

Graphes & Applications

Série d'exercices 4 : Arbre couvrant à poids minimal

Niveau : 4^{ème} année

Année Universitaire : 2021-2022

Exercice 1

Un document produit en anglais doit être traduit en français, allemand, espagnol et italien. Les coûts de traduction (qui sont symétriques) sont indiqués sur le tableau ci-dessous, en milliers de dinars :

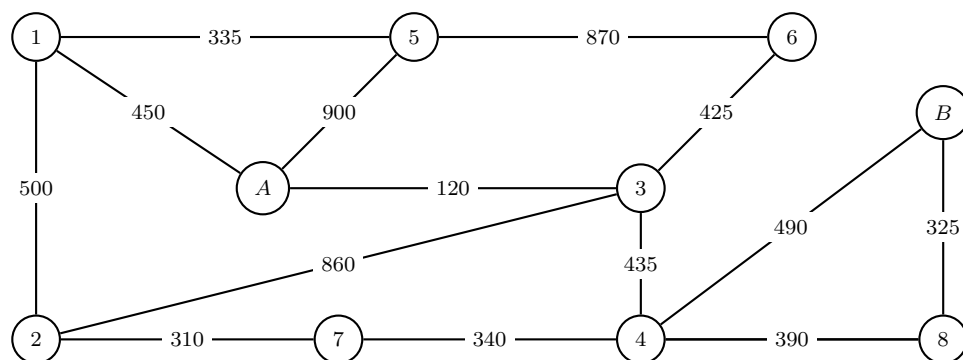
	Allemand	Anglais	Espagnol	Français	Italien
Allemand	—	3	8	6	7
Anglais	3	—	4	3	6
Espagnol	8	4	—	2	3
Français	6	3	2	—	2
Italien	7	6	3	2	—

On cherche à minimiser le coût de traduction total. Pour cela on s'autorise à traduire de manière séquentielle le document (par exemple de l'anglais à l'italien et au français, puis de l'italien à l'allemand et l'espagnol).

1. Construire le graphe modélisant ce contexte.
2. A quel problème de théorie des graphes, ce problème se ramène-t-il ?
3. Déterminer une solution qui minimise le coût total. Expliquer votre démarche et préciser les étapes intermédiaires de votre résolution.
4. Déterminer le coût total de traduction.

Exercice 2

On considère le graphe représenté ci-dessous :



1. Déterminer l'arbre à poids maximal.
2. On suppose que le réseau ci-dessus représente une partie d'un réseau routier. Les noeuds correspondent aux carrefours, les arêtes aux routes (à double sens). Les nombres sur les arêtes indiquent la hauteur maximale (en centimètres) qu'un véhicule peut avoir, s'il désire emprunter la route correspondante. Un livreur désire se rendre du point A au point B, pour ceci, il veut déterminer la hauteur maximale X du véhicule.
 - a. Donner la méthode qui permet au livreur de déterminer la hauteur maximal X du véhicule, ainsi que le chemin à suivre.
 - b. Déterminer la hauteur maximale X du véhicule.