

۱. فرض کنید $f(0) = 0$ و اگر $f(z) = \frac{z^0}{|z|^{\frac{1}{2}}}$ ، $z \neq 0$ ثابت کنید تابع f در مبدأ مختصات مشتق پذیر نیست، اما روابط کوشی-ریمان در مبدأ مختصات برای تابع f برقرارند.

۲. ثابت کنید تابع f با ضابطه $f(z) = \sqrt[n]{re^{i\frac{\theta}{n}}}$ روی

$$\{(r, \theta) : r > 0, 0 < \theta < \pi\}$$

تحلیلی است $(n \in \mathbb{N})$.

۳. ثابت کنید تابع u با ضابطه

$$u(x, y) = -x^2 - y^2 + 2xy + \sinh x \sin y$$

همساز است و مزدوج های همساز آن را بیابید.

۴. بزرگترین میدانی را که تابع f با ضابطه $f(z) = z^z$ روی آن تحلیلی است تعیین کنید و همچنین مشتق این تابع را به دست بیاورید. همین مسئله را برای $g(z) = \sin(\operatorname{Log} z)$ حل کنید. مثل 4 بود تبدیل به Log

۵. مقدار اصلی $(1+i)^i$ ، $(1+i)^{1-i}$ ، 2^{2+2i} و $(2i)^{\frac{1}{2}}$ را به دست آورید.

۶. ثابت کنید $\cos z = \cosh(iz)$ و $i \sin z = \sinh(iz)$.

۷. جواب های معادله $\cos z = ia$ ، به طوریکه $a \in \mathbb{R}$ را به دست آورید.

۸. اگر $\operatorname{Log} z$ شاخه اصلی لگاریتم باشد $(-\pi < \arg z < \pi)$ ، بررسی کنید که تابع $\operatorname{Log}(1+z^2)$ روی نواحی زیر تحلیلی است یا خیر؟

الف:

$$\{z \mid \operatorname{Re} z = 0, |\operatorname{Im} z| \geq 1\}$$

ب:

$$\{z \mid \operatorname{Re} z = 0, \operatorname{Im} z \geq 0\}$$

ج:

$$\{z \mid \operatorname{Re} z = 0, |\operatorname{Im} z| \leq 1\}$$

د:

$$\{z \mid z = x + iy, y = 0, x \leq 0\}$$

۹. آیا تابع $v = -\sin x \sinh y$ می تواند قسمت موهومی یک تابع تحلیلی نظیر f باشد؟ اگر پاسخ مثبت است، تابع هارمونیک $u = \operatorname{Re} f(z)$ را به دست آورید. شرط برقراری شرایط سوال = همساز بودن v