

۱.

**الف:** مزدوج همساز تابع همساز  $u(r, \theta) = \theta + r^2 \cos 2\theta$  را که در نیم صفحه بالایی  $\{(r, \theta) : r > 0, 0 < \theta < \pi\}$  تعریف شده است، به دست آورید.

**ب:** یک تابع  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  معرفی کنید که روی هذلولی  $xy = 1$  مشتق پذیر و در سایر نقاط مشتق پذیر نباشد. مشتق  $f(z)$  را نیز بیابید.

۲.

**الف:** تصویر ناحیه  $\{z \mid 0 < \|z\| < \infty, 0 < \text{Arg} z < \frac{\pi}{4}\}$  را تحت نگاشت  $f(z) = e^{iz}$  بیابید.

**ب:** بررسی کنید که این نگاشت در چه نقاطی همدیس و در چه نقاطی یک به یک است.

**۳:** میدان  $\{x > 0, x^2 + (y-2)^2 < 1\}$  را به صورت یک به یک و پوشا بر دیسک واحد بنگارید.

**۴:** مقدار انتگرال های زیر را حساب کنید.

**الف:**

$$I_1 = \oint_{|z|=1} y^{\Delta_1} dx$$

**ب:**

$$I_2 = \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{\sin \frac{1}{z}}{1+z} dz$$

۵.

**الف:** بسط لوران تابع  $f(z) = \frac{2z^2 - 5z + 2}{z^2 - 3z^2 + 2z}$  را در ناحیه  $1 < |z| < 2$  بیابید.

**ب:** بسط لوران تابع  $g(z) = \frac{1}{(z-2)^2}$  را در ناحیه  $|z| < 2$  بیابید.

**۶:** از تابع  $f(z) = e^{-z^2}$  در امتداد مستطیلی به رئوس  $a, -a, -a+ib, a+ib$  و  $-a+ib$  در جهت مثلثاتی انتگرال گرفته و سپس با استفاده از فرمول  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  نشان دهید:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \cos 2bx dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-b^2}$$

**۷:** انتگرال حقیقی زیر را حساب کنید.

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x(x^2 - 2x + 2)}$$