پ) با توجه به اینکه مدار بحرانی است برای معادله مشخصه داریم:

$$s = -\frac{L+RR_xC}{2LC(R+R_x)} = -\frac{\frac{4}{3}L}{2LC\left(\frac{4}{3}\sqrt{\frac{L}{C}}\right)} = -\frac{1}{2\sqrt{LC}} \Rightarrow q = e^{-\frac{t}{2\sqrt{LC}}}(A_1 t + A_2) + CV_0$$

$$q_C(0) = 0 \Rightarrow A_2 = -CV_0 \quad , \quad i_L(0) = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}(R+R_x) + \frac{q}{C}\right) = 0$$

$$\Rightarrow A_1 = 0 \Rightarrow q = -CV_0 e^{-\frac{t}{2\sqrt{LC}}} + CV_0 = CV_0\left(1 - e^{-\frac{t}{2\sqrt{LC}}}\right)$$

تمرین سری دوم

$$\Rightarrow V_C(t) = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{2\sqrt{LC}}}\right)$$

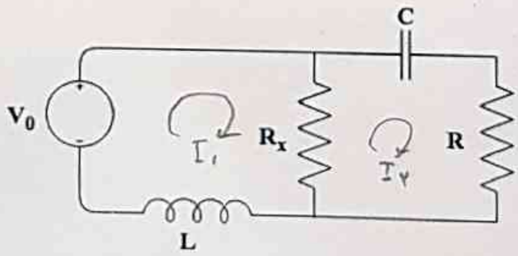
مبانی مدارهای الکتریکی و الکترونیکی
دکتر سیاوش بیات
دانشکده مهندسی کامپیوتر

امیرحسین عاصم یوسفی
۹۴۱۱۰۳۲۷

۱۹ فروردین ۹۸

۱

الف) برای مدار داده‌شده، معادله دیفرانسیلی بر حسب بار خازن بیابید.
ب) فرض کنید $R^2 = \frac{L}{C}$ است. حال، R_x را به گونه‌ای بیابید تا پاسخ معادله دیفرانسیل، میرای بحرانی شود.
پ) با فرض اینکه بار اولیه خازن و جریان اولیه سلف هر دو صفر بوده‌اند، ولتاژ خازن را برای زمان‌های $t > 0$ بیابید.



$$KVL: -V_0 + R_x(I_1 - I_2) + L\frac{dI_1}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$KVL: R_x(I_2 - I_1) + \frac{1}{C}\int I_2\, dt + RI_2 = 0 \quad (2)$$

$$I_2 = \frac{dq}{dt} \xrightarrow{(2)} R_x\frac{dq}{dt} - R_xI_1 + \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{dq}{dt} + \frac{q}{CR_x} + \frac{R}{R_x}\frac{dq}{dt}$$

با جایگذاری I_1 در معادله (1) داریم:

$$-V_0 + R_x\left(\cancel{\frac{dq}{dt}} + \frac{q}{CR_x} + \frac{R}{R_x}\frac{dq}{dt} - \cancel{\frac{dq}{dt}}\right) + L\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt} + \frac{q}{CR_x} + \frac{R}{R_x}\frac{dq}{dt}\right) = 0$$

$$\Rightarrow -V_0 + \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{L}{CR_x}\frac{dq}{dt} + \frac{RL}{R_x}\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}\left(\frac{RL}{R_x} + L\right) + \frac{dq}{dt}\left(R + \frac{L}{CR_x}\right) + \frac{q}{C} - V_0 = 0 \xrightarrow{\times CR_x} \frac{d^2q}{dt^2}(RLC+L)$$

$$+ \frac{dq}{dt}(RR_xC + L) + qR_x = V_0CR_x \Rightarrow$$ معادله بر حسب بار خازن $$= \boxed{\frac{d^2q}{dt^2}(RLC+LR_xC) + \frac{dq}{dt}(RR_xC+L) + qR_x = V_0CR_x}$$

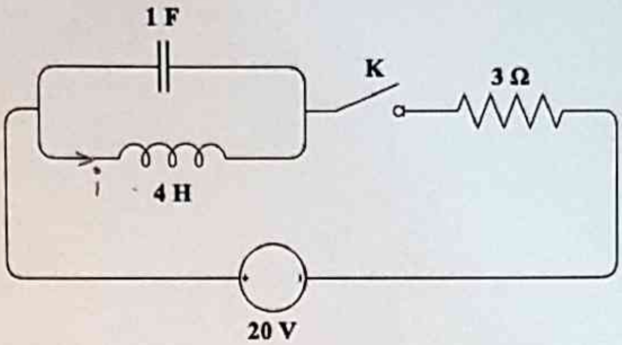
ب) برای اینکه مدار بحرانی شود Δ معادله مشخصه باید صفر باشد:

