



ساختارهای گسسته

نیم سال دوم ۹۷-۹۸

مدرس: حمید ضرابی زاده

تمرین سری دوم

منطقی، اثبات، لانه گیوتی

زمان تحویل: ۲۱ اسفندماه

مسئله ۱*. میز گرد

در جلسه ای ۲۰ نفر شرکت کرده اند که به دور میزی دایره ای شکل نشسته اند. ۹ نفر مشخص از این افراد قصد سخنرانی دارند و ۹ میکروفون در مقابل تعدادی از جایگاه ها قرار گرفته است. در مقابل هر جایگاه حداکثر یک میکروفون قرار دارد. متأسفانه میکروفون ها به میز متصل هستند و امکان جابجایی آن ها وجود ندارد. اما می توانیم میز را به اندازه ای دلخواه بچرخانیم تا میکروفون ها در مقابل افراد دیگری قرار بگیرند. ثابت کنید می توانیم میز را به گونه ای بچرخانیم که در مقابل بیش تر از نصف سخنرانان میکروفون قرار بگیرد.

مسئله ۲*. اعداد رمزی

۱۷ دانشمند در کنفرانسی حضور پیدا کرده اند. هر دو نفر از آن ها دقیقاً در مورد یکی از سه موضوع فیزیک، شیمی و یا ریاضی با یکدیگر مباحثه کرده اند. ثابت کنید ۳ نفر وجود دارند که تمام مباحثات بین آن ها درباره ی یک موضوع بوده است.

مسئله ۳*. گرداب منطقی

در یک کشور سه دهکده ی «راست گو»، «میان هرو» و «دروغ گو» وجود دارد. افراد دهکده ی «دروغ گو» همواره دروغ می گویند. افراد دهکده ی «میان هرو» به طور یکی در میان راست و دروغ می گویند و افراد دهکده ی «راست گو» همواره راست می گویند. یک روز سه نفر از بومیان این کشور به همراه مسافری گفت و گوی زیر را انجام دادند:

X : من در دهکده ی Y زندگی می کنم.

Y : من در دهکده ی Z زندگی می کنم.

Z : نه X و نه Y هیچ کدام هم آبادی من نیستند.

X : Z اهل میان هرو است.

Y : فاصله ی دهکده ی من و X به اندازه فاصله ی دهکده ی «میان هرو» و «دروغ گو» است.

Z : X و Y هم دهکده ای نیستند.

X : در این مدت Z یک بار دروغ گفت.

Y : X همیشه راست می گوید.

Z : آخرین بار هم X و هم Y دروغ گفتند.

به مسافر کمک کنید تا دهکده ی هر کدام را معلوم کند.

مسئله ۴. مستطیل های تک رنگ

یک جدول 7×7 داریم که خانه های آن با دو رنگ سفید و سیاه رنگ آمیزی شده اند. ثابت کنید حداقل ۲۱ زیرمستطیل با راس های هم رنگ و اضلاع موازی اضلاع جدول می توان یافت.

مسئله‌ی ۵. زبان مشترک

در همایشی ۲۰۰۰ نفر از کشورهای مختلف شرکت کرده‌اند. هرکدام از آن‌ها حداکثر به ۵ زبان مسلط هستند. می‌دانیم در میان هر جمع ۳ نفره، دو نفر وجود دارند که می‌توانند با زبان مشترکی باهم ارتباط برقرار کنند. ثابت کنید زبانی وجود دارد که حداقل ۲۰۱ نفر به آن مسلط هستند.

مسئله‌ی ۶. استنتاج

طبق قوانین کشور، فروش اسلحه به اشرار توسط یک ایرانی ممنوع است. اصغر یک شرور است و تعدادی اسلحه در اختیار دارد. همه‌ی اسلحه‌های اصغر از اکبر که فردی ایرانی است خریداری شده است. تمام فرض‌های موجود را با عبارات منطقی بیان کنید و با استفاده از قواعد استنتاج نشان دهید اکبر مجرم است.

مسئله‌ی ۷. عبارات‌های منطقی

۱. نقیض عبارت منطقی زیر را بیابید:

$$\exists x[P(x) \rightarrow \forall y[Q(y) \rightarrow R(y) \vee S(y)]]$$

۲. با ساده کردن عبارات منطقی زیر (بدون رسم جدول درستی) مشخص کنید هریک از این عبارات به‌ازای چه مقادیری از متغیرها صحیح هستند.

(الف)

$$(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$$

(ب)

$$(\neg p \vee q) \wedge (q \rightarrow (\neg r \wedge \neg p)) \wedge (p \vee r)$$