



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان  
معاونت دانش پژوهان جوان



مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان  
و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»

اینجانب ..... (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۴ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب ..... (منشی حوزه) تعداد ..... برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

## دفترچه سوالات بیست و هشتمین دوره المپیاد کامپیوتر - روز اول

تاریخ: ۱۳۹۷/۲/۴

تعداد سوالات	ساعت شروع	مدت آزمون (دقیقه)
۲۰	۱۶:۳۰	۲۰۰

نام و نام خانوادگی :

شماره پرونده:

استان:

کد ملی:

منطقه:

نام پدر:

پایه تحصیلی:

نام مدرسه:

شماره صندلی

کد دفترچه

۱

حوزه:

## توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

- ۱- کد دفترچه شما یک است. این کد را با کدی که روی پاسخنامه نوشته شده است تطبیق دهید. در صورت وجود مغایرت، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
- ۲- بلافاصله پس از آغاز آزمون تعداد سوالات داخل دفترچه را بررسی نمایید و از وجود همه برگه های دفترچه سوالات مطمئن شوید. در صورت وجود هر گونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
- ۳- یک برگه پاسخنامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
- ۴- کلیه جوابها باید در پاسخنامه وارد شود. بدیهی است موارد مندرج در دفترچه سوالات تصحیح نشده و به آنها هیچ نمره ای تعلق نخواهد گرفت.
- ۵- نام و نام خانوادگی خود را روی کلیه صفحات دفترچه سوالات و پاسخنامه بنویسید.
- ۶- برگه پاسخنامه شما را دستگاه تصحیح می کند. پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید و بعلاوه پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.
- ۷- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره مثبت و پاسخ نادرست یک نمره منفی دارد.
- ۸- ترتیب گزینه ها به صورت تصادفی است. سوالات ۱۲ تا ۲۰ در دسته های چند سوالی آمده اند و توضیح هر دسته پیش از آن آمده است.
- ۹- همراه داشتن لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب می شود.
- ۱۰- شرکت کنندگان در دوره تابستان از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
- ۱۱- دفترچه سوالات باید همراه پاسخنامه به مسئولین جلسه تحویل شود.

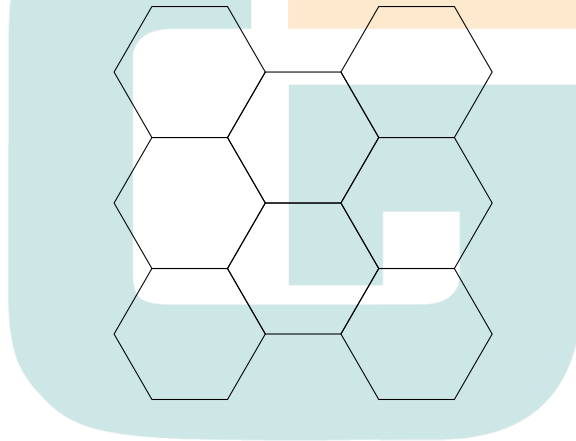
## مرحله‌ی دوم بیست و هشتمین المپیاد کامپیوتر کشور

- زمان آزمون ۲۰۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سؤال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها به طور تصادفی است. حتمن کد دفترچه را وارد پاسخ‌نامه کنید.
- سوالات ۱۲ تا ۲۰ در دسته‌های چند سؤالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

۱ تمام  $10^3$  سه‌تایی مرتب  $(a, b, c)$  از مجموعه‌ی اعداد  $\{1, 2, \dots, 10\}$  را در نظر بگیرید. این  $1000$  سه‌تایی مرتب در مجموع  $3000$  عدد دارند. از هر سه‌تایی مرتب بزرگ‌ترین عدد (یا اعداد) را نگه می‌داریم و بقیه را حذف می‌کنیم. برای مثال از سه‌تایی مرتب  $(1, 2, 3)$  اعداد ۱ و ۲ و از سه‌تایی مرتب  $(1, 2, 2)$  عدد ۱ حذف می‌شوند. مجموع اعداد باقی‌مانده چقدر است؟

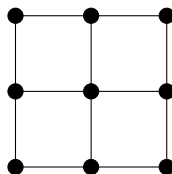
۹۰۷۵ (۱)      ۷۷۷۸ (۲)      ۱۰۲۵ (۳)      ۸۷۷۵ (۴)      ۸۳۲۵ (۵)

