

۱. رابطه‌ی $1 < 3x^2 - x^2y^2 \leq 0$ برای هر عدد حقیقی x برقرار است. برای y چند مقدار وجود دارد؟
(۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

۲. اگر β^2 گنگ و $\sqrt{\alpha}$ گویا باشد، کدام عدد ممکن است گویا باشد؟
(۱) $\alpha + \beta^4$ (۲) $\beta + \alpha$ (۳) $\frac{\beta}{1 + \sqrt{\alpha}}$ (۴) $\alpha^2 + \beta$

۳. اگر $(2a + 3, 3 - 2a)$ یک بازه‌ی متقارن به شعاع ۳ باشد، نقطه‌ی میانی بازه‌ی $(a - 1, a^2 + 1)$ کدام است؟
(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۴. اگر $a_n = n^n$ حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{na_n}$ کدام است؟
(۱) $\frac{1}{e}$ (۲) e (۳) ۱ (۴) ∞

۵. همه‌ی جملات دنباله‌ی $\left\{ \frac{n(-1)^n + 2}{n+1} \right\}$ در بازه‌ی $(a, b]$ قرار دارد. بیش‌ترین مقدار $b - a$ برابر کدام است؟
(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{11}{6}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{7}{3}$

۶. اگر برای هر $\varepsilon > 0$ ، عدد طبیعی n_0 وجود داشته باشد، به‌طوری که گزاره‌ی $|a_n| < \varepsilon \Rightarrow n \geq n_0$ برقرار باشد، کدام دنباله الزاماً همگراست؟

(۱) $\{a_n \log n\}$ (۲) $\left\{ a_n \cdot \sin \frac{n\pi}{3} \right\}$ (۳) $\left\{ a_n \cdot \sqrt{n^2 + 1} \right\}$ (۴) $\left\{ a_n \cdot (n^2 + \sqrt{n}) \right\}$

۷. کدام دنباله صعودی و همگراست؟

(۱) $a_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$ (۲) $a_n = n\left(\frac{2}{3}\right)^n$ (۳) $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)n^2$ (۴) $a_n = \sqrt{n^2 + 2n} - n$

۸. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\sqrt{4 - x^2} + \left[7 - \frac{6}{x} \right] \right)$ کدام است؟ (نماد $[]$ جزء صحیح است)
(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) حد وجود ندارد

۹. اگر $f(x) = (2x + a)[-3x]$ و دنباله‌ی $\left\{ f\left(\frac{2n+7}{n+2}\right) \right\}$ همگرا به ۴۲ باشد، مقدار a کدام است؟ (علامت جزء صحیح است).
(۱) -۹ (۲) -۱۰ (۳) -۱۱ (۴) -۱۲

۱۰. مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sqrt{-\tan x} - 1}{\cos 2x}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۱۱. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - \sqrt{x}) \left(\frac{1}{x-1} + \sin \frac{1}{x-1} \right)$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

(۱) ۰ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

۱۲. فرض کنید $f(x) = \frac{x}{2x^2 + ax + b}$ باشد. اگر دنباله‌ی $\left\{ f\left(1 + \frac{1}{n}\right) \right\}$ و $\left\{ f\left(1 - \frac{1}{n}\right) \right\}$ هر دو واگرا به $+\infty$ باشند، آن‌گاه $a - b$ کدام است؟

(۱) -۶ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۳. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x(x + a + \sqrt{x^2 + bx}) = 4$ ، مقدار $2a - b$ کدام است؟ ($a, b > 0$)

(۱) ۶ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) صفر

۱۴. تابع $f(x) = \left\lfloor \frac{x^2}{2} \right\rfloor$ در بازه‌ی $(2, k)$ فقط در یک نقطه ناپیوسته است. بزرگترین مقدار k کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۴) $\sqrt{8}$

۱۵. اگر خط $y = ax + b$ مجانب $\sqrt{\frac{4x}{x+1}}$ باشد، $f(x) = (1-x)$ باشد، ab کدام است؟

(۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) -۶

۱۶. کدام دو تابع با هم برابر نیستند؟

(۱) $f(x) = \frac{x}{|x|}$, $g(x) = \frac{|x|}{x}$

(۲) $f(x) = \lfloor |x| \rfloor$, $g(x) = \lceil |x| \rceil$

(۳) $f(x) = \cot x - \tan x$, $g(x) = 2 \cot 2x$

(۴) $f(x) = 2 \log |x|$, $g(x) = \log x^2$

استاد رفعتی

۱۷. نمودار تابع $y = [1 - x^2]$ در بازه‌ی $(-2, 2)$ تشکیل شده است از: ([] نماد جزء صحیح است.)

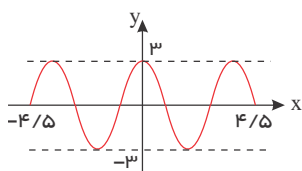
(۱) ۷ پاره‌خط و یک نقطه (۲) ۸ پاره‌خط (۳) ۸ پاره‌خط و یک نقطه (۴) ۷ پاره‌خط

۱۸. اگر $f(4x) = 3 + 2g\left(\frac{2}{x}\right)$ و $g^{-1}(1) = 4$ مقدار $f^{-1}(5)$ چقدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹. اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2-x}$ ضابطه‌ی معکوس آن کدام است؟

- (۱) $f^{-1}(x) = x^2 - 6x + 7 (x \leq 3)$
 (۲) $f^{-1}(x) = x^2 - 6x + 7 (x \geq 3)$
 (۳) $f^{-1}(x) = -x^2 + 6x - 7 (x \geq 3)$
 (۴) $f^{-1}(x) = -x^2 + 6x + 7 (x \leq 3)$



۲۰. شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin\left(\frac{1}{2} - bx\right)\pi$ می‌باشد. $a \cdot b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$
 (۲) $\frac{5}{36}$
 (۳) $\frac{5}{3}$
 (۴) $\frac{5}{12}$

۲۱. در بسط $(2\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^{15}$ جمله‌ای که فاقد متغیر x باشد، کدام است؟

- (۱) $\binom{15}{6} 2^6$
 (۲) $-\binom{15}{9} 2^9$
 (۳) $\binom{15}{9} 2^9$
 (۴) $-\binom{15}{6} 2^6$

۲۲. می‌خواهیم ۷۲ لیتر آب میوه، ۴۰ لیتر شیر و ۴۸ لیتر دوغ در شیشه‌هایی با حجم یکسان بسته‌بندی کنیم. حداقل تعداد شیشه‌ها کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۲ (۴) ۸

۲۳. حاصل جمع جواب‌های معادله‌ی $x^2 + 2x - 6 + 3|x| = 0$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) -۱ (۴) ۱

۲۴. به‌ازای کدام مقدار b عبارت $x^4 + ax + b$ بر $x^2 - 1$ بخش‌پذیر است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۳ (۴) ۳

۲۵. اگر باقیمانده‌ی $f(x)$ بر $x^2 - 5x + 4$ برابر $1 - 2x$ باشد. باقیمانده‌ی $f(x^2)$ بر $x - 2$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) -۷

۲۶. اگر $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$ باشد، حاصل $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ کدام است؟ $(0 < \alpha < \frac{\pi}{4})$

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۷. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{3}}{\cos x} - \frac{1}{\sin x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{18}$ چقدر است؟

(۴) $4 \cos 20^\circ$

(۳) $4 \sin 20^\circ$

(۲) ۴

(۱) ۲

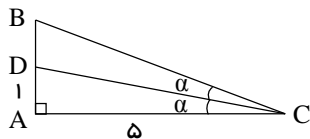
۲۸. مقدار عددی عبارت $\sin^2 20^\circ + \cos 10^\circ \sin 40^\circ$ کدام است؟

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$



۲۹. اگر $AC = 5$ و $AD = 1$ باشد، محیط مثلث ABC چقدر است؟

(۲) 12.5

(۱) ۱۲

(۴) 13.5

(۳) ۱۳

۳۰. تابع $f(x) = |x - 1| + 2|x + 1| + 3 - x$ در بازه‌ی (a, b) به تابع ثابت $y = k$ تبدیل می‌شود. حداکثر $k(b - a)$ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۴