

به نام خدا



مبانی مدارهای الکتریکی و الکترونیکی
دکتر سیاوش بیات
دانشکده مهندسی کامپیوتر

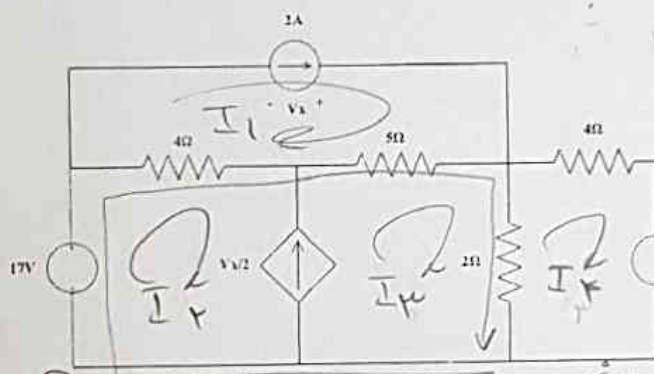
تمرین سری اول
نیمسال دوم ۹۷-۹۸
مهلت تحویل: ۱۳ اسفند ماه

۴۹۱۱۰۳۲۷

اصغر حسن کاظمی

لطفا پاسخ پاک نویس خود را در همین برگه نوشته و تحویل دهید.

۱. با استفاده از تحلیل مش، جریان هر مش را بیابید.



$$I_1 = 2A$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & -1V + (I_2 - 2)\Omega + (I_3 - 2)\Omega \\ & + (I_3 - I_4)\Omega = 0 \\ \textcircled{2} \quad & (I_2 - I_3)\Omega + I_4(4\Omega) + 20 = 0 \end{aligned}$$

بدلیل وجود منبع جریان از Super mesh استفاده می‌کنیم

$$\textcircled{3} \quad I_3 - I_2 = \frac{V_x}{2}$$

$$\textcircled{4} \quad -1V + (I_2 - I_3)\Omega$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & 2I_2 - 2I_3 + 4I_4 + 20 = 0 \Rightarrow 4I_2 - 2I_3 + 20 = 0 \\ \Rightarrow & 4I_2 - 2I_3 = -20 \Rightarrow I_2 = \frac{I_3 - 10}{2} \end{aligned}$$

$$V_x = -1V + \left(\frac{I_3 - 10}{2} - I_3 \right)\Omega \Rightarrow V_x = -1V + \left(\frac{I_3 - 10 - 2I_3}{2} \right)\Omega$$

$$V_x = -1V + \frac{2I_3 - 20 - 4I_3}{2} \Rightarrow V_x = -\frac{2}{2}I_3 - \frac{20}{2} - 1V$$

$$\textcircled{6} \quad I_2 = I_3 - \frac{V_x}{2} \Rightarrow I_2 = I_3 - \left(-\frac{2}{2}I_3 - \frac{20}{2} - \frac{1V}{2} \right)$$

$$I_2 = I_3 + I_3 + 10 + \frac{1}{2} + \frac{1V}{2} \Rightarrow I_2 = \frac{5}{2}I_3 + \frac{21}{2}$$

$$\textcircled{7} \quad -1V + \left(\frac{5}{2}I_3 + \frac{21}{2} - 2 \right)\Omega + (I_3 - 2)\Omega + \left(I_3 - \frac{I_3 - 10}{2} \right)\Omega = 0$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{14}{13}A$$

