



دانشکده مهندسی

گروه مهندسی صنایع

نام درس: برنامه‌ریزی تولید

نام استاد: دکتر محمد رنجبر

سوال میان‌ترم دوم درس برنامه‌ریزی تولید

دانشجو: امیرعلی باقرزاده بیوکی

شماره دانشجویی: 9912743386

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## فهرست

1.....	مدل سازی سوال دوم
3.....	الف
9.....	ب
9.....	ج
11.....	خروجی لینگو

## مدل سازی سوال دوم

مدل مسئله مطرح شده به شرح زیر است:

**هدف:**

حداکثر کردن سود

**مجموعه‌ها:**

محصولات:

$$I = 1, 2, 3, 4$$

کارگاه:

$$J = 1, 2, 3, 4, 5$$

سناریو:

$$S = 1, 2, 3$$

**متغیرهای تصمیم:**

$X_i$ : مقداری از محصول  $i$  که در دوره اول تولید می‌شود.

$Y_{is}$ : مقداری که از محصول  $i$  در سناریو  $S$  در دوره دوم تولید می‌شود.

$C_i$ : مقداری از محصول  $i$  که در دوره اول بفروش می‌رسد.

$S_i$ : مقدار محصول  $i$  که در انتها دوره اول انبار می‌شود. (بفروش نمی‌رسد)

$CS_{is}$ : مقدار محصول  $i$  که در دوره دوم طبق سناریو  $S$  بفروش می‌رسد.

$SS_{is}$ : مقدار محصول  $i$  که در انتها دوره دوم طبق سناریو  $S$  بفروش نمی‌رسد و اسقاط می‌شود.

**پارامترها:**

$Cost_i$ : هزینه تولید محصول  $i$  در دوره اول.

$(Revenue_i)R_i$ : درآمد از محصول  $i$  در دوره اول.

$(Demand_i)D_i$ : تقاضا محصول  $i$  در دوره اول.

$H_i$ : هزینه نگهداری محصول  $i$  در دوره اول برای دوره دوم.

$B_j$ : ظرفیت تولید کارگاه  $j$  در یک دوره.

$(Revs_{is})RS_{is}$ : درآمد از محصول  $i$  طبق سناریو  $S$  در دوره دوم.

$Costs_{is}$ : هزینه تولید محصول  $i$  طبق سناریو  $S$  در دوره دوم.

$(demands_{is})DS_{is}$ : تقاضا محصول  $i$  طبق سناریو  $S$  در دوره دوم.

$R_{ji}$ : مقدار نفر-ساعت مورد نیاز از هر ایستگاه کاری  $j$  برای تولید محصول  $i$

$L_i$ : نرخ حراج نسبت به قیمت اصلی همان دوره در انتهای دوره دوم

مدل به صورت زیر است:

$$MAX Z = \sum_{i=1}^4 (C_i \times R_i - X_i \times Cost_i - H_i \times S_i) \\ + \sum_{i=1}^4 \sum_{s=1}^3 P_s \times (CS_{is} \times RS_{is} - Y_{is} \times Cost_{is} + SS_{is} \times L_{is} \times RS_{is})$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^4 X_i + R_{ji} = B_j \quad \forall j$$

$$\sum_{i=1}^4 Y_{is} + R_{ji} = B_j \quad \forall j, s$$

$$X_i = C_i + S_i \quad \forall i$$

$$S_i + Y_{is} = CS_{is} + SS_{is} \quad \forall i, s$$

$$C_i \leq D_i \quad \forall i$$

$$CS_{is} \leq DS_{is} \quad \forall i, s$$

$$X_i, C_i, S_i, Y_{is}, CS_{is}, SS_{is} \in Z^+ \quad \forall i$$

## الف

با پیاده‌سازی مدل فوق در نرم افزار لینگو می‌توانیم میزان بهینه تولید از هر محصول را بدست آوریم. از آن جایی که محصول مورد نظر قطعه است مقادیر تولید عدد صحیح در نظر گرفته شدند. این مقادیر در جدول زیر قابل مشاهده هستند:

## حالت محتمل:

دوره اول:

میزان موجودی انتها دوره (S)	میزان فروش (C)	میزان تولید (X)	محصول
237	2497	2734	1
0	1000	1000	2
599	800	1399	3
0	0	0	4

مقدار تابع هدف برابر است با 50109.25

Global optimal solution found.

