



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق - کروه مهندسی کنترل

درس کنترل خطی پاسخ تمرین صفر

نام و نام خانوادگی	امیرعلی جولایی مقدم
شماره دانشجویی	۴۰۲۱۶۴۳۳
تاریخ	۱۴۰۴ مهرماه



۱ برسی کاربرد Feedback Control در زندگی شخصی

مقدمه و انتخاب سناریو: یک سناریوی واقعی از زندگی شخصی خود انتخاب کنید. این سناریو می‌تواند هر زمینه‌ای از زندگی شما باشد (برای مثال مدیریت فعالیت‌های ورزشی یا آموزش مهارت جدید). هدف مشخصی (Setpoint) در آن سناریو تعریف کنید و توضیح دهید که چرا رسیدن به این هدف برای شما مهم است.

سؤال ۱ — مقدمه و انتخاب سناریو

در این تمرین تصمیم دارم از کنترل فیدبک برای مدیریت پیشرفت در یادگیری زبان انگلیسی استفاده کنم. این موضوع برای من اهمیت زیادی دارد، زیرا زبان انگلیسی نه تنها ابزار ارتباط با منابع علمی و فنی است، بلکه در مسیر شغلی و تحصیلی آینده‌ام نقشی اساسی دارد. اغلب در فرآیند یادگیری، افراد بدون بازخورد مناسب یا هدف کمی مشخص تمرین می‌کنند، در نتیجه پس از مدتی انگیزه یا تمکن خود را از دست می‌دهند. هدف از این پروژه، طراحی یک سیستم ساده فیدبک است که با استفاده از داده‌های واقعی (مانند تعداد واژه‌های یادگرفته شده یا امتیاز آزمون شنیداری) بتواند روند پیشرفت را کنترل کند و مانع از افت عملکرد یا یادگیری غیربهینه شود.

انتخاب سناریو

سناریوی من به این صورت است:

من در حال یادگیری زبان انگلیسی برای شرکت در آزمون IELTS هستم. در حال حاضر سطح من در حدود B1 است و هدف نهایی من رسیدن به سطح B2 در مدت چهار ماه آینده است، به‌طوری که بتوانم نمره کل 6.5 در آزمون IELTS کسب کنم. بنابراین هدف کمی یا همان Setpoint در این سیستم برابر است با:

$$r = 6.5 \quad (\text{IELTS})$$

اهمیت هدف

رسیدن به این هدف برای من چند دلیل مهم دارد:

۱. این نمره شرط لازم برای پذیرش در برنامه تحصیلات تکمیلی‌ای است که قصد دارم در آن شرکت کنم.
۲. بهبود مهارت زبان انگلیسی باعث می‌شود بتوانم از منابع علمی بین‌المللی بهتر استفاده کنم و در کار پژوهشی عملکرد دقیق‌تری داشته باشم.
۳. به لحاظ شخصی، توانایی برقراری ارتباط مؤثر با افراد غیر فارسی‌زبان برای من انگیزه‌ای قوی و لذت‌بخش است.

توصیف کلی سیستم کنترلی

در این سناریو، فرآیند یادگیری زبان مانند یک سیستم پویا در نظر گرفته می‌شود:



- Plant (فرآیند): ذهن و حافظه من که مهارت‌های زبانی در آن شکل می‌گیرد (مثلاً گرامر، لغت، درک شنیداری و گفتاری).
- Input (ورودی): زمان و انرژی صرف شده برای تمرین هر مهارت (خواندن، گوش دادن، صحبت کردن، نوشتن).
- Output (خروجی): نمره آزمون آزمایشی هفتگی یا میانگین درصد پاسخ‌های درست در تمرین‌های آنلاین.
- Sensor (سنسور): نتایج آزمون‌ها، اپلیکیشن‌های یادگیری مانند Duolingo یا IELTS Prep.
- Controller (کنترل‌کننده): برنامه درسی من که تصمیم می‌گیرد چه مقدار تمرین در هر هفته انجام شود.
- Disturbance (اغتشاش): خستگی، فشار کاری یا کمبود زمان.
- Noise (نویز): نوسانات تصادفی عملکرد در آزمون‌ها یا خطاهای سنجش.

تعريف دقیق Setpoint و متغیرهای سیستم

هدف (Setpoint) به صورت کمی برابر است با:

$$r = 6.5$$

متغیر اندازه‌گیری شده (Output) برابر است با میانگین نمره آزمون‌های آزمایشی هفتگی (y_k), و متغیر ورودی (u_k) برابر است با مجموع ساعت‌های مطالعه و تمرین در هفته.