$$\Rightarrow I_4 = \frac{149}{26}A$$

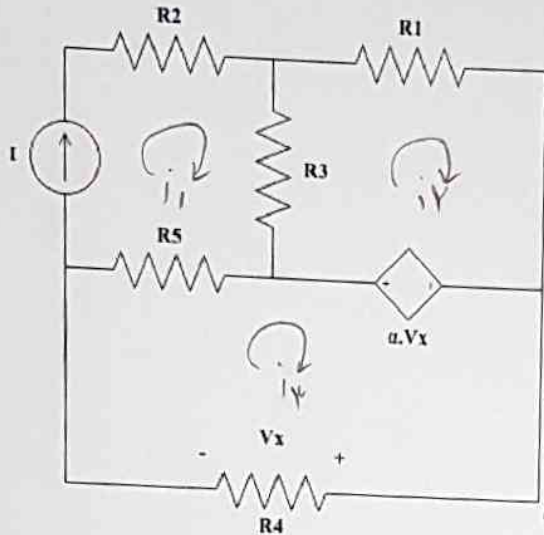
$$I_1 = 2A$$

۲. الف) در مدار زیر، پتانسیل دو سر مقاومت R_1 را بصورت پارامتری بیابید.

ب) حال، با اعداد زیر، جواب نهایی خود را ساده کنید.

$$R_1 = 5 \Omega, R_2 = 13 \Omega, R_3 = 20 \Omega, R_4 = 10 \Omega, R_5 = 20 \Omega, I = 0.1 \text{ A}, \alpha = 1$$

الف)



$$\text{مش اول} \rightarrow R_2 I + R_3 (i_1 - i_2) + R_5 (i_1 - i_3) = 0$$

$$\text{مش دوم} \rightarrow R_3 (i_2 - i_1) + R_1 i_2 - \alpha V_x = 0$$

$$\text{مش سوم} \rightarrow R_5 (i_3 - i_1) + \alpha V_x + V_x = 0$$

با توجه به اینکه $i_1 = I$ از استارم:

$$\text{(I)} \rightarrow R_2 I + R_3 (I - i_2) + R_5 (I - i_3) = 0$$

$$\text{(II)} \rightarrow R_3 (i_2 - I) + R_1 i_2 - \alpha V_x = 0$$

$$\text{(III)} \rightarrow R_5 (i_3 - I) + \alpha V_x + V_x = 0$$

$$\text{(I)} \rightarrow R_2 I - R_3 I - R_3 i_2 + R_5 I - R_5 i_3 = 0 \Rightarrow I(R_2 - R_3 + R_5) - R_3 i_2 - R_5 i_3 = 0$$

$$\text{(II)} \rightarrow R_3 i_2 - R_3 I + R_1 i_2 + \alpha V_x = 0$$

$$\text{III} \rightarrow R_5 i_3 - R_5 I - \alpha V_x + V_x = 0$$

$$I + \text{III} \rightarrow R_2 I - R_5 I - R_3 i_2 + V_x(1 - \alpha) = 0$$

$$(R_2 - R_3)I + V_x(\alpha + 1) = R_3 i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{(R_2 - R_3)I + V_x(1 - \alpha)}{R_3}$$

$$\text{II} \rightarrow R_3 \left(\frac{(R_2 - R_3)I + V_x(1 - \alpha)}{R_3} \right) - R_3 I + R_1 \left(\frac{(R_2 - R_3)I + V_x(1 - \alpha)}{R_3} \right) + \alpha V_x = 0$$

$$\Rightarrow (R_2 - R_3)I + V_x(1 - \alpha) - R_3 I + \frac{R_1(R_2 - R_3)I}{R_3} + \frac{R_1 V_x(1 - \alpha)}{R_3} + \alpha V_x = 0$$

$$\Rightarrow I(R_2 - R_3 - R_3 + \frac{R_1(R_2 - R_3)}{R_3}) + V_x(1 - \alpha + \frac{R_1(1 - \alpha)}{R_3} + \alpha) = 0 \Rightarrow$$

$$V_x = \frac{-I(R_2 - 2R_3 + \frac{R_1(R_2 - R_3)}{R_3})}{\frac{R_1(1 - \alpha)}{R_3} + 1}$$