Objective value: 50109.25  
Objective bound: 50109.25  
Infeasibilities: 0.000000  
Extended solver steps: 344  
Total solver iterations: 1011  
Elapsed runtime seconds: 0.07

Model Class: MILP

Total variables: 48  
Nonlinear variables: 0  
Integer variables: 48  
  
Total constraints: 69  
Nonlinear constraints: 0  
  
Total nonzeros: 252  
Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value	Reduced Cost
X( 1)	2734.000	8.000000
X( 2)	1000.000	15.00000
X( 3)	1399.000	12.00000
X( 4)	0.000000	14.00000
C( 1)	2497.000	-12.00000
C( 2)	1000.000	-23.00000
C( 3)	800.0000	-17.00000
C( 4)	0.000000	-20.00000
SX( 1)	237.0000	0.8000000
SX( 2)	0.000000	1.500000
SX( 3)	599.0000	1.200000
SX( 4)	0.000000	1.400000

## سناریو اول:

در این قسمت سناریو اول را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

دوره اول:

محصول	میزان تولید (X)	میزان فروش (C)	میزان موجودی انتها دوره (S)
1	2734	2497	237
2	1000	1000	0
3	1399	800	599
4	0	0	0

Variable	Value	Reduced Cost
X ( 1)	2500.000	8.000000
X ( 2)	1000.000	15.00000
X ( 3)	1460.000	12.00000
X ( 4)	116.0000	14.00000
C ( 1)	2500.000	-12.00000
C ( 2)	1000.000	-23.00000
C ( 3)	800.0000	-17.00000
C ( 4)	116.0000	-20.00000
SX ( 1)	0.000000	0.8000000
SX ( 2)	0.000000	1.500000
SX ( 3)	660.0000	1.200000
SX ( 4)	0.000000	1.400000

دوره دوم:

محصول	میزان تولید (Y <sub>i1</sub> )	میزان فروش (CS <sub>i1</sub> )	میزان موجودی انتها دوره (SS <sub>i1</sub> )
1	2400	2500	0
2	900	1000	0
3	90	800	660
4	844	116	0

Variable	Value	Reduced Cost
Y( 1, 1)	2400.000	10.00000
Y( 2, 1)	900.0000	16.00000
Y( 3, 1)	90.00000	14.00000
Y( 4, 1)	844.0000	15.00000
CS( 1, 1)	2400.000	-13.00000
CS( 2, 1)	900.0000	-24.00000
CS( 3, 1)	750.0000	-18.00000
CS( 4, 1)	844.0000	-20.00000
SS( 1, 1)	0.000000	-7.800000
SS( 2, 1)	0.000000	-14.40000
SS( 3, 1)	0.000000	-10.80000
SS( 4, 1)	0.000000	-12.00000

مقدار تابع هدف برابر است با 44844.

---

```

Global optimal solution found.
Objective value:                44844.00
Objective bound:                44844.00
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          4
Total solver iterations:        58
Elapsed runtime seconds:        0.04

Model Class:                    PILP

Total variables:                 48
Nonlinear variables:             0
Integer variables:              48

Total constraints:               69
Nonlinear constraints:           0

Total nonzeros:                 228
Nonlinear nonzeros:             0

```



## سناریو دوم:

در این قسمت سناریو دوم را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

دوره اول:

محصول	میزان تولید (X)	میزان فروش (C)	میزان موجودی انتها دوره (S)
1	2912	2500	412
2	878	600	278
3	1498	800	698
4	0	0	0