معادله مشخصه: $(RLC + LR_xC)s^2 + (RR_xC + L)s + R_x = 0 \Rightarrow \Delta = R^2R_x^2C^2 + L^2 + 2LCRR_x$

$$-4R_x(RLC + LR_xC) = R_x^2LC + L^2 - 2LC\sqrt{\frac{L}{C}}R_x - 4R_x^2LC \Rightarrow \Delta = -3R_x^2LC - 2LC\sqrt{\frac{L}{C}}R_x$$

$$+ L^2 = 0 \Rightarrow R_x = \frac{2\sqrt{L^3C} \pm 4\sqrt{L^3C}}{-6LC} \Rightarrow R_x = \frac{-2\sqrt{L^3C}}{-6LC} \Rightarrow R_x = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{L}{C}} = \boxed{\frac{R}{3}}$$

در مدار زیر، جریان اولیه سلف و بار اولیه خازن، صفر است. در زمان $t = 0$، کلید را می‌بندیم.
الف) معادله دیفرانسیلی برای جریان سلف بنویسید.
ب) با دانستن این که انرژی ذخیره شده در سلف و خازن به ترتیب $\frac{1}{2}LI_L^2$ و $\frac{1}{2}CV_c^2$ هستند، کلید را در چه زمانی قطع کنیم تا بیشینه انرژی ممکن در مجموعه ذخیره شود؟



الف) با توجه به این که سلف و خازن موازی اند و با مقاومت سری اند بنابراین مجموع جریان های سلف و خازن از مقاومت می گذرد.

$$i_C = \frac{dq}{dt} \qquad i_L , L\frac{di}{dt} \Rightarrow i_C + i_L = i_R \Rightarrow i_R = \frac{dq}{dt} + L\frac{di}{dt} = \frac{dq}{dt} + 4\frac{di}{dt}$$

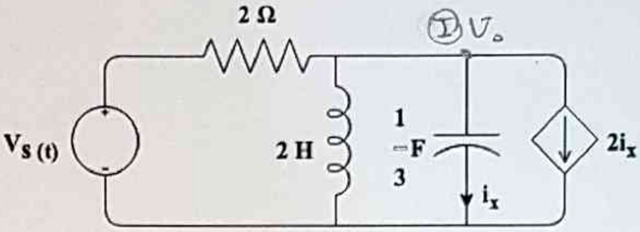
$$\left.\begin{array}{l} KVL: 20 - 4\frac{di}{dt} - 3\left(i + \frac{dq}{dt}\right) = 0 \Rightarrow 20 - 4\frac{di}{dt} - 3i - 3\frac{dq}{dt} = 0 \\ KVL: 4\frac{di}{dt} - \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow q = 4\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = 4\frac{d^2 i}{dt^2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$20 - 4\frac{di}{dt} - 3i - 3\left(4\frac{d^2 i}{dt^2}\right) = -12\frac{d^2 i}{dt^2} - 4\frac{di}{dt} - 3i = -20$$

$$\Rightarrow 12i'' + 4i' + 3i = 20 \Rightarrow i'' + \frac{i'}{3} + \frac{i}{4} = \frac{5}{3}$$

۳

در مدار شکل مقابل، پاسخ ضربه را برای خروجی i_R (جریان گذرنده از مقاومت) بدست آورید.
شرایط اولیه معادله دیفرانسیل بر حسب i_R را با فرض $v_C(0) = V_0$ و $i_L(0) = I_0$ بدست آورید.