۲ می‌خواهیم اعداد ۱ تا ۸ را در خانه‌های شکل زیر بنویسیم، طوری که اعداد هر دو خانه‌ی مجاور (دارای ضلع مشترک) نسبت به هم اول باشند. به چند طریق این کار ممکن است؟



۲۱۶ (۱)      ۲۸۸ (۲)      ۵۷۶ (۳)      ۴۳۲ (۴)      ۱۴۴ (۵)

۳ به چند طریق می‌توان یال‌های گراف زیر را جهت‌دهی کرد، طوری که دور جهت‌دار تشکیل نشود؟



۵۷۶ (۱)      ۵۰۸ (۲)      ۱۶۶۰ (۳)      ۲۳۹۸ (۴)      ۲۷۲۲ (۵)

۴ در یک جدول  $8 \times 8$  به هشت خانه که هیچ دو تا از آن‌ها هم‌سطر یا هم‌ستون نباشند، قطر پراکنده می‌گوییم. به چند طریق می‌توان خانه‌های یک جدول  $8 \times 8$  را با اعداد ۰ و ۱ پر کرد طوری که هر قطر پراکنده‌ی آن دقیقاً چهار عدد ۱ داشته باشد؟

۴۹۰۰ (۱)      ۰ (۲)      ۷۰ (۳)      ۱۴۰ (۴)      ۸! (۵)

## مرحله‌ی دوم بیست و هشتمین المپیاد کامپیوتر کشور

۵ هشت مسافر در بازرسی بدنی یک فرودگاه به ترتیب با شماره‌های ۱ تا ۸ در صف ایستاده‌اند. سلطان مسئول بازرسی بدنی است. او هر بار فرد جلوی صف را بازرسی بدنی می‌کند، سپس به او اجازه می‌دهد از در وارد سالن فرودگاه شود. سلطان تنهاست و در هر لحظه می‌تواند فقط یک نفر را بازرسی بدنی کند. بنابراین در حین بازرسی هر نفر، ممکن است تعدادی (که می‌تواند صفر هم باشد) از افراد صف به ترتیب و بدون بازرسی وارد سالن شوند.

برای مثال فرض کنید سلطان در حال بازرسی فرد شماره ۱ است. در این حین ممکن است افراد ۲ و ۳ به ترتیب از در وارد سالن شوند. سپس فرض کنید بازرسی فرد شماره ۱ تمام شود و او از در سالن عبور کند. سلطان پس از این کار به سراغ بازرسی فرد شماره ۴ می‌رود و روند ادامه پیدا می‌کند.

افراد به چند ترتیب مختلف می‌توانند از در وارد سالن شوند؟

(۱) ۱۲۸ (۲) ۱۴۴ (۳) ۷! (۴) ۲۵۶ (۵) ۸!

۶ یک گراف کامل پنج رأسی با رأس‌های  $v_1$  تا  $v_5$  داریم. به چند طریق می‌توان یال‌های این گراف را با قرمز و آبی رنگ کرد، طوری که هم زیرگراف پنج رأسی متشکل از یال‌های آبی و هم زیرگراف پنج رأسی متشکل از یال‌های قرمز همبند باشد؟

(۱) ۴۳۲ (۲) ۸۶۴ (۳) ۲۱۲ (۴) ۲۹۶ (۵) ۵۹۲

۷ فرض کنید  $S$  رشته‌ای از ارقام ۰ و ۱ باشد. به این رشته تجزیه‌ناپذیر گوئیم، اگر رشته‌ی  $t$  وجود نداشته باشد که با گذاشتن تعدادی (بیش از یک بار) از آن کنار هم، رشته‌ی  $S$  به دست آید. تعداد رشته‌های تجزیه‌ناپذیر ۱۲ رقمی را بیابید.

(۱) ۴۰۰۲ (۲) ۴۰۹۶ (۳) ۴۰۱۲ (۴) ۴۰۲۰ (۵) ۴۰۳۲

۸ سلطان می‌خواهد جایگشتی از اعداد ۱ تا ۱۰ بسازد. او در ابتدا عدد ۱ را می‌نویسد. سپس به ازای هر  $i$  به ترتیب از ۲ تا ۱۰ عدد  $i$  را به شکل زیر به جایگشت اضافه می‌کند:

فرض کنید جایگشت کنونی  $\langle \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{i-1} \rangle$  باشد. سلطان عدد  $i$  را به احتمال  $\frac{1}{i}$  در ابتدای جایگشت، به احتمال  $\frac{1}{i}$  بین  $\pi_1$  و  $\pi_2$ ، به احتمال  $\frac{1}{i}$  بین  $\pi_2$  و  $\pi_3$ ، و... به احتمال  $\frac{1}{i-1}$  بین  $\pi_{i-2}$  و  $\pi_{i-1}$  می‌نویسد. هم‌چنین سلطان به احتمال  $\frac{1}{i-1}$  عدد  $i$  را در انتهای جایگشت کنونی (بعد از  $\pi_{i-1}$ ) می‌نویسد.