Variable	Value	Reduced Cost
X( 1)	2912.000	8.000000
X( 2)	878.0000	15.00000
X( 3)	1498.000	12.00000
X( 4)	0.000000	14.00000
C( 1)	2500.000	-12.00000
C( 2)	600.0000	-23.00000
C( 3)	800.0000	-17.00000
C( 4)	0.000000	-20.00000
SX( 1)	412.0000	0.8000000
SX( 2)	278.0000	1.500000
SX( 3)	698.0000	1.200000
SX( 4)	0.000000	1.400000

دوره دوم:

محصول	میزان تولید (Y <sub>i2</sub> )	میزان فروش (CS <sub>i2</sub> )	میزان موجودی انتها دوره (SS <sub>i2</sub> )
1	1788	2200	0
2	522	800	0
3	2	700	0
4	1700	1700	0

Variable	Value	Reduced Cost
Y( 1, 2)	1788.000	11.00000
Y( 2, 2)	522.0000	17.00000
Y( 3, 2)	2.000000	15.00000
Y( 4, 2)	1700.000	16.00000
CS( 1, 2)	2200.000	-15.00000
CS( 2, 2)	800.0000	-26.00000
CS( 3, 2)	700.0000	-20.00000
CS( 4, 2)	1700.000	-22.00000
SS( 1, 2)	0.000000	-9.000000
SS( 2, 2)	0.000000	-15.60000
SS( 3, 2)	0.000000	-12.00000
SS( 4, 2)	0.000000	-13.20000

مقدار تابع هدف برابر است با 50801.80

```

Global optimal solution found.
Objective value:                50801.80
Objective bound:                50801.80
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          1810
Total solver iterations:         1175
Elapsed runtime seconds:         0.08

Model Class:                    MILP

Total variables:                 48
Nonlinear variables:             0
Integer variables:               48

Total constraints:               69
Nonlinear constraints:           0

Total nonzeros:                 228
Nonlinear nonzeros:             0

```

### سناریو سوم:

در این قسمت سناریو سوم را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

دوره اول:

محصول	میزان تولید (X)	میزان فروش (C)	میزان موجودی انتها دوره (S)
1	2535	2500	35
2	1000	1000	0
3	1400	800	600
4	119	119	0

Variable	Value	Reduced Cost
X( 1)	2535.000	8.000000
X( 2)	1000.000	15.00000
X( 3)	1400.000	12.00000
X( 4)	119.0000	14.00000
C( 1)	2500.000	-12.00000
C( 2)	1000.000	-23.00000
C( 3)	800.0000	-17.00000
C( 4)	119.0000	-20.00000
SX( 1)	35.00000	0.8000000
SX( 2)	0.000000	1.500000
SX( 3)	600.0000	1.200000
SX( 4)	0.000000	1.400000

دوره دوم:

محصول	میزان تولید ( $Y_{i3}$ )	میزان فروش ( $CS_{i3}$ )	میزان موجودی انتها دوره ( $SS_{i3}$ )
1	1965	2000	0
2	600	600	0
3	0	600	0
4	1500	1500	0

Variable	Value	Reduced Cost
Y( 1, 3)	1965.000	12.00000
Y( 2, 3)	600.0000	18.00000
Y( 3, 3)	0.000000	16.00000
Y( 4, 3)	1500.000	18.00000
CS( 1, 3)	2000.000	-17.00000
CS( 2, 3)	600.0000	-28.00000
CS( 3, 3)	600.0000	-22.00000
CS( 4, 3)	1500.000	-25.00000
SS( 1, 3)	0.000000	-10.20000
SS( 2, 3)	0.000000	-16.80000
SS( 3, 3)	0.000000	-13.20000
SS( 4, 3)	0.000000	-15.00000

مقدار تابع هدف برابر است با 54606

Global optimal solution found.

Objective value: 54606.00  
 Objective bound: 54606.00  
 Infeasibilities: 0.000000  
 Extended solver steps: 0  
 Total solver iterations: 37  
 Elapsed runtime seconds: 0.03

Model Class: MILP

Total variables: 48  
 Nonlinear variables: 0  
 Integer variables: 48

Total constraints: 69  
 Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 228  
 Nonlinear nonzeros: 0

ب

برای بدست آوردن EVPI باید جواب بهینه را برای هر سناریو با این فرض که مطمئن هستیم آن سناریو رخ می دهد بدست آوریم.