اهمیت رویکرد کنترلی در این سناریو

بدون بازخورد، یادگیری ممکن است به صورت نوسانی یا غیربهینه پیش رود: گاهی بیش از حد تمرین کرده و خسته می‌شوم، گاهی تمرین را کم کرده و پیشرفت کند می‌شود. اما در سیستم فیدبک، خروجی هر هفته (نمره آزمون) اندازه‌گیری می‌شود و بر اساس میزان فاصله از هدف، میزان تمرین در هفته بعد تنظیم می‌گردد. به بیان دیگر، کنترل‌کننده مانند مربی مجازی عمل می‌کند که در هر چرخه، عملکرد را بررسی کرده و مقدار بهینه مطالعه را برای حفظ روند صعودی تعیین می‌کند. این همان مفهوم کنترل فیدبک است که در سیستم‌های مهندسی برای پایداری و بهینه‌سازی به کار می‌رود.

جمع‌بندی

در نتیجه، سناریوی انتخاب شده یعنی «یادگیری زبان انگلیسی برای رسیدن به نمره ۶/۵ در آزمون IELTS» یک نمونه واقعی، شخصی و قابل اندازه‌گیری از بهکارگیری کنترل فیدبک در زندگی روزمره است. این سیستم از حلقة بازخورد میان تلاش (ورودی) و پیشرفت قابل اندازه‌گیری (خروجی) استفاده می‌کند تا مسیر یادگیری را بهینه کرده و از اتلاف انرژی جلوگیری کند.



— ۲ سؤال —

با مراجعه به تعاریف و دیاگرام های موجود در مخزن ecourse ساختار فیدبک را برای سناریوی خود مدل کنید. اجزای سیستم را به این صورت مشخص کنید:

- عنصر تصمیم گیرنده (Controller): قوانین یا الگوریتم هایی که برای رسیدن به هدف استفاده می کنند.
- حسگر یا مشاهده گر (Observer/Sensor): بازخورده که از وضعیت خود می گیرید یا داده هایی که اندازه گیری می کنند.
- محرک (Actuator): اقداماتی که انجام می دهید تا به هدف نزدیک شوید.
- سیستم تحت کنترل (Plant) و اغتشاشات: محیط و عوامل بیرونی که می توانند بر عملکرد شما اثر بگذارند.

با مراجعه به تعاریف و دیاگرام های موجود در مخزن ecourse، ساختار فیدبک را برای سناریوی خود مدل کنید. اجزای سیستم را به این صورت مشخص کنید:

- عنصر تصمیم گیرنده (Controller): قوانین یا الگوریتم هایی که برای رسیدن به هدف استفاده می کنند.
- حسگر یا مشاهده گر (Observer/Sensor): بازخورده که از وضعیت خود می گیرید یا داده هایی که اندازه گیری می کنند.
- محرک (Actuator): اقداماتی که انجام می دهید تا به هدف نزدیک شوید.
- سیستم تحت کنترل (Plant) و اغتشاشات: محیط و عوامل بیرونی که می توانند بر عملکرد شما اثر بگذارند.

پاسخ (برای سناریوی انتخاب شده): «یادگیری زبان انگلیسی برای رسیدن به نمره ۵/۶ در IELTS»

در این بخش، با ارجاع به الگوهای مرسوم در مخزن ecourse، ساختار فیدبک برای سناریوی یادشده را به صورت مفهومی و دقیق مدل می کنم و هر یک از مؤلفه ها را توصیف می کنم.

۱. شرح کلی ساختار فیدبک حلقة فیدبک منفی پایه ای در این سیستم برقرار است: هدف (Setpoint) با خروجی اندازه گیری شده مقایسه می شود، خطای حاصل به کنترل کننده داده می شود، کنترل کننده اقداماتی را (ورودی یا u) تعیین می کند و این اقدامات بر سیستم تحت کنترل اثر می گذارند که خروجی جدید (مثلاً نمره آزمون) تولید می شود. این خروجی بار دیگر اندازه گیری شده و حلقة کامل می شود. این ساختار به شکل زیر به صورت منطقی قابل نمایش است:

$$Setpoint - error = r - y \xrightarrow{\text{Controller}} u \xrightarrow{\text{Plant}} y \xrightarrow{\text{Sensor}} feedback \xrightarrow{\text{Controller}} u \dots$$

۲. تعریف دقیق مؤلفه ها در ادامه هر مؤلفه با جزئیات و با مثال های عملی آورده شده است.
 (الف) عنصر تصمیم گیرنده (Controller):

کنترل کننده در این سناریو سیاست تصمیم گیری برای تخصیص منابع یادگیری را مشخص می کند. به صورت عملی، کنترل کننده می تواند یکی از ساختارهای زیر یا ترکیبی از آن ها باشد:

- یک قانون ساده مبتنی بر اختلاف: $u_{k+1} = u_k + K_p(r - y_k)$ ، که در آن K_p بهره تناسبی است.