KCL در نقطه V_0 : $2i_x + i_x + \frac{V_0 - V_s}{2} + 1/2\int V_0 = 0$

$i_x = i_C = C\frac{dV_C}{dt} = 1/3\frac{dV_0}{dt}$

$\Rightarrow 3i_x + \frac{V_0 - V_s}{2} + 1/2\int V_0 = 0$

$i_x = i_C = 1/3\frac{dV}{dt}$

$i_R = \frac{V_0 - V_s}{2} \Rightarrow V_0 = 2i_R + V_s$

$\Rightarrow 3(1/3)\frac{d}{dt}(2i_R + V_s) + i_R + 1/2\int 2i_R + V_s\,dt = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(2i_R + V_s) + i_R + 1/2\int 2i_R + V_s\,dt = 0 \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \frac{d^2}{dt^2}(2i_R + V_s) + \frac{di_R}{dt} + 1/2(2i_R + V_s) = 0$

$\Rightarrow$ معادله دیفرانسیل $= 2\frac{d^2 i_R}{dt^2} + \frac{di_R}{dt} + i_R = -\frac{d^2 V_s}{dt^2} - \frac{V_s}{2}$

ب) با معادله سمت چپ را با شرایط اولیه گفته شده حل کرد:

$2\frac{d^2 i_R}{dt^2} + \frac{di_R}{dt} + i_R = 0 \Rightarrow 2S^2 + S + 1 = 0 \Rightarrow S = \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{4} = -1/4 \pm i\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\Rightarrow i_R = Ae^{-t/4}\cos(\frac{\sqrt{7}}{4}t) + Be^{-\frac{t}{4}}\sin(\frac{\sqrt{7}}{4}t)$

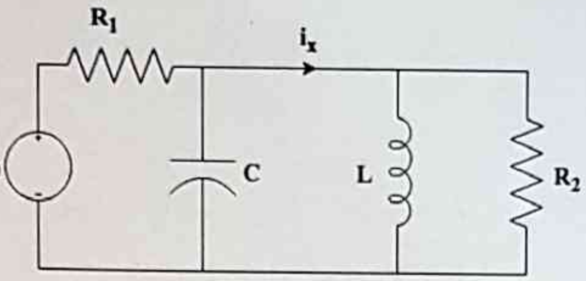
$V_C(0) = V_0(0) = V_0 \rightarrow i_R(0) = \frac{V_0}{2} \rightarrow A = \frac{V_0}{2}$

$i_L(0) = I_0 \xrightarrow[t=0]{KCL} 3i_x(0) + I_0 + \frac{V_0}{2} = 0 \Rightarrow i_x(0) = -\frac{I_0}{3} - \frac{V_0}{6} = \frac{1}{3}\frac{d}{dt}(2i_R)$

$\rightarrow i_R'(0) = -2I_0 - V_0 \Rightarrow -\frac{A}{4} + \frac{B\sqrt{7}}{4} = -2I_0 - V_0 \Rightarrow B = \frac{-(8I_0 + 7V_0)}{2\sqrt{7}}$

$\Rightarrow i_R(t) = \frac{V_0}{2}e^{-\frac{t}{4}}\cos(\frac{\sqrt{7}}{4}t) + \left(\frac{-(8I_0 + 7V_0)}{2\sqrt{7}}\right)e^{-t/4}\sin(\frac{\sqrt{7}}{4}t)$

در مدار شکل مقابل، با فرض اینکه مقادیر $R_1 = 2R_2 = 4\Omega$ ، $C = 1F$ و $L = 2H$ است، معادله دیفرانسیلی بر حسب i_x تشکیل دهید و پاسخ ضربه راحساب کنید.



با توجه به مدار داریم:

$$i_L + i_C + i_{R_2} = i_{R_1}$$

از طرفی:

$$V_C = V_L = V_{R_2}$$

$$V_C = V_L \Rightarrow \frac{q}{C} = L\frac{di_L}{dt} \Rightarrow \boxed{LC\frac{di_L}{dt} = q} \ *$$

$$i_L = L\frac{di_L}{dt} \quad i_C = \frac{dq}{dt} \quad i_{R_2} = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{V_L}{R_2}$$

$$\Rightarrow i_L + \frac{dq}{dt} + \frac{L}{R_2}\frac{di_L}{dt} = \frac{V_S}{R_1} \quad \overset{(*)}{\Longrightarrow}$$

$$i_L + \frac{d}{dt}\left(LC\frac{di_L}{dt}\right) + \frac{L}{R_2}\frac{di_L}{dt} = \frac{V_S}{R_1} \Rightarrow$$

$$LC\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{L}{R_2}\frac{di_L}{dt} + i_L = \frac{V_S}{R_1}$$

با توجه به اینکه مدار برای $t<0$ شرایط اولیه نداریم پس فقط i_L را برای $t>0$ محاسبه می‌کنیم پس باید $i_L(0^+)$ ، $i_L'(0^+)$ را به دست آوریم:

$$LC\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{L}{R_2}\frac{di_L}{dt} + i_L = \frac{\delta(t)}{R_1} \ (A**)$$