	S1	S2	S3	احتمالی
احتمال	0.25	0.45	0.3	-
میزان سود	44844	50801.8	54606	50109.25

حال متوسط سود را با فرض این که می دانیم کدام سناریو رخ می دهد بدست می آوریم:

$$0.25 \times 44844 + 0.45 \times 50801.8 + 0.3 \times 54606 = 50453.61$$

بر اساس محاسبات بالا و بخش الف EVPI برابر است با:

$$EVPI = 50453.61 - 50109.25 = 344.36$$

ج

عددی که اینجا خواسته شده است VSS است یعنی ارزش حل تصادفی. اگر مدیر این شرکت بر اساس محتمل ترین گزینه یعنی سناریو دوم تصمیم گیری بخواهد بکند بر اساس بخش ب مقادیر زیر را تولید خواهد کرد:

میزان تولید (X)	محصول
2912	1
878	2
1498	3
0	4

```

MAX= @sum(product(i):(C(i)*revenue(i))- (X(i)*cost(i)

@for(machine(j):@sum(product(i): X(i)*R(j,i)) <= B(j)
@for(machine(j):@for(scenario(s):@sum(product(i): Y(i)

@for(product(i):X(i)=C(i)+SX(i));
@for(product(i):@for(scenario(s):Y(i,s)+SX(i)=CS(i,s)

@for(product(i):C(i)<=demand(i));
@for(product(i):@for(scenario(s):CS(i,s)<=demands(i,s)

X(1)=2912;
X(2)=878;
X(3)=1498;
X(4)=0;

@for(product(i):@gin(X(i)));
@for(product(i):@gin(C(i)));
@for(product(i):@gin(SX(i)));
@for(product(i):@for(scenario(s):@gin(Y(i,s))));
@for(product(i):@for(scenario(s):@gin(CS(i,s))));
@for(product(i):@for(scenario(s):@gin(SS(i,s))));
END

```

```

Global optimal solution found.
Objective value: 50038.33
Objective bound: 50038.33
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 4
Total solver iterations: 93
Elapsed runtime seconds: 0.09

Model Class: PILP

Total variables: 44
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 44

Total constraints: 69
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 208
Nonlinear nonzeros: 0

```

اگر این مقادیر را به عنوان عدد ثابت به مدل تصادفی استفاده شده در سوال اول بدهیم می‌توانیم متوسط سود این فرد را بدست آوریم که برابر است. یعنی مقدار VSS برابر می‌شود با:

$$VSS = 50109.25 - 50038.33 = 70.92$$

## خروجی لینگو

### قسمت محتمل

Global optimal solution found.		Solver Status		Variables	
Objective value:	50109.25	Model Class:	PILP	Total:	48
Objective bound:	50109.25	State:	Global Opt	Nonlinear:	0
Infeasibilities:	0.000000	Objective:	50109.3	Integers:	48
Extended solver steps:	344	Infeasibility:	1.42109e-014	Constraints	
Total solver iterations:	1011	Iterations:	1011	Total:	69
Elapsed runtime seconds:	0.07	Extended Solver Status		Nonlinear:	0
Model Class: PILP		Solver Type:	B-and-B	Nonzeros	
Total variables:	48	Best Obj:	50109.3	Total:	252
Nonlinear variables:	0	Obj Bound:	50109.2	Nonlinear:	0
Integer variables:	48	Steps:	344	Generator Memory Used (K)	
Total constraints:	69	Active:	0	42	
Nonlinear constraints:	0	Elapsed Runtime (hh:mm:ss)		00 : 00 : 00	
Total nonzeros:	252				
Nonlinear nonzeros:	0				