- یک کنترل کننده PI گسته: $u_{k+1} = K_p e_k + K_i \sum_{j=0}^k e_j$, برای کاهش خطای ماندگار.

- قواعد منطقی تجربی (مریانه): اگر میانگین نمره چند آزمون متواالی کاهش یابد، ساعت مطالعه مهارت ضعیف افزایش یابد؛ اگر خستگی تشخیص داده شود، برنامه کاهش یابد.

در عمل ترکیب یک PI پایه با قیدهای اینمی (اشباع بار، حد افزایش هفتگی) مناسب‌ترین انتخاب است؛ زیرا هم قابلیت حذف خطای ثابت را دارد و هم می‌توان با اشباع/آنتی‌وینداپ از رفتارهای نایمن جلوگیری کرد.

ب) حسگر یا مشاهده‌گر (Observer).

حسگرهای منابع داده‌ای هستند که وضعیت سیستم را روشن می‌کنند. در این سناریو نمونه‌های عملی عبارت‌اند از:

- نتایج آزمون‌های آزمایشی هفتگی در چهار مهارتِ Listening, Reading, Writing, Speaking.

- آمار اپلیکیشن‌های یادگیری (درصد پاسخ صحیح، تعداد واژگان جدید ثبت‌شده).

- معیارهای رفتاری مانند ساعات کار انجام‌شده، نرخ تکمیل درس‌ها، گزارش خودرزیابی و RPE ذهنی (خستگی ادراک‌شده).

برای کاهش نویز در سنسورها، پیشنهاد می‌شود خروجی‌های خام بر اساس یک فیلتر ساده (میانگین متحرک چند نمونه) یا فیلتر کالمن سبک پردازش شوند تا \hat{y}_k نماینده روند واقعی باشد، نه نوسان تصادفی.

ج) محرک (Actuator).

محرک شامل اقداماتی است که کنترل کننده آن‌ها را تعیین می‌کند و به طور مستقیم بر فرآیند یادگیری اثر می‌گذارد. مثال‌ها:

- تخصیص ساعت مطالعه در هفته برای هر مهارت: $u_k = \text{مجموع ساعت مطالعه}$.

- تغییر استراتژی آموزشی: افزایش تمرکز روی Listening یا شرکت در کلاس مکالمه.

- تنظیم شدت تمرین (مثلاً تمرین‌های فشرده تست‌زنی در بازه کوتاه) یا اعمال هفتۀ ریکاوری (کاهش بار برای بازسازی).

مهم است که اجرای محرک‌ها قابل سنجش و ملموس باشد (ساعت مشخص، جلسات مشخص) تا اثرگذاری آن‌ها در اندازه‌گیری بعدی قابل دنبال کردن باشد.

د) سیستم تحت کنترل (Plant) و اغتشاشات (Disturbances).

• Plant: ذهن و حافظه یادگیرنده به عنوان یک سیستم پویا که یادگیری و فراموشی را تجربه می‌کند. این سیستم معمولاً غیرخطی است، دارای فرایندهای تاخیری (یادگیری اثرش ممکن است بعد از چند روز یا چند هفته نمایان شود) و پارامترهای وابسته به فرد (توان نگهداری، سرعت یادگیری).

• اغتشاشات: مواردی که خارج از کنترل مستقیم سیستم تصمیم‌گیر قرار دارند و می‌توانند به طور ناگهانی یا تدریجی خروجی را تغییر دهند؛ مانند خستگی، بیماری، تغییر در برنامه کاری، استرس محیطی یا شرایط خواب، و نیز وقایع اجتماعی (سفر، امتحانات دیگر). در مدل ریاضی این اغتشاشات معمولاً به صورت یک ترم اضافه w_k وارد معادلات حالت می‌شوند.