یک انتگرال نامعین می‌گیریم:

$$LC\frac{di_L}{dt} + \frac{L}{R_2} i_L + \int i_L dt = \frac{u(t)}{R_1} \quad \overset{\int_{0^-}^{0^+}}{\Longrightarrow} LC(i_L(0^+) - i_L(0^-)) + 0 + 0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0}$$

حال از رابطه $A**$ یک انتگرال $\int_{0^-}^{0^+}$ می‌گیریم:

$$LC\left(\frac{di_L(0^+)}{dt} - \frac{di_L}{dt}(0^-)\right) + \frac{L}{R_2}\left(i_L(0^+) - i_L(0^-)\right) + 0 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{di_L(0^+)}{dt} = \frac{1}{8}}$$

حال با توجه به معادله مشخصه داریم:

$$2S^2 + S + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = -7 \Rightarrow S = \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{4} = -\frac{1}{4} \pm j\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\Rightarrow i_L = k_1 e^{-\alpha t}\cos(\omega_0 t + \theta) = k_1 e^{-\frac{1}{4}t}\cos\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t + \theta\right)$$

ادامه پشت صفحه

$i_L(0^+)=0 \Rightarrow k_1 e^0 \cos(0+\theta)=0 \Rightarrow \boxed{\theta=\pi/2}$

$i_L'(0^+)=\frac{1}{8} \Rightarrow -\frac{1}{4}k_1 e^{-\frac{1}{4}t}\cos\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{\sqrt{7}}{4}k_1 e^{-\frac{1}{4}t}\sin\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t+\frac{\pi}{2}\right)$

$=\frac{1}{8} \Rightarrow -\frac{1}{4}k_1(0)-\frac{\sqrt{7}}{4}k_1 e^0 \Rightarrow -\frac{\sqrt{7}}{4}k_1=\frac{1}{8}$

$k_1=\frac{1}{8}\times\left(-\frac{4}{\sqrt{7}}\right) \Rightarrow k_1=-\frac{1}{2\sqrt{7}}$

$$\boxed{\Rightarrow i_L=-\frac{1}{2\sqrt{7}}e^{-\frac{1}{4}t}\cos\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t+\frac{\pi}{2}\right)}$$

با توجه به اینکه $i_x = i_L + i_{R_2}$ روی گره جریان ها

$i_{R_2}=\frac{V_{R_2}}{R_2}=\frac{L\frac{di_L}{dt}}{R_2}=\frac{L}{R_2}\frac{di_L}{dt} \Rightarrow$

$i_{R_2}=\frac{2}{2}\left(-\frac{1}{2\sqrt{7}}\left(-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}t}\cos\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{\sqrt{7}}{4}e^{-\frac{1}{4}t}\sin\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t+\frac{\pi}{2}\right)\right)\right)$

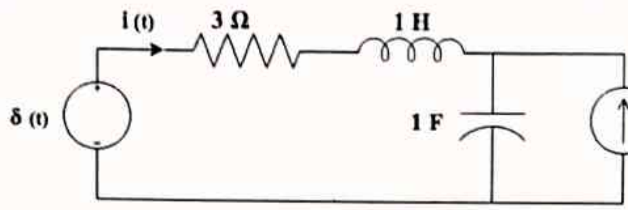
$\Rightarrow i_{R_2}=\frac{1}{8\sqrt{7}}e^{-\frac{1}{4}t}\cos\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t+\frac{\pi}{2}\right)+\frac{1}{8}e^{-\frac{1}{4}t}\sin\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t+\frac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow i_x=i_{R_2}+i_L \Rightarrow i_x=-\frac{3}{8\sqrt{7}}e^{-\frac{1}{4}t}\cos\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t+\frac{\pi}{2}\right)+\frac{1}{8}e^{-\frac{1}{4}t}\sin\left(\frac{\sqrt{7}}{4}t+\frac{\pi}{2}\right)$

ادامه سوال ۴

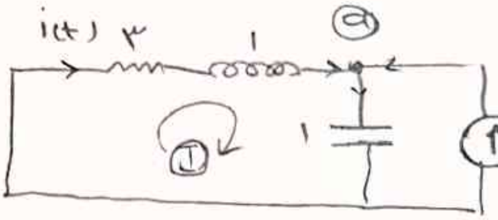
۵

در مدار شکل زیر، $i(t)$ را برای $t > 0$ بدست آورید.