$$\rightarrow A^* \quad i_2 = \frac{(R_2 - R_3)I + A^*(1 - \alpha)}{R_3}$$

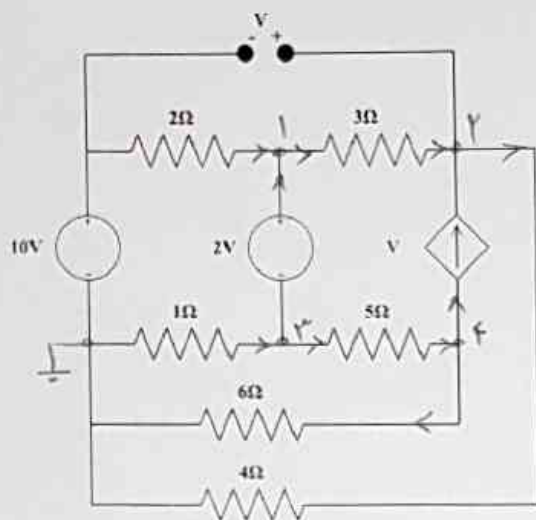
$$\Rightarrow V_1 = R_1 i_2 = \frac{R_1(R_2 - R_3)I}{R_3} + \frac{R_1 A^*(1 - \alpha)}{R_3}$$

$$V_1 = \frac{R_1(R_2 - R_3)I}{R_3} + R_1 A^*(1 - \alpha) \times 1 \quad \frac{R_1(R_2 - R_3)I}{R_3} = \frac{5(13 - 20)(0.1)}{20} = \frac{-0.7}{20}$$

$$R_3$$

$$i_2 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{-0.7}{20}$$

۳. مدار رو برو را به روش گره تحلیل کنید.



$$Kcl_1 = Kcl_3 \Rightarrow \frac{10 - V_1}{2} + \frac{-V_3}{1} = \frac{V_1 - V_2}{3} + \frac{V_3 - V_5}{5}$$

$$V_1 - V_3 = 2, V = V_2 - 10$$

$$Kcl_4: 8 \frac{V_1 - V_2}{2} + 4V_3 - 10 = \frac{V_2}{4}$$

$$Kcl_5: \frac{V_3 - V_5}{5} = \frac{V_5}{4} + V_2 - 10$$

$$Kcl_1 = Kcl_3 \Rightarrow 100 - 10V_1 - 30V_3 = 10V_1 - 10V_2 + 7V_3 - 7V_5 \Rightarrow$$

$$20V_1 - 10V_2 + 34V_3 - 4V_5 = 100$$

$$Kcl_4 \times 12 = 8V_1 - 8V_2 + 12V_3 - 120 = 3V_2 \Rightarrow 4V_1 + 2V_2 = 120$$

$$V_1 - V_3 = 2 \Rightarrow V_1 = 2 + V_3$$

$$Kcl_5 \times 20 = 4V_3 - 4V_5 = 2V_5 + 30V_2 - 300 \Rightarrow 7V_3 - 11V_5 - 30V_2 = -300$$

$$\Rightarrow 30V_2 + 11V_5 - 7V_3 = 300$$

$$4(2 + V_3) + 2V_2 = 120 \Rightarrow 1 + 2V_3 + 2V_2 = 120 \Rightarrow 2V_3 + 2V_2 = 117 \Rightarrow$$

$$V_2 = \frac{117 - 2V_3}{2}$$

$$30\left(\frac{117 - 2V_3}{2}\right) + 11V_5 - 7V_3 = 300 \Rightarrow 9V_3 - 11V_5 + 7V_3 - 30V_3 + 11V_5 = 300 \Rightarrow \frac{30V_3 - 30V_3}{11} = V_5$$

$$20V_1 - 10V_2 + 34V_3 - 4V_5 = 100 \Rightarrow 20(2 + V_3) - 10\left(\frac{117 - 2V_3}{2}\right) + 34V_3 -$$

$$4\left(\frac{30V_3 - 30V_3}{11}\right) = 100 \Rightarrow V_3\left(20 + 10 + 34 - \frac{110}{11}\right) = 100 - 50 + 12E - \frac{12V_3}{11}$$

$$\Rightarrow V_3\left(\frac{50V_3}{11}\right) = \frac{12V_3}{11} \Rightarrow V_3 = \frac{683}{143}$$

