



ساختارهای گسسته

نیم‌سال دوم ۹۶-۹۷

مدرس: حمید ضرابی‌زاده

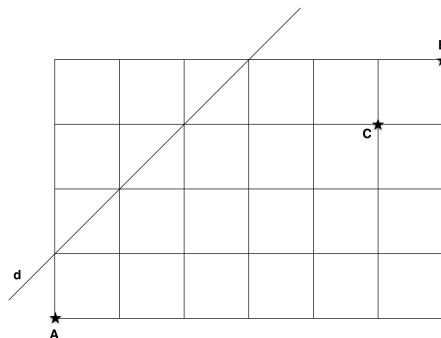
تمرین سری اول

ترکیبیات شمارشی

زمان تحویل: ۶ اسفندماه

مسئله‌ی ۱*. مسیر صعب‌العبور

در شکل زیر، اگر طول هر یک از اضلاع شبکه واحد باشد، تعداد کوتاه‌ترین مسیرهایی از A به B را به دست آورید که نه از نقطه‌ی C بگذرد، و نه با خط d برخورد داشته باشد.



مسئله‌ی ۲*. اعداد طلایی

یک عدد ۵ رقمی را طلایی می‌نامیم، اگر و تنها اگر با حذف یکی از ارقام آن، عدد ۱۱۲۲ به دست آید. تعداد اعداد طلایی ۵ رقمی را به دست آورید.

مسئله‌ی ۳*. جدول بازی

به چند روش می‌توان خانه‌های یک جدول 3×3 را با اعداد صفر و یک پر کرد، طوری که مجموع اعداد حداقل یکی از سطرها برابر صفر شود؟

مسئله‌ی ۴. چهاروجهی‌ها

تعداد چهاروجهی‌های مختلف که وجوه آن‌ها با یکی از اعداد ۱ تا ۴ شماره‌گذاری شده، چندتا است؟ استفاده‌ی مکرر از اعداد برای وجوه مجاز است.

مسئله‌ی ۵. رشته‌های دودویی

تعداد رشته‌های دودویی به طول n را بیابید که عبارت ۱۰ دقیقاً دو بار در آن ظاهر شده باشد. برای مثال رشته‌ی ۱۰۰۱۱۱۰ این ویژگی را دارد، اما رشته‌ی ۱۰۰۱۰۱۰ چنین نیست.

مسئله‌ی ۶. چندضلعی

به چند روش می‌توان k راس از یک n ضلعی را انتخاب کرد طوری که هیچ‌کدام از دو راس انتخابی متوالی نباشند؟ (فرض کنید راس‌ها متمایز هستند.)

مسئله‌ی ۷. آزمون عجیب

تعدادی دانش‌آموز در یک آزمون سخت با ۹ سوال شرکت کردند. پس از برگزاری آزمون، مشخص شد که هر دانش‌آموز دقیقاً ۳ سوال را حل کرده است. با بررسی‌های بیشتر، معلوم شد که به ازای هر دو سوال، فقط یک دانش‌آموز وجود دارد که هر دو را حل کرده باشد. ثابت کنید هر سوال توسط ۴ دانش‌آموز حل شده است.