چون منابع مستقل هستند بنابراین می‌توان از اصل جمع آثار استفاده کرد.

(۱) ابتدا منبع ولتاژ را حذف می‌کنیم پس داریم:



KVL در مش (I): $3i(t) + 1\frac{di(t)}{dt} + \frac{q}{1} = 0$ $\quad A^*$

KCL در نقطه (a): $i(t) + \delta(t) = i_C = \frac{dq}{dt}$ $\quad (B^*)$

مشتق می‌گیریم A^*

$$\Rightarrow 3\frac{di(t)}{dt} + \frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{dq}{dt} = 0 \xRightarrow{B^*} 3\frac{di(t)}{dt} + \frac{d^2i(t)}{dt^2} + i(t) + \delta(t) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3di(t)}{dt} + \frac{d^2i(t)}{dt^2} + i(t) = -\delta(t) \xRightarrow{\int} 3i(t) + \frac{di(t)}{dt} + \int i(t)dt = -u(t)$$

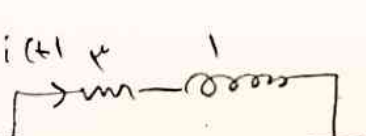
حال انتگرال مجدد از 0^- تا 0^+ می‌گیریم:

$$0 + i(0^+) - i(0^-) + \int_{0^-}^{0^+}\left(\int i(t)dt\right)dt = 0 \Rightarrow \boxed{i(0^+) - i(0^-) = 0}$$

$$\frac{3di(t)}{dt} + \frac{d^2i(t)}{dt^2} + i(t) = -\delta(t) \xRightarrow{\int_{0^-}^{0^+}} 3\left(i(0^+) - i(0^-)\right) + \left(\frac{di}{dt}(0^+) - \frac{di}{dt}(0^-)\right) = -1$$

$$\xRightarrow{i(0^+) = i(0^-)} \boxed{\frac{di}{dt}(0^+) - \frac{di}{dt}(0^-) = -1} \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt}(0^+) = 0}$$

(۲) حال منبع جریان را حذف می‌کنیم داریم:



KVL: $3i_R + 1\frac{di_L}{dt} + \frac{q}{C} = \delta(t)$

$i_R = i_C = i_L = \frac{dq}{dt}$

$$\Rightarrow 3\frac{dq}{dt} + \frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) + \frac{q}{1} = \delta(t) = 3\frac{dq}{dt} + \frac{d^2q}{dt^2} + q = \delta(t) \quad A^{**}$$

معادله مشخصه: $s^2 + 3s + 1 = 0$ $\quad \Delta = 9 - 4 = 5 \quad s = -\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1 \quad 2\alpha = \frac{1}{RC} = \frac{1}{3} \Rightarrow Q = 3 > 1/2 \Rightarrow$ فوق میرا می‌باشد

ادامه پشت صفحه

$$q = k_1 e^{-\alpha t}\cos(\omega_d t + \theta) \Rightarrow q = k_1 e^{-\frac{3}{2}t}\cos\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t + \theta\right)$$

حال از رابطه A^{**} با انتگرال گیری می‌رسیم :

$$3q + \frac{dq}{dt} + \int q\,dt = u(t)$$

حال از رابطه فوق یک انتگرال معین از 0^- تا 0^+ می‌گیریم ،

$$0 + q(0^+) - q(0^-) + \int_{0^-}^{0^+}\int q\,d\theta = 0 \Rightarrow q(0^+) - q(0^-) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{q(0^+) = 0}$$ — شرایط اولیه در 0^+

حال این بار از رابطه‌ی A^{**} یک انتگرال از 0^- تا 0^+ می‌گیریم ؛

$$3\left(q(0^+) - q(0^-)\right) + \left(\frac{dq}{dt}(0^+) - \frac{dq}{dt}(0^-)\right) + 0 = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{dq(0^+)}{dt} - \frac{dq}{dt}(0^-) = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{dq}{dt}(0^+) = 1}$$ → شرایط اولیه در 0^+

