



منطق مرتبه اول، شبکه بیزین، پرسپترون

مسئله‌ی ۱: پرسپترون

در مسئله‌ی دسته بندی، پرسپترون روشی است برای یافتن یک ابر صفحه که داده‌ها را به دو دسته تقسیم بندی می‌کند. می‌دانیم اگر داده‌های آموزشی به صورت خطی جدا پذیر باشند، آنگاه پرسپترون به وسیله‌ی تعدادی محدود روزرسانی، یک ابر صفحه‌ی کاملاً جداساز خواهد یافت. با توجه به این توضیحات به سوالات زیر پاسخ دهید:

۱. تابع هزینه ای که پرسپترون آن را کمینه می‌کند را بنویسید.

۲. فرض کنید در روند اجرای الگوریتم پرسپترون، دسته بند کنونی با پارامتر w_t داده‌ی X_i را اشتباه دسته بندی کرده باشد. نشان دهید w_{t+1} در جهت بهبود دسته بندی X_i خواهد بود.

۳. در قسمت قبل آیا لزوماً به استفاده از w_{t+1} داده‌ی X_i در دسته‌ی درستی قرار خواهد گرفت؟ ادعای خود را ثابت و یا مثال نقضی برای آن بیاورید.

۴. فرض کنید می‌خواهیم پرسپترون را به گونه‌ای پیاده سازی کنیم که حاشیه‌ی حداقل δ بین داده‌ها و مرز باشد. در این حالت تابع هزینه را بازنویسی کنید.

مسئله‌ی ۲: هسته مناسب

برای یک کرنل مناسب می‌دانیم که خواص زیر برقرار است:

۱. برای هر u داریم که $K(u, u) \geq 0$

۲. برای هر دو بردار u و v داریم که $K(u, v) \leq \sqrt{K(u, u)K(v, v)}$

نشان دهید اگر $K(x, y)$ یک هسته‌ی مناسب باشد، آنگاه $p(K(x, y))$ و همینطور $e^{K(x, y)}$ نیز مناسب خواهند بود. در اینجا p یک تابع چندجمله‌ای با ضرایب مثبت است.

مسئله‌ی ۳: اجرای پرسپترون

مجموعه داده‌ای زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0.5 \\ A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 5 \\ B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 0.1 \\ B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 9 \\ A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 8 \\ A \end{pmatrix}$$

الگوریتم پرسپترون را بر روی این مجموعه اجرا کنید. توجه کنید مولفه‌ی آخر هر کدام به معنی برچسب آن داده است و در ویژگی‌ها جایی ندارد.

مسئله‌ی 4: گزاره‌های منطق مرتبه اول

جمله‌های زیر را به منطق مرتبه اول تبدیل کنید.

- هوشنگ حداکثر دو خواهر دارد.
- همه‌ی دانشجویان حداقل یک درس را برداشته‌اند.
- هیچ دانشجویی نمیتواند تمام دانشجویان دیگر را گول بزند.
- تنها یک دانشجو درس هوش را افتاده است.

مسئله‌ی 5: Resolution

پایگاه دانشی شامل گزاره‌های زیر است:

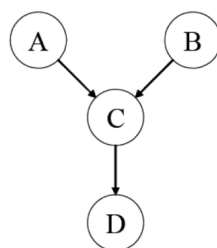
- همسایگان خوب حیوان پر سر و صدا ندارند.
- اگر کسی گربه داشته باشد، آنگاه آن فرد موش ندارد.
- همه‌ی سگ‌ها حیوانات پر سر و صدایی هستند.
- علی سگ یا گربه دارد.

با استفاده از Resolution گزاره‌ی زیر را اثبات کنید.

- اگر علی همسایه‌ی خوبی باشد، آنگاه علی موش ندارد.

مسئله‌ی 6: شبکه بیزین

با استفاده از ساختار شبکه بیزین زیر و جداول توزیع احتمال شرطی داده شده، احتمال false بودن متغیر تصادفی D را محاسبه کنید.



A	P(A)
False	0.6
True	0.4

B	P(B)
False	0.2
True	0.8

A	B	C	P(C A,B)
False	False	False	0.75
False	False	True	0.25
False	True	False	0.75
False	True	True	0.25
True	False	False	0.75
True	False	True	0.25
True	True	False	0.75
True	True	True	0.25

C	D	P(D C)
False	False	0.75
False	True	0.25
True	False	0.9
True	True	0.1