در جایگشت نهایی به دو عدد (نه لزومن متوالی) وارون گوئیم، اگر عدد بزرگ‌تر قبل از عدد کوچک‌تر آمده باشد. امید ریاضی تعداد زوج‌های وارون را بیابید.

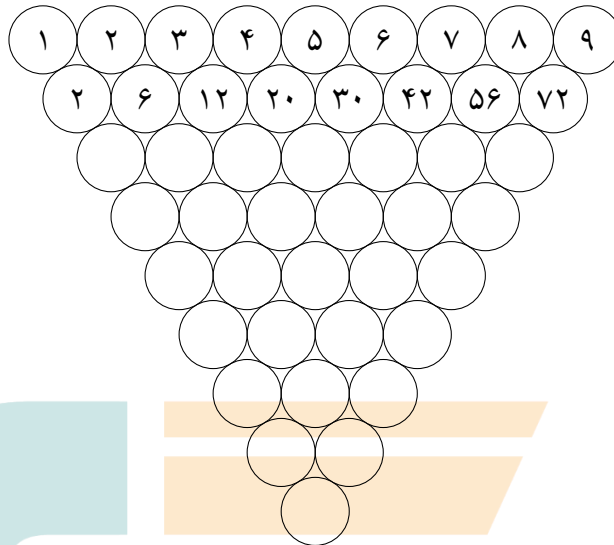
(۱)  $\frac{1}{i} + \frac{1}{i-1}$  (۲) ۹ (۳)  $\frac{\binom{10}{2}}{2}$  (۴)  $1 - \frac{1}{i} + \frac{1}{i-1}$  (۵)  $\frac{1}{i} - \frac{1}{i-1}$

۹ نقی دایره‌ای دارد که ۱۱ انگشت دور آن چیده شده است. انگشت‌ها از نظر ظاهری شبیه به هم هستند، اما در میان آن‌ها دقیقاً دو انگشت اصل وجود دارد. نقی دستگاهی دارد که در هر مرحله می‌تواند پنج انگشت متوالی از دایره را به دستگاه نشان بدهد و تعداد انگشت‌های اصل در میان این پنج انگشت را بفهمد. نقی حق ندارد ترتیب انگشت‌های دور دایره را عوض کند. او می‌خواهد دست کم یک انگشت اصل را پیدا کند. نقی به دست کم چند بار استفاده از دستگاه نیاز دارد تا به طور مطمئن بتواند یک انگشت اصل پیدا کند؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۵ (۴) ۸ (۵) ۶

## مرحله‌ی دوم بیست و هشتمین المپیاد کامپیوتر کشور

۱۰ در شکل زیر، هر عدد برابر ضرب دو عدد بالایی خود است. اعداد دایره‌های سطر سوم به بعد را در شکل نوشته‌ایم. عدد پایین‌ترین دایره چند رقم صفر در سمت راست خود دارد؟



۲۴۰ (۱)      ۷۰ (۲)      ۳۵ (۳)      ۴۶ (۴)      ۷۸ (۵)

۱۱ سلطان اعداد طبیعی ۱ تا  $n$  را با قرمز و آبی رنگ کرده است. می‌دانیم هیچ سه عدد هم‌رنگ و متمایزی وجود ندارد که عدد بزرگ‌تر برابر جمع دو عدد دیگر باشد. بیشینه‌ی ممکن برای  $n$  چیست؟

۷ (۱)      ۹ (۲)      ۱۱ (۳)      ۱۰ (۴)      ۸ (۵)

در خانه‌های یک جدول  $۸ \times ۸$  اعدادی دوبه‌دو متمایز نوشته شده است. دو خانه از جدول را هماهنگ گوییم، اگر در زیرجدولی که این دو خانه، دو گوشه‌ی مقابل آن را تشکیل می‌دهند، اعداد کمینه و بیشینه در همین دو خانه باشد.