بنابراین $q(t)$ به صورت زیر است :

$$q(0^+) = 0 \Rightarrow k_1 e^0\cos(0+\theta) = 0 \Rightarrow k_1\cos\theta = 0 \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{dq}{dt}(0^+) = 1 \Rightarrow -\frac{3}{2}k_1 e^{-\frac{3}{2}t}\cos\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t+\theta\right) - \frac{\sqrt{5}}{2}k_1 e^{-\frac{3}{2}t}\sin\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t+\theta\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{5}}{2}k_1 = 1 \Rightarrow k_1 = -\frac{2}{\sqrt{5}} = \boxed{-\frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$\Rightarrow q(t) = -\frac{2\sqrt{5}}{5}e^{-\frac{3}{2}t}\cos\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}\left[-\frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}t}\cos\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t+\frac{\pi}{2}\right) - \frac{\sqrt{5}}{2}e^{-\frac{3}{2}t}\sin\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

S_2

از طرفی در حالت ۱ اما شرایط اولیه 0^+ را داشتیم بنابراین برای $i(t)$ داریم : S_1

$$i(0^+) = 0 \quad i'(0^+) = -1 \Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{2\sqrt{5}}{5}e^{-\frac{3}{2}t}\cos\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

حال با توجه به اصل برهم نهی

$$i(t) = S_1 + S_2 = \frac{2\sqrt{5}}{5}e^{-\frac{3}{2}t}\cos\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t+\frac{\pi}{2}\right) + \frac{3\sqrt{5}}{5}e^{-\frac{3}{2}t}\cos\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)$$

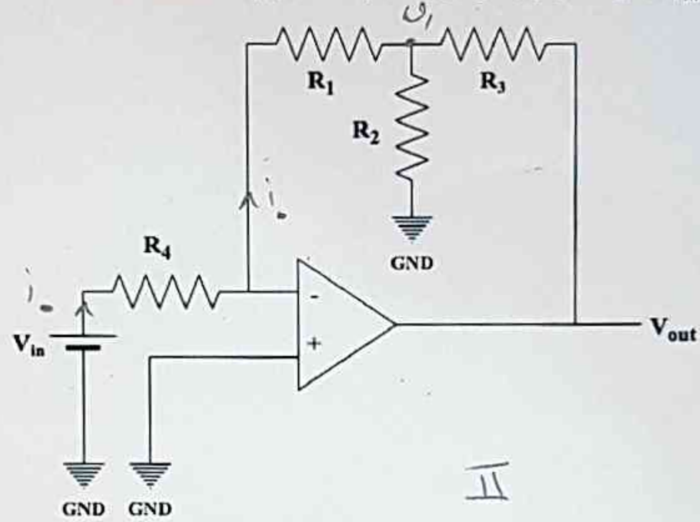
$$+ e^{-\frac{3}{2}t}\sin\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t+\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{5}e^{-\frac{3}{2}t}\cos\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$+ e^{-\frac{3}{2}t}\sin\left(\frac{\sqrt{5}}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)$$

ادامه ۵

۸

برای مدار داده‌شده، $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ را بر حسب پارامترهای مسئله بدست آورید.



(I) II

$\left(i_0 = \frac{V_{in}-0}{R_4}\right) \quad i_0 = \frac{0-V_1}{R_1} \Rightarrow \left(V_1 = \frac{-R_1 V_{in}}{R_4}\right)$

KCL نقطه v_1 $\Rightarrow \quad i_0 + \frac{0-V_1}{R_2} + \frac{V_{out}-V_1}{R_3} = 0$

$\overset{I,II}{\Rightarrow} \quad \frac{V_{in}-0}{R_4} + -\frac{1}{R_2}\left(\frac{-R_1V_{in}}{R_4}\right) + \frac{V_{out}}{3} - \frac{1}{R_3}\left(\frac{-R_1V_{in}}{R_4}\right) = 0$

$\Rightarrow \frac{V_{in}}{R_4} + \frac{R_1V_{in}}{R_2R_4} + \frac{V_{out}}{3} + \frac{R_1V_{in}}{R_3R_4} = 0 \Rightarrow$

$V_{in}\left(\frac{1}{R_4} + \frac{R_1}{R_3R_4} + \frac{R_1}{R_2R_4}\right) + V_{out}(1/R_3) \Rightarrow -V_{in}\left(\frac{1}{R_4} + \frac{R_1}{R_3R_4}\right.$

$\left.+\frac{R_1}{R_2R_4}\right) = \frac{V_{out}}{3} \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R_1R_3-R_1R_2-R_2R_3}{R_2R_4}$