$$V_1 = \frac{130}{143}$$

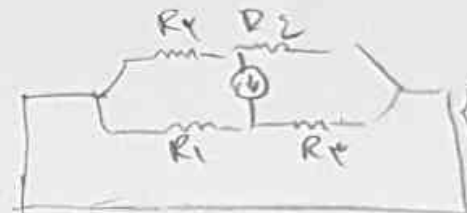
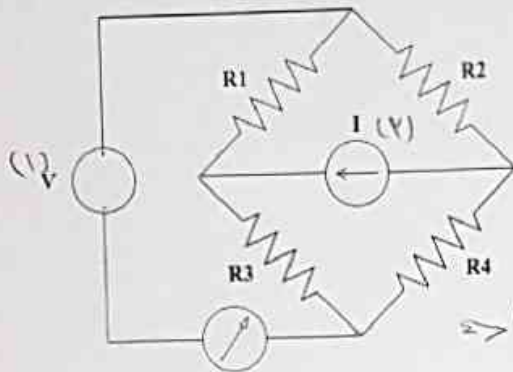
$$V_2 = \frac{117 - 2\left(\frac{683}{143}\right)}{2} = \frac{1441}{143}$$

$$V_5 = \frac{30\left(\frac{683}{143}\right) - 30V_3}{11} = \frac{-514}{143} \approx V_5$$

$$V = V_2 - 10 = \frac{1441}{143} - 10 = \frac{2031}{143} V$$

۴. جریان گذرنده از آمپرمنج را بیابید. (راهنمایی: از اصل برهم نهی استفاده کنید).

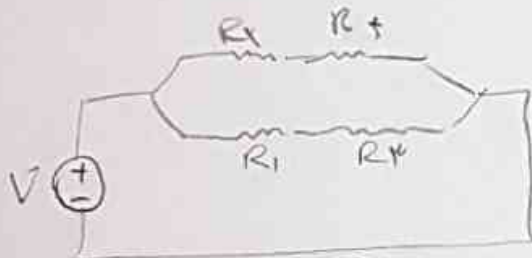
استرکینگ شماره با دایره نیم



$$\begin{cases} R_1 i_1 + I + R_2 i_1 = 0 \\ R_3 i_2 + R_4 i_2 - I = 0 \end{cases}$$

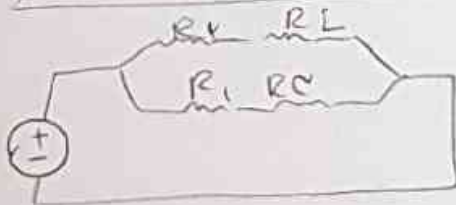
$$\Rightarrow \begin{cases} (R_1 + R_2) i_1 = -I \\ (R_3 + R_4) i_2 = I \end{cases} \rightarrow i_1 = -i_2 \dots \Rightarrow \text{جریان صاف می‌گذرد}$$