۳. نکات طراحی برای کاهش اثرات منفی اغتشاش و نویز برای اینکه حلقه فیدبک عملکرد قابل قبولی داشته باشد، باید چند نکته عملی رعایت شود:



۱. فیلتر و صاف‌سازی داده‌ها: استفاده از میانگین متحرک یا فیلتر کالمن ساده روی y_k قبل از محاسبه e_k تا از تصمیم‌گیری بر اساس نوسانات تصادفی جلوگیری شود.

۲. محدودیت اعمال ورودی (saturation): تعیین u_{\min} و u_{\max} معقول (مثلاً حداقل ۰ و حداکثر ۱۵ ساعت در هفته) و محدود کردن افزایش هفتگی (قانون ۱۰٪) برای جلوگیری از فرسودگی.

۳. آنتی‌ویندآپ (Anti-windup): هنگامی که عمل کنترل به دلیل اشباع محدود می‌شود، باید ترم انتگرال کنترل‌کننده اصلاح یا محدود شود تا از تجمع نامطلوب جلوگیری شود.

۴. مکانیزم تشخیص اغتشاش بزرگ: اگر افت ناگهانی عملکرد ناشی از بیماری یا رویداد ویژه باشد، سیستم باید قادر باشد وارد حالت بازسازی (recovery) شود و نه صرفاً افزایش نامحدود بار را اعمال کند.

۵. تعدیل بهره‌ها (Adaptive tuning): بعدهای کنترلی K_p و K_i می‌تواند براساس شرایط بلندمدت و شواهد تاریخی تنظیم شود تا سازگاری با تغییرات فردی حاصل شود.

۶. نتیجه‌گیری با مدل‌سازی دقیق مؤلفه‌های حلقة فیدبک برای سناریوی یادگیری زبان:

- می‌توان یک سیستم خوداصلاح کر ایجاد کرد که بر اساس بازخورد دوره‌ای، برنامه تمرین را به صورت هدفمند تنظیم کند؛
- استفاده از فیلتر و مکانیزم‌های اینمی (اشباع، آنتی‌ویندآپ، محدودیت افزایش) اثر اغتشاش‌ها و نویز را کاهش می‌دهد؛
- طراحی بهره‌ها و سیاست‌های تصمیم‌گیری باید محافظه‌کار و مبتنی بر داده باشد تا از نوسان و فرسودگی جلوگیری شود.

این پاسخ بر پایه مفاهیم و دیاگرام‌های مرسوم در مخزن eicourse تهیه شده و آماده است تا در بخش‌های بعدی به معادلات حالت، طراحی عددی کنترل‌کننده و شبیه‌سازی پیوسته شود.

— ۳ سؤال —

چرایی استفاده از فیدبک: با استناد به مطالب «چرا فیدبک؟» و توضیحات ارائه شده در هفته اول، توضیح دهید که چرا کنترل Loop Open برای سناریوی شما کافی نیست و اضافه کردن یک حلقة Feedback چگونه می‌تواند به پایداری و سازگاری سیستم کمک کند.

کنترل Open-Loop: در این نوع کنترل، هیچ بازخوردی از خروجی سیستم دریافت نمی‌شود و بنابراین سیستم قادر به جبران خطاهای اغتشاشات محیطی نیست.

کنترل Closed-Loop (دارای فیدبک): در این حالت خروجی سیستم اندازه‌گیری شده و با مقدار مطلوب (Setpoint) مقایسه می‌شود. این مقایسه باعث ایجاد سیگنال خطای شود که کنترل‌کننده از آن برای اصلاح ورودی‌ها استفاده می‌کند.
در نتیجه، وجود فیدبک باعث می‌شود سیستم بتواند:

۱. خطاهای ناشی از مدل‌سازی ناقص یا اغتشاشات محیطی را کاهش دهد؛

۲. رفتار سیستم را به سمت پایداری هدایت کند؛

۳. و به تغییرات محیطی یا اهداف جدید به صورت پویا واکنش نشان دهد.