### سناریو اول

Global optimal solution found.		Solver Status		Variables	
Objective value:	44844.00	Model Class:	PILP	Total:	48
Objective bound:	44844.00	State:	Global Opt	Nonlinear:	0
Infeasibilities:	0.000000	Objective:	44844	Integers:	48
Extended solver steps:	4	Infeasibility:	0	Constraints	
Total solver iterations:	58	Iterations:	58	Total:	69
Elapsed runtime seconds:	0.03	Extended Solver Status		Nonlinear:	0
Model Class: PILP		Solver Type:	B-and-B	Nonzeros	
Total variables:	48	Best Obj:	44844	Total:	228
Nonlinear variables:	0	Obj Bound:	44844	Nonlinear:	0
Integer variables:	48	Steps:	4	Generator Memory Used (K)	
Total constraints:	69	Active:	0	42	
Nonlinear constraints:	0	Elapsed Runtime (hh:mm:ss)		00 : 00 : 00	
Total nonzeros:	228				
Nonlinear nonzeros:	0				

### سناریو دوم

Global optimal solution found.		Solver Status		Variables	
Objective value:	50801.80	Model Class:	PILP	Total:	48
Objective bound:	50801.80	State:	Global Opt	Nonlinear:	0
Infeasibilities:	0.000000	Objective:	50801.8	Integers:	48
Extended solver steps:	1810	Infeasibility:	2.84217e-014	Constraints	
Total solver iterations:	1175	Iterations:	1175	Total:	69
Elapsed runtime seconds:	0.09	Extended Solver Status		Nonlinear:	0
Model Class: PILP		Solver Type:	B-and-B	Nonzeros	
Total variables:	48	Best Obj:	50801.8	Total:	228
Nonlinear variables:	0	Obj Bound:	50801.8	Nonlinear:	0
Integer variables:	48	Steps:	1810	Generator Memory Used (K)	
Total constraints:	69	Active:	0	42	
Nonlinear constraints:	0	Elapsed Runtime (hh:mm:ss)		00:00:00	
Total nonzeros:	228				
Nonlinear nonzeros:	0				

### سناریو سوم

Global optimal solution found.  
 Objective value: 54606.00  
 Objective bound: 54606.00  
 Infeasibilities: 0.000000  
 Extended solver steps: 0  
 Total solver iterations: 37  
 Elapsed runtime seconds: 0.03

Model Class: PILP

Total variables: 48  
 Nonlinear variables: 0  
 Integer variables: 48

Total constraints: 69  
 Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 228  
 Nonlinear nonzeros: 0

Solver Status	
Model Class:	PILP
State:	Global Opt
Objective:	54606
Infeasibility:	0
Iterations:	37
Extended Solver Status	
Solver Type:	B-and-B
Best Obj:	54606
Obj Bound:	54606
Steps:	0
Active:	0
Variables	
Total:	48
Nonlinear:	0
Integers:	48
Constraints	
Total:	69
Nonlinear:	0
Nonzeros	
Total:	228
Nonlinear:	0
Generator Memory Used (K)	
42	
Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
00:00:00	

تابع هدف VSS

Global optimal solution found.  
 Objective value: 50038.33  
 Objective bound: 50038.33  
 Infeasibilities: 0.000000  
 Extended solver steps: 4  
 Total solver iterations: 93  
 Elapsed runtime seconds: 0.09

Model Class: PILP

Total variables: 44  
 Nonlinear variables: 0  
 Integer variables: 44

Total constraints: 69  
 Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 208  
 Nonlinear nonzeros: 0

Solver Status	
Model Class:	PILP
State:	Global Opt
Objective:	50038.3
Infeasibility:	2.84217e-014
Iterations:	93
Extended Solver Status	
Solver Type:	B-and-B
Best Obj:	50038.3
Obj Bound:	50038.3
Steps:	4
Active:	0
Variables	
Total:	44
Nonlinear:	0
Integers:	44
Constraints	
Total:	69
Nonlinear:	0
Nonzeros	
Total:	208
Nonlinear:	0
Generator Memory Used (K)	
42	
Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
00:00:00	