\_\_\_\_\_ با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید \_\_\_\_\_

۱۲ بیشینه‌ی ممکن تعداد زوج خانه‌های هماهنگ چیست؟

۴۴۸ (۱)      ۳۳۶ (۲)      ۱۲۳۲ (۳)      ۷۸۴ (۴)      ۵۶۰ (۵)

۱۳ کمینه‌ی ممکن تعداد زوج خانه‌های هماهنگ چیست؟

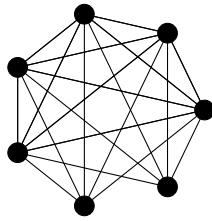
۴۴۸ (۱)      ۵۶ (۲)      ۱۷۶ (۳)      ۲۲۴ (۴)      ۱۱۲ (۵)

یک گراف ساده در نظر بگیرید که رأس‌های آن با قرمز و آبی رنگ شده‌اند. عمل **سلطان‌پیچ** روی گراف به این شکل انجام می‌شود که یک مجموعه از رأس‌ها مانند  $S$  را انتخاب می‌کنیم، سپس رنگ هر رأس خارج از  $S$  را که به تعداد فردی رأس از  $S$  یال دارد، عوض می‌کنیم.

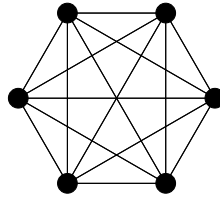
## مرحله‌ی دوم بیست و هشتمین المپیاد کامپیوتر کشور

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید

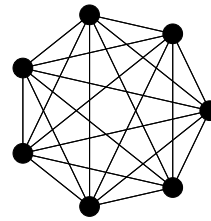
۱۴ فرض کنید در ابتدا تمام رأس‌های گراف‌های زیر قرمز هستند. در کدام گراف‌ها می‌توان با تعدادی عمل سلطان‌پیچ تمام رأس‌ها را آبی کرد؟



گراف (پ)



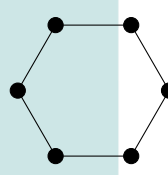
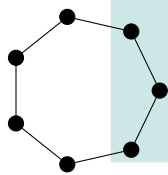
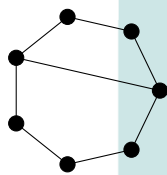
گراف (ب)



گراف (آ)

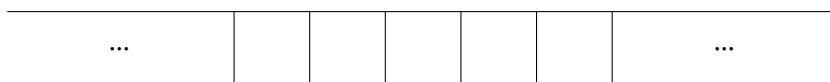
۱) گراف‌های (آ) و (پ) ۲) هیچ کدام ۳) گراف (آ) ۴) گراف‌های (ب) و (پ) ۵) هر سه گراف

۱۵ گراف‌های زیر به ترتیب از راست به چپ ۲۶، ۲۷ و ۲۸ رنگ‌آمیزی اولیه‌ی ممکن دارند. در هر کدام به ترتیب از راست به چپ، به ازای چند رنگ‌آمیزی اولیه می‌توان با تعدادی عمل سلطان‌پیچ تمام رأس‌ها را آبی کرد؟



۱) ۹۶، ۱۲۸، ۳۲ (۲) ۱۲۸، ۶۴، ۶۴ (۳) ۱۲۸، ۶۴، ۳۲ (۴) ۶۴، ۱۲۸، ۶۴ (۵) ۱۲۸، ۱۲۸، ۶۴

نواری نامتناهی به شکل زیر داریم:



در ابتدا ۱۰ قورباغه در ۱۰ خانه‌ی متوالی از این نوار قرار دارند. در یک عمل پرش، یک قورباغه یکی از دو جهت (چپ یا راست) را انتخاب می‌کند و با حرکت در جهت انتخاب شده، به نخستین خانه‌ی خالی می‌پرد. توجه کنید یک عمل پرش توسط یک قورباغه انجام می‌شود و قورباغه‌ها هم‌زمان نمی‌پرند.