— ۴ سؤال —

تحلیل ویژگی‌های کلیدی

ویژگی‌های زیر را طبق مفاهیم هفت‌های اول تعریف کنید و بر اساس سناریوی خود توضیح دهید:

- پایداری: بیان کنید رفتار سیستم چگونه به حالت مطلوب همگرا می‌شود و چرا پایداری اهمیت دارد.
- ردیابی (Tracking): قابلیت دنبال‌کردن مسیر یا هدف متغیر چگونه در سناریوی شما مطرح می‌شود؟
- کاهش اغتشاش (Disturbance Rejection): هنگام وقوع رویدادهای پیش‌بینی نشده چه تدابیری می‌اندیشید؟
- حذف نویز (Noise Rejection): روش شما برای کنار گذاشتن اطلاعات ناصحیح یا اندازه‌گیری‌های پرونوسان چیست؟
- کاهش حساسیت به عدم قطعیت مدل: اگر مدل ذهنی شما از سیستم ناقص باشد، چگونه عملکرد خود را حفظ می‌کنید؟

در این بخش، ویژگی‌های اساسی یک سیستم کنترل خطی بر اساس مفاهیم هفت‌های اول بررسی می‌شوند. سناریوی موردنظر، کنترل و تنظیم زمان مطالعه‌ی روزانه با استفاده از بازخورد عملکرد شخصی است؛ به‌طوری‌که فرد در تلاش است تا مدت زمان مطالعه‌ی خود را در سطح مطلوب و پایدار حفظ کند.

- پایداری: در این سناریو، پایداری به این معناست که رفتار فرد (مدت زمان مطالعه در هر روز) پس از چند روز نوسان، به مقدار مطلوب خود همگرا شود و در اطراف آن باقی بماند. پایداری اهمیت دارد زیرا تضمین می‌کند سیستم پس از اغتشاشات (مثل خستگی یا برنامه‌های غیرمنتظره) دوباره به حالت نرمال بازگردد. اگر سیستم ناپایدار باشد، ممکن است مقدار مطالعه روزانه به صورت مداوم کاهش یا افزایش یابد و هیچ‌گاه به تعادل نرسد.

ردیابی (Tracking) هدف در این سیستم آن است که مقدار مطالعه‌ی واقعی، مسیر یا مقدار هدف تعیین شده (مثلاً ۳ ساعت در روز) را دنبال کند. اگر شرایط یا اهداف تغییر کنند — برای مثال، در فصل امتحانات مقدار هدف افزایش یابد — سیستم باید بتواند این تغییر را ردیابی کند و رفتار خود را متناسب با آن تنظیم نماید. کنترل کننده (فرد) با مشاهده‌ی عملکرد خود و مقایسه‌ی آن با هدف، خط را تشخیص داده و تصمیم اصلاحی می‌گیرد (مثلاً تنظیم برنامه‌ی روزانه یا تغییر زمان خواب).

کاهش اغتشاش (Disturbance Rejection) در زندگی واقعی، عوامل مزاحم مانند جلسات غیرمنتظره، مهمنانی یا بیماری ممکن است مانع از تحقق هدف مطالعه شوند. سیستم باید طوری طراحی شود که در برابر این اغتشاشات مقاوم باشد. برای مثال، فرد می‌تواند با تنظیم مجدد برنامه در روزهای بعد، یا تخصیص زمان جبرانی، اثر اغتشاش را کاهش دهد و عملکرد کلی سیستم را در مسیر هدف نگه دارد.

حذف نویز (Noise Rejection) در فرآیند تصمیم‌گیری، اطلاعات ناصحیح یا نویز می‌تواند باعث برداشت غلط از عملکرد واقعی شود؛ مثلاً احساس ذهنی از خستگی ممکن است با واقعیت تفاوت داشته باشد. فرد باید با جمع‌آوری داده‌های دقیق‌تر (مثلاً ثبت واقعی زمان مطالعه با تایمر) یا استفاده از میانگین‌گیری در چند روز، اثر این نویزها را کاهش دهد و بازخورد واقعی‌تری دریافت کند.



- کاهش حساسیت به عدم قطعیت مدل: ممکن است مدل ذهنی فرد از سیستم مطالعه‌ی خود ناقص باشد؛ مثلاً تصور کند افزایش زمان مطالعه همواره مفید است، در حالی که خستگی باعث افت بازده می‌شود. در این شرایط، سیستم باید طوری طراحی شود که نسبت به خطاهای مدل حساسیت کمتری داشته باشد. این هدف با تنظیم تدریجی پارامترها، بازنگری در فرضیات، و اصلاح مدام برنامه بر اساس بازخورد واقعی حاصل می‌شود. بدین ترتیب، حتی در حضور عدم قطعیت، سیستم می‌تواند عملکرد قابل قبولی را حفظ کند.

در مجموع، تحلیل این ویژگی‌ها نشان می‌دهد که استفاده از حلقه‌ی فیدبک در زندگی روزمره (مانند کنترل زمان مطالعه) می‌تواند باعث افزایش پایداری، سازگاری با تغییرات محیطی و کاهش خطاهای انسانی شود.