حل استرکینگ شماره (۲) را می‌توانیم



\equiv

$$\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}$$



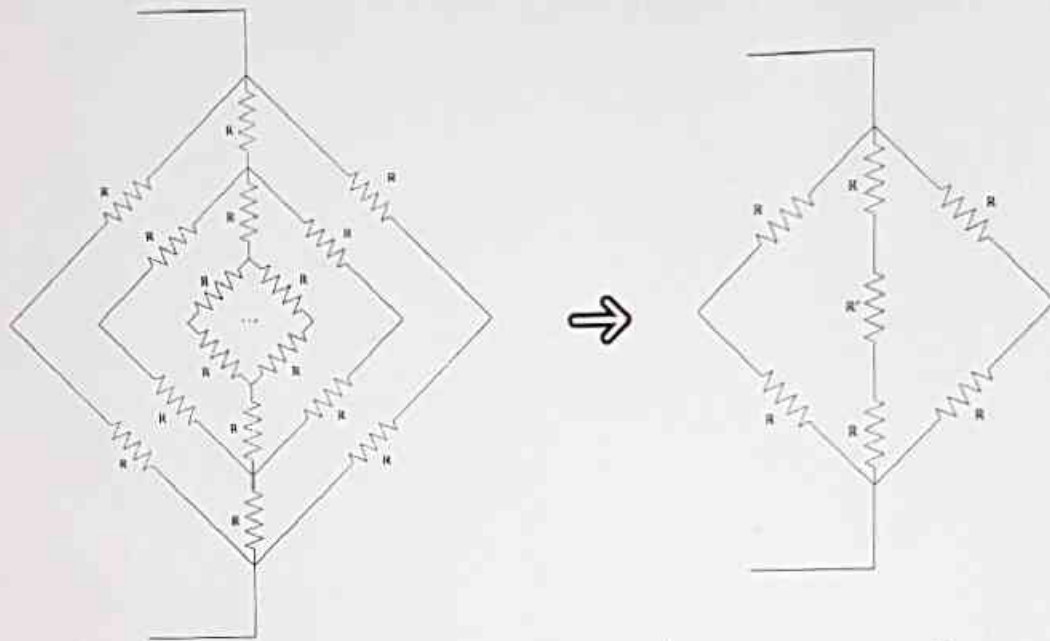
\equiv



$$\frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} = R_{eq} \quad V = R I \Rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{V}{\frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{V (R_1 + R_2) (R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \Rightarrow \text{جریان از آمپرمنج می‌گذرد} = 0 + \frac{V (R_1 + R_2) (R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

د. می خواهیم مقاومت معادل مدار رو بر رو را حساب کنیم. همانطور که می بینید، این مدار "خود متشابه" است و می خواهیم از این خاصیت، برای حل این مسئله استفاده کنیم. برای این کار، فرض کنید مقاومت معادل مدار برابر R' است. حالا، با توجه به خاصیت گفته شده، می توانیم شکل دوم را بدست آوریم. با توجه به توضیحات، R' محاسبه کنید.



$$R' = (YR + R' || R) \rightarrow R' = \frac{YR' + RR'}{YR + R'} \rightarrow YRR' + R'^2 = YR^2 + RR'$$

$$\Rightarrow R'^2 + YRR' - YR^2 = 0 \quad \Delta = \sqrt{Y^2 R^4 - 4(-YR^2)(R')} = \sqrt{Y^2 R^4 + 4YR^2 R'}$$

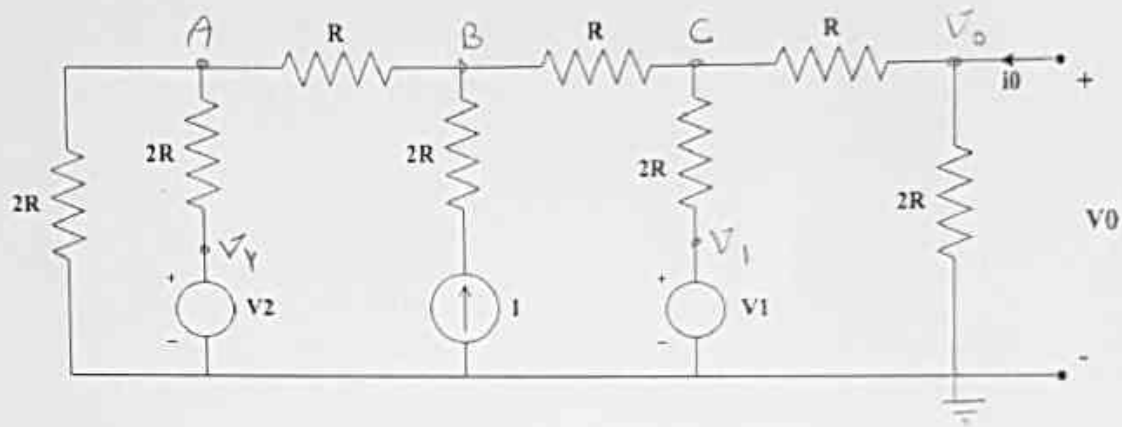
$$YR^2 \Rightarrow R', \quad \frac{-YR \pm \sqrt{Y^2 R^4 + 4YR^2 R'}}{Y} = \frac{-YR \pm Y\sqrt{R^2 + 4R'}}{Y} = -R \pm \sqrt{R^2 + 4R'}$$

$$\Rightarrow R' = R(\sqrt{4} - 1), \quad R' = -R - \sqrt{4}R$$

$$V_{th} = \sum \frac{R}{r_i} RI + \frac{1}{r_i} V_r + \frac{1}{V_i} V_i$$

$$R_{th} = \frac{r_i}{r_i} R \Rightarrow \text{مدار معادل نورتن} = \text{منبع ولتاژ}$$

۶. الف) در مدار داده شده، V_0 را با فرض $i_0 = 0$ بصورت تابعی از بقیه پارامترهای داده شده در مدار بدست بیاورید. (راهنمایی: از اصل برهم نهی استفاده کنید.)
ب) مدار تونن معادل آن را بیابید.



$$\text{KCL: } \frac{V_A - V_r}{2R} + \frac{V_A}{2R} + \frac{V_A - V_B}{R} = 0 \Rightarrow V_A - V_r + V_A + 2V_A - 2V_B = 0$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{V_B}{2} + \frac{V_r}{2}$$

$$\frac{V_B - V_A}{R} = I + \frac{V_B - V_C}{R}$$

$$\frac{V_C - V_B}{R} + \frac{V_C - V_1}{2R} + \frac{V_C - V_0}{R} = 0 \Rightarrow 2V_C - 2V_B - 2V_0 - V_1 = 0 \Rightarrow$$

$$C = \frac{1}{2} V_B + \frac{1}{2} V_0 + \frac{1}{2} V_1 \Rightarrow \frac{11}{10} V_C = \frac{1}{2} V_B + \frac{1}{2} V_1 \Rightarrow \boxed{V_C = \frac{4}{11} V_B + \frac{1}{11} V_1}$$

$$\frac{V_0 - V_C}{R} + \frac{V_0}{2R} = 0 \Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{2}{3} C}$$

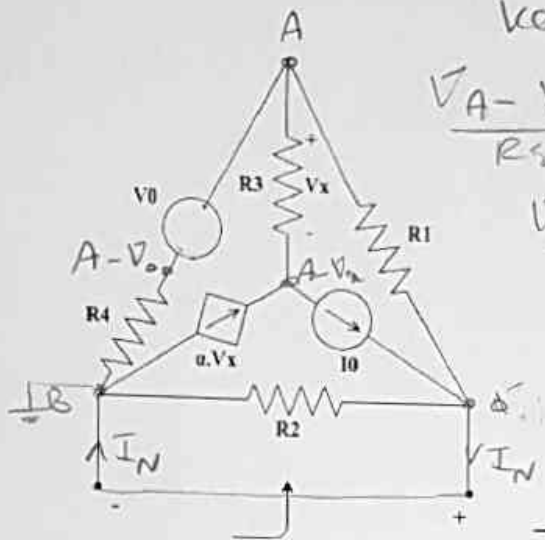
$$\frac{V_B}{2} - \frac{V_1}{2} = RI + \frac{11}{10} V_B - \frac{1}{10} V_1 = 0 \Rightarrow \frac{11}{10} V_B = RI + \frac{V_r}{2} + \frac{1}{10} V_1$$

$$\Rightarrow V_B = \frac{10}{11} RI + \frac{10}{11} \frac{V_r}{2} + \frac{1}{11} V_1 \Rightarrow V_C = \frac{4}{11} RI + \frac{2}{11} \frac{V_r}{2} + \frac{1}{11} V_1$$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = \sum \frac{R}{r_i} RI + \frac{1}{r_i} V_r + \frac{1}{V_i} V_i}$$

۷. مدار نورتن معادل داده شده را بیابید.

kel:



$$\frac{V_A - V_0}{R_2} + \frac{V_A}{R_1} + \frac{V_A}{R_4} = 0$$

$$\frac{V_{th}}{R_4} - I_0 + \frac{V_{th} - V_A}{R_1} = 0 \Rightarrow$$

$$R_1 V_{th} - R_1 R_4 I_0 + R_4 V_{th} - R_4 V_A = 0$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{R_1}{R_4} V_{th} - R_1 I_0 + V_{th} \quad (B^*)$$

$$-\frac{V_A}{R_4} + I_0 - \alpha V_A = 0 \Rightarrow V_A \left(\frac{1}{R_4} + \alpha \right) = I_0$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{I_0}{\alpha + \frac{1}{R_4}} = \frac{I_0 R_4}{1 + \alpha R_4}$$

$$\frac{\frac{R_1}{R_4} V_{th} - R_1 I_0 + V_{th} - V_0}{R_2} + \frac{\frac{R_1}{R_4} V_{th} - R_1 I_0 + V_{th} - V_{th}}{R_1} + \frac{I_0 R_4}{1 + \alpha R_4} = 0$$

$$V_{th} \left(\frac{R_1}{R_4 R_2} + \frac{1}{R_2} + \frac{R_1}{R_4 R_1} \right) - \frac{R_1 I_0}{R_2} - \frac{V_0}{R_2} - I_0 + \frac{I_0 R_4}{1 + \alpha R_4} = 0$$

$$\Rightarrow V_{th} = \frac{\frac{R_1 I_0}{R_2} + \frac{V_0}{R_2} + I_0 - \frac{I_0 R_4}{1 + \alpha R_4}}{\frac{R_1}{R_4 R_2} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}} \quad (C^*)$$

$$\frac{V_A - V_0}{R_2} + \frac{V_A}{R_1} + \frac{V_A}{R_4} = 0 \quad (B^*)$$

$$V_A = \frac{I_0 R_4}{1 + \alpha R_4} \quad (A^*)$$

$$-I_N + \frac{V_0 - V_A}{R_2} + \alpha V_A = 0$$

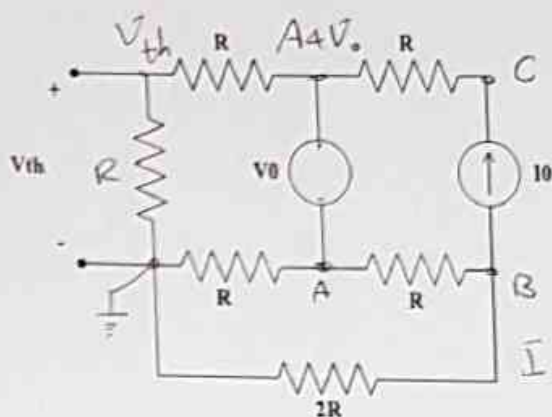
$$I_N = \frac{V_0 - V_A}{R_2} + \alpha V_A = \frac{V_0 - \left(\frac{R_1}{R_4} C^* - R_1 I_0 + C^* \right)}{R_2} + \alpha \left(\frac{I_0 R_4}{1 + \alpha R_4} \right) - I_N$$

$$R_N, R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N} = \frac{\frac{R_1 I_{D0}}{R_L} + \frac{V_o}{R_L} + I_o - \frac{I_o R_r}{1 + \mu R_r}}{\frac{R_1}{R_1 R_C} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_r}}$$

$$I_N = \frac{V_o - \left(\frac{R_1}{R_r} C^* - R_1 I_o + C^* \right)}{R_L} + \mu \left(\frac{I_o R_r}{1 + \mu R_r} \right)$$

نمودار نویسی
برای این





۱ مدار تونن معادل روبرو را بنویسید.

kel :

$$\frac{V_A}{R} + \frac{V_A - V_B}{R} + \frac{V_A + V_0 - V_C}{R} = 0$$

$$\frac{V_A + V_0 - V_{th}}{R} = 0$$

$$II \quad \frac{V_B}{2R} - I_0 + \frac{V_B - V_A}{R} = 0$$

$$III \quad \frac{V_C - V_A - V_0}{R} = I_0 = 0$$

$$(IV) \quad \frac{V_{th}}{R} = \frac{V_{th} - V_A - V_0}{R} \quad \text{--- (1)}$$

$$IV \times R \Rightarrow V_{th} + V_{th} - V_A - V_0 = 2V_{th} - V_A - V_0 \Rightarrow V_A = 2V_{th} - V_0 \quad \text{--- (1)}$$

$$III \rightarrow \frac{V_C - 2V_{th} + V_0}{R} + I_0 = 0 \Rightarrow V_C - 2V_{th} + RI_0 = 0$$

$$V_C = 2V_{th} - RI_0 \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{V_B}{2R} - I_0 + \frac{V_B - 2V_{th} + V_0}{R} = 0 \Rightarrow$$

$$V_B = 2RI_0 + 2V_{th} - 2V_0 \Rightarrow 2V_B = 4V_{th} + 4RI_0 - 4V_0 \quad \text{--- (3)}$$

$$I, II, III, IV \Rightarrow 2V_A - V_B - V_C + 2V_0 = V_{th} \Rightarrow$$

$$V_{th} = 2(2V_{th} - V_0) - \frac{1}{2}(4RI_0 + 4V_{th} - 4V_0) - 2V_{th} + RI_0 + 2V_0$$

8

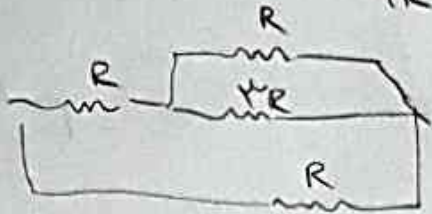
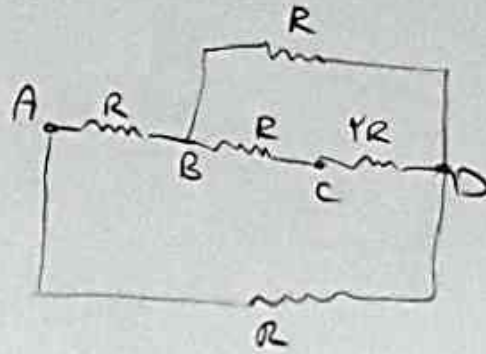
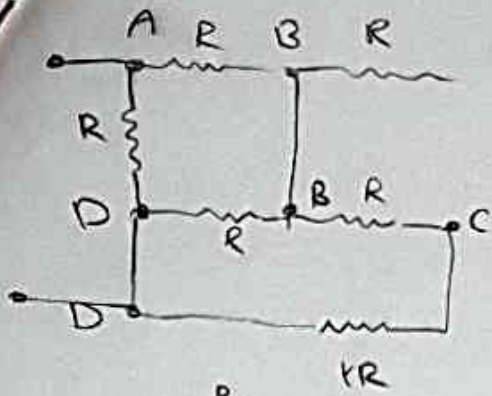
$$2V_{th} = 4V_{th} - 2V_0 - 2RI_0 - 2V_{th} + 2V_0 - 2V_{th} + RI_0 + 2V_0$$

$$\Rightarrow 2V_{th} - 4V_{th} + 2V_{th} + 7V_{th} = -4V_0 + RI_0 \Rightarrow -12V_{th} = -4V_0 + RI_0$$

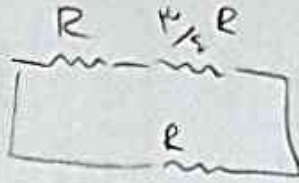
$$V_{th} = \frac{4V_0 - RI_0}{12}$$

(در ادامه)

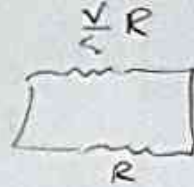
برای R_{th} و V_{th} معادل انداخته می شود:



=



=



$$R_{th} = \frac{1}{\frac{1}{V} + 1} = \frac{1}{\frac{1}{V} + 1} \cdot \frac{V}{1} R$$

معادل این مدار را می توان به شکل زیر نوشت:

$$V_{th} = \frac{7V_0 - RI_0}{14}, R_{th} = \frac{VR}{11}$$

