



ساختارهای گسسته

نیم‌سال دوم ۹۷-۹۶

مدرس: حمید ضرابی‌زاده

کلاس حل تمرین

مباحث پایانی ترم

در کلاس سه‌شنبه ۷ خرداد به سوالات زیر می‌پردازیم. این سوالات جز تمرین‌های درس نیست.

مسئله‌ی ۱. درخت پوشای کمینه

مجموعه‌ی تمام درخت‌های پوشای کمینه گراف وزن‌دار G را T در نظر بگیرید. ثابت کنید:

الف) به ازای دو عضو متمایز $T_1, T_2 \in T$ ، دنباله‌ی مرتب وزن یال‌های T_1 و T_2 برابرند.

ب) به ازای دو عضو متمایز $T_1, T_2 \in T$ و هر یال $e \in T_1 \setminus T_2$ ، وجود دارد $e' \in T_2 \setminus T_1$ به طوری که $T_2 - e + e'$ عضوی از T باشد.

مسئله‌ی ۲. زبان پادپیشوندی

فرض کنید زبان L منظم باشد. زبان L' را برابر مجموعه‌ی رشته‌هایی از L در نظر بگیرید که هیچ پیشوندی از آن‌ها عضو L نباشد. نشان دهید L' نیز منظم است.

مسئله‌ی ۳. اختلاف جزئی

مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های اعداد طبیعی را در نظر بگیرید. رابطه‌ی \sim روی این مجموعه این گونه تعریف می‌شود که $A \sim B$ ، هرگاه A و B در حداکثر متناهی عضو اختلاف داشته باشند.

الف) ثابت کنید رابطه‌ی $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \sim)$ یک رابطه‌ی هم‌ارزی است.

ب) ثابت کنید این رابطه نامتناهی کلاس هم‌ارزی دارد.

ج) آیا تعداد کلاس‌های هم‌ارزی این رابطه شمارا است؟ پاسخ خود را ثابت کنید.

مسئله‌ی ۴. جبر بول

نشان دهید مجموعه‌ی D_n شامل مقسوم علیه‌های n با رابطه‌ی عاد کردن یک جبر بول است، اگر و تنها اگر n بر هیچ عدد مربع کاملی به جز ۱ بخش پذیر نباشد.