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید

۱۶ حداقل چند عمل پرش توسط قورباغه‌ها باید انجام شود تا بین هر دو قورباغه دست کم یک خانه‌ی خالی باشد؟

۱) ۹ (۲) ۵ (۳) ۱۸ (۴) رسیدن به چنین حالتی ممکن نیست (۵) ۱۷

۱۷ فرض کنید قورباغه‌ها شماره‌های ۱ تا ۱۰ را داشته باشند. می‌خواهیم در انتها به وضعیتی برسیم که قورباغه‌ها در همین ۱۰ خانه‌ای قرار بگیرند که در ابتدا قرار دارند، اما ترتیب شماره‌های‌شان از چپ به راست صعودی باشد. حداقل چند عمل پرش لازم داریم تا به ازای هر ترتیب اولیه بتوانیم کارمان را انجام دهیم؟

۲۰ (۵)

۱۹ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۱۵ (۱)

در سرزمین سلطان نوعی باکتری به نام مملی زندگی می‌کند. هر مملی دو کروموزوم دارد. دو مملی می‌توانند با هم ازدواج و تولید مثل کنند. فرزند، از هر والد خود یک کروموزوم را به ارث می‌برد، بنابراین هر زوج حداکثر چهار فرزند متفاوت می‌توانند داشته باشند. بیماری‌ای در سرزمین سلطان شایع شده که برخی از کروموزوم‌ها آسیب دیده‌اند. تحقیقات پزشکی به موارد زیر رسیده است:

- یک مملی با دو کروموزم آسیب‌دیده، ایدز دارد.
- یک مملی که کروموزم آسیب‌دیده نداشته باشد، ایدز ندارد.
- وضعیت در مورد مملی‌هایی که دقیقاً یک کروموزم آسیب‌دیده دارند مشخص نیست، ولی می‌دانیم یا همه‌ی آن‌ها ایدز دارند (که در این صورت به ایدز بیماری فراگیر می‌گوییم) و یا هیچ کدام ایدز ندارند.

جدول موروثی دو مملی، جدولی  $2 \times 2$  می‌باشد که هر سطر آن مربوط به یک کروموزوم از مملی اول و هر ستون آن مربوط به یک کروموزوم از مملی دوم است. در هر خانه از جدول، وضعیت ایدز داشتن یا نداشتن فرزندی که از کروموزم‌های متناظر سطر و ستونش ساخته می‌شود، نوشته می‌شود. به راحتی می‌توانید بررسی کنید که دو جدول موروثی زیر، نامعتبر و غیر ممکن هستند (علامت  $\checkmark$  به معنی داشتن ایدز و علامت  $\times$  به معنی نداشتن ایدز است):

$\times$	$\checkmark$
$\checkmark$	$\times$

$\checkmark$	$\times$
$\times$	$\checkmark$

بنابراین در کل  $2^4 - 2 = 14$  جدول موروثی ممکن وجود دارد.

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سؤال زیر پاسخ دهید

۱۸ دو مملی با هم ازدواج کرده و چهار فرزند مختلف به وجود آورده‌اند. به ما گفته‌اند دقیقاً  $k$  تا از این فرزندان ایدز دارند. ما هیچ اطلاعاتی دیگری مانند این که والدین ایدز دارند یا خیر نداریم. به ازای چند مقدار  $k$  از ۰ تا ۴ می‌توانیم متوجه شویم ایدز یک بیماری فراگیر است یا خیر؟

۵ (۵)

۲ (۴)

۰ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۱۹ فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مملی با جدول موروثی  $T$  باشند که سطرها مربوط به  $A$  و ستون‌ها مربوط به  $B$  است. فرض کنید وضعیت ایدز داشتن یا نداشتن  $A$  و  $B$  را نمی‌دانیم. اگر با استفاده از جدول بتوانیم وضعیت ایدز داشتن یا نداشتن هر دوی  $A$  و  $B$  را بفهمیم، دو امتیاز می‌گیریم؛ اگر بتوانیم فقط وضعیت ایدز داشتن یا نداشتن یکی از آن‌ها را بفهمیم، یک امتیاز می‌گیریم و اگر هم هیچ کدام را نتوانیم بفهمیم، امتیازی نمی‌گیریم. تمام ۱۴ حالت  $T$  را در نظر بگیرید. در مجموع این حالات، چند امتیاز می‌توانیم بگیریم؟

۸ (۵)

۱۶ (۴)

۲۰ (۳)

۰ (۲)

۲۸ (۱)

۲۰ سلطان دستگاهی ساخته که دو مملی از ورودی می‌گیرد و جدول موروثی آن‌ها را تحویل می‌دهد (حتی اگر دو مملی ازدواج نکرده باشند، با فرض ازدواج آن‌ها جدول را می‌سازد). فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مملی با چهار فرزند مختلف و جدول موروثی  $T$  باشند. به ازای هر دو فرزند از  $A$  و  $B$  آن‌ها را به دستگاه می‌دهیم و یک جدول تحویل

## مرحله‌ی دوم بیست و هشتمین المپیاد کