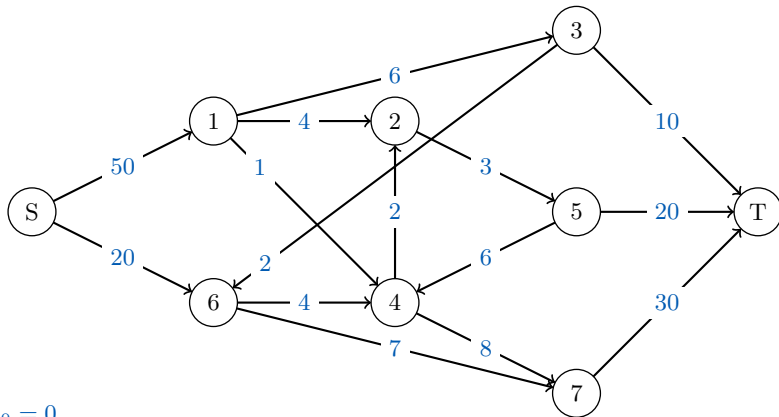
- 1 Montrer que ce problème revient à déterminer un flot maximum entre les sommets S (entrée) et T (sortie) d'un nouveau réseau R. Représenter le réseau R.
- 2 Déterminer le flot maximum et la coupe minimale.

Corrigé de l'exercice 3 : Question 1



Corrigé de l'exercice 3 : Question 2

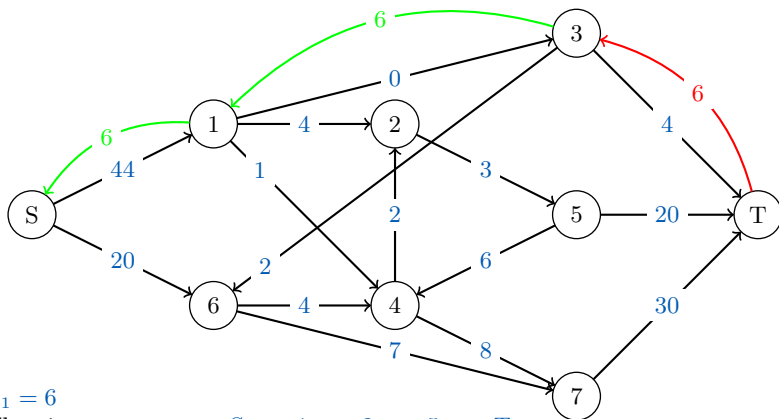
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(0)



- $\varphi_0 = 0$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_0 = \min\{50, 6, 10\} = 6$
- Mise à jour du flot : $\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta_0 = 0 + 6 = 6$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 3 : Question 2

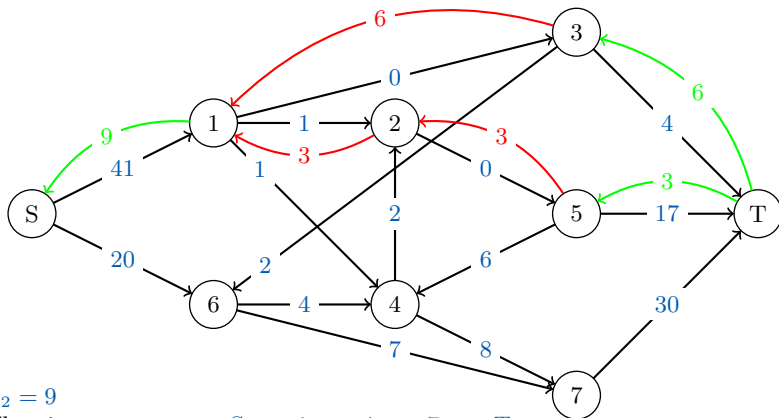
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(1)



- $\varphi_1 = 6$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_1 = \min\{44, 4, 3, 20\} = 3$
- Mise à jour du flot : $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta_1 = 6 + 3 = 9$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 3 : Question 2

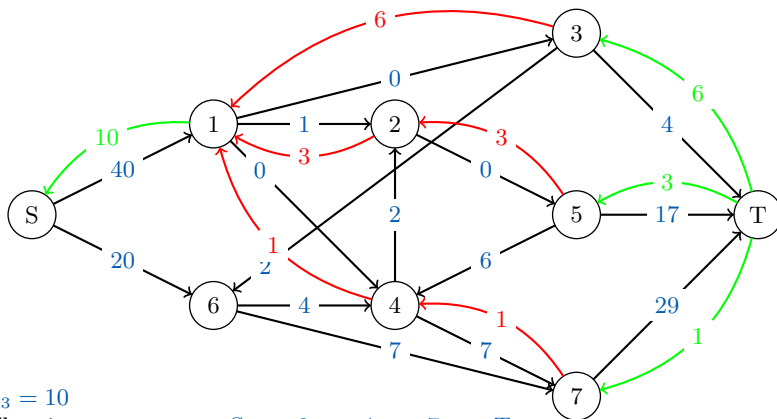
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(2)



- $\varphi_2 = 9$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_2 = \min\{41, 1, 8, 30\} = 1$
- Mise à jour du flot : $\varphi_3 = \varphi_2 + \Delta_2 = 9 + 1 = 10$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 3 : Question 2

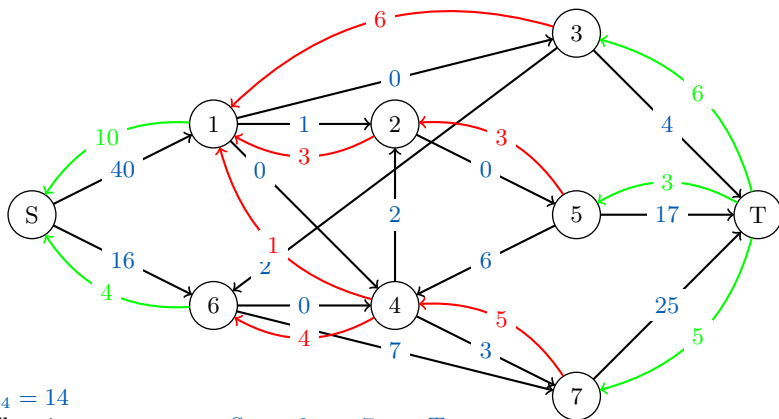
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(3)



- $\varphi_3 = 10$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_3 = \min\{20, 4, 7, 29\} = 4$
- Mise à jour du flot : $\varphi_4 = \varphi_3 + \Delta_3 = 10 + 4 = 14$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 3 : Question 2

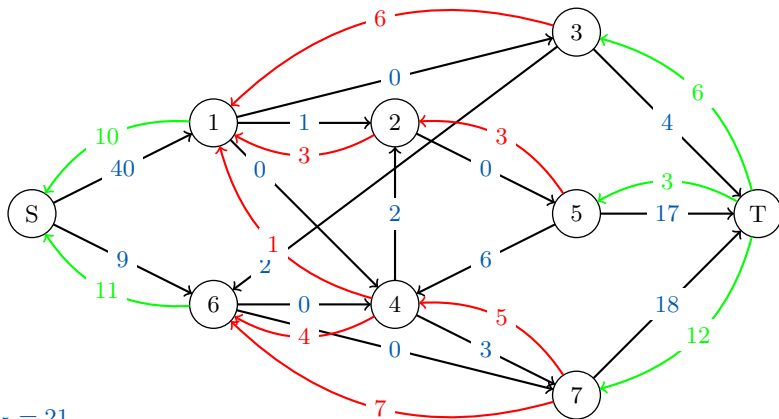
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(4)



- $\varphi_4 = 14$
- Chemin augmentant : $S \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow T$
- Capacité résiduelle : $\Delta_4 = \min\{16, 7, 25\} = 7$
- Mise à jour du flot : $\varphi_5 = \varphi_4 + \Delta_4 = 14 + 7 = 21$
- Mise à jour du GR

Corrigé de l'exercice 3 : Question 2

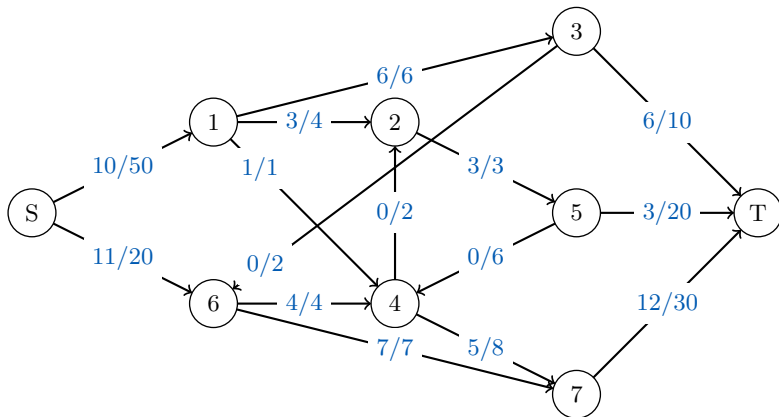
Application de l'algorithme de FORD-FULKERSON : GR(4)



- $\varphi_5 = 21$
- Chemin augmentant : \emptyset
- Chaîne améliorante : \emptyset
- Fin de l'algorithme : $\varphi_{max} = \varphi_5 = 21$

Corrigé de l'exercice 3 : Question 2

Distribution du flot



Coupe minimale : $S = \{S, 1, 2, 6\}$ et $T = \{3, 4, 5, 7, T\}$

$$Cap([S, T]) = C(1, 3) + C(1, 4) + C(2, 5) + C(6, 4) + C(6, 7) = 6 + 1 + 3 + 4 + 7 = 21$$

Plan

- 1 Exercice 1
- 2 Exercice 2
- 3 Exercice 3
- 4 Exercice 4**

Énoncé de l'exercice 4

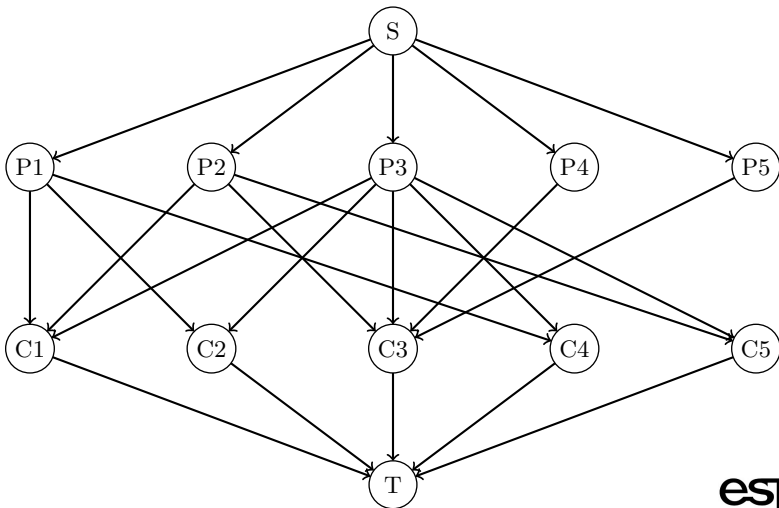
Une entreprise dispose de 5 nouveaux postes aux recrutements internes : P1, P2, P3, P4, P5 et dispose aussi de 5 candidats, chacun pouvant obtenir un poste selon ses compétences. Nous donnons ci-dessous la liste des candidats et des postes qu'ils peuvent obtenir.

- C1 : P1, P2, P3
- C2 : P1, P3
- C3 : P2, P3, P4, P5
- C4 : P1, P3
- C5 : P2, P3

Donner le nombre maximum de postes remplis.

Corrigé de l'exercice 4

Modélisation du problème



Le nombre maximal de postes remplis est 4.