



## مسئله‌ی ۱. استنتاج

به کمک قواعد استنتاج نشان دهید اگر داشته باشیم:

$$\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \quad (۱)$$

$$\forall x(\neg Q(x) \vee R(x)) \quad (۲)$$

$$\forall x(\neg P(x) \vee S(x)) \quad (۳)$$

$$\forall x((R(x) \wedge S(x)) \rightarrow T(x)) \quad (۴)$$

گزاره‌ی  $\forall x \neg T(x)$  همواره نادرست است.

حل.

$$P(a) \wedge Q(a) \quad \text{حذف سور وجودی از (۱)} \quad (۵)$$

$$Q(a) \quad \text{ساده‌سازی (۵)} \quad (۶)$$

$$\neg Q(a) \vee R(a) \quad \text{حذف سور عمومی از (۲)} \quad (۷)$$

$$R(a) \quad \text{قیاس فصلی (۶) و (۷)} \quad (۸)$$

$$P(a) \quad \text{ساده‌سازی (۵)} \quad (۹)$$

$$\neg P(a) \vee S(a) \quad \text{حذف سور عمومی از (۳)} \quad (۱۰)$$

$$S(a) \quad \text{قیاس فصلی (۹) و (۱۰)} \quad (۱۱)$$

$$R(a) \wedge S(a) \quad \text{تلفیق (۸) و (۱۱)} \quad (۱۲)$$

$$(R(a) \wedge S(a)) \rightarrow T(a) \quad \text{حذف سور عمومی از (۴)} \quad (۱۳)$$

$$T(a) \quad \text{وضع مقدم (۱۲) و (۱۳)} \quad (۱۴)$$

پس  $\exists a T(a)$ . بنابراین گزاره‌ی  $\forall x \neg T(x)$  همواره نادرست است.  $\triangleright$

## مسئله‌ی ۲. شناسایی قاتل

کوروش در منزلش به قتل رسید. با توجه به این که هیچ دری به زور باز نشده بود، پلیس به سه دوست صمیمی او یعنی آرمان، رامین و یاشار شک کرد و آن‌ها را پس از چند روز دست‌گیر کرد. هر مظنون، سه جمله گفت که دوتا از آن‌ها راست و یکی دروغ بود.

- آرمان: من قاتل نیستم. رامین و یاشار هر دو گناهکار هستند. یاشار را از بچگی می‌شناسم.
- رامین: من قاتل نیستم. آرمان بی‌گناه است. شب قبل با یاشار به کافه‌ای رفته بودیم.
- یاشار: من رتبه‌ی یک دانشکده هستم و همه من را می‌شناسند. هیچ‌گاه قبلاً آرمان را ندیده بودم. رامین راست می‌گوید و شب قبل در کافه بودیم.

اگر بدانیم دقیقاً یکی از این سه نفر گناهکار است، با توجه به اظهارات بالا به پلیس کمک کنید قاتل را شناسایی کند.  
حل.

می‌دانیم جمله‌ی دوم آرمان که می‌گوید رامین و یاشار هردو گناهکارند، دروغ است زیرا دقیقاً یک نفر می‌تواند گناهکار باشد. بنابراین دو جمله‌ی دیگر آرمان راست بوده پس او بی‌گناه است و یاشار را از بچگی می‌شناسد. بنابراین جمله‌ی دوم یاشار مبنی بر این‌که آرمان را نمی‌شناسد، دروغ است. پس جمله‌ی سومش درست است و دیشب با رامین در کافه‌ای بوده‌اند. پس جمله‌ی سوم رامین راست است. با توجه به این‌که آرمان بی‌گناه است، جمله‌ی دوم رامین هم راست بوده‌است. پس جمله‌ی اول او دروغ بوده و رامین گناهکار است.

▷