دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

سری سوم تمرین های کلاس حل تمرین

ریاضی مهندسی

۱. فرض کنید f تابعی حقیقی است که با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} ۲(x+۱) & |x| < ۱ \\ ۰ & |x| \geq ۱ \end{cases}$$

تعریف شده است. مطلوب است ضابطه تبدیل فوریه f.

۲. انتگرال فوریه سینوسی هر یک توابع زیر را که در بازه $(۰,\infty)$ تعریف شده اند، به دست بیاورید.

الف:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{۲} & ۰ < x \leq \pi \\ ۰ & x > \pi \end{cases}$$

ب:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & ۰ < x \leq \pi \\ ۰ & x > \pi \end{cases}$$

ج:

$$f(x) = e^{-x}\cos x$$

۳. با استفاده از انتگرال فوریه سینوسی درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$\int_۰^\infty \frac{\omega^۳ \sin \omega x}{\omega^۴ + ۴} d\omega = \frac{\pi}{۲} e^{-x}\cos x$$

۴.

الف: فرض کنید f تابعی زوج و $A(\omega)$ ضریب فوریه کسینوسی آن و $a > ۰$ عددی ثابت است. گزاره زیر را ثابت کنید.

$$f(ax) = \frac{۱}{a}\int_۰^\infty A\Big(\frac{\omega}{a}\Big)\cos \omega x dx$$

ب: به کمک قسمت الف تساوی زیر را ثابت کنید:

$$\int_۰^\infty \frac{e^{-\omega}\sin \omega t}{\omega} d\omega = \tan^{-۱} t$$

۵. مطلوب است ضابطه تبدیل فوریه تابع $f(x) = \frac{x}{x^۲+a^۲}$، بطوریکه $a > ۰$ عددی ثابت است.

۶. مطلوب است ضابطه تبدیل فوریه سینوسی $f(x) = \frac{e^{-ax}}{x}$، بطوریکه $a > ۰$ عددی ثابت است.