

۱. سری فوریه تابع متناوب  $f(x)$  با دوره تناوب  $2\pi$  با ضابطه زیر را به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi & -\pi < x < 0, \\ 0 & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

۲. سری فوریه دلتای دیراک  $\delta(x)$  با دوره تناوب  $2\pi$  را در بازه  $|x| < \pi$  به دست آورید.

۳. اگر سری فوریه تابع  $f$  در بازه  $|x| < \pi$  به صورت  $f(x) = 1 + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos nx$  باشد، ضریب  $b_3$  در بسط فوریه  $f(x) \sin x$  با دوره تناوب  $2\pi$  در بازه  $|x| < \pi$  را به دست آورید.

۴. با استفاده از سری فوریه تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = |\sin x|$ ، مقدار سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$  را به دست آورید.

۵. با استفاده از سری فوریه  $f(x) = x^2$  روی بازه  $|x| < 1$  و  $f(x+2) = f(x)$ ، مقادیر  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  و  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$  را به دست آورید.

۶. فرض کنید  $f$  یک تابع متناوب انتگرال پذیر با دوره تناوب  $T$  باشد. آنگاه برای هر عدد ثابت مانند  $a$  نشان دهید:

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_a^T f(x) dx.$$

۷. فرض کنید تابع  $f$  روی بازه  $(0, 1)$  با ضابطه  $f(x) = 1 - x$  تعریف شده است. سری های فوریه توسعه های تناوبی زوج و فرد تابع  $f$  را به دست آورید.

۸. سری فوریه تابع  $f$  تعریف شده با ضابطه ی زیر را روی بازه  $|x| < 2$  یکبار از روش مستقیم و یک بار از روش صورت مختلط سری فوریه به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} e^x & -2 < x < 0, \\ 0 & x = 0, \\ -e^{-x} & 0 < x < 2. \end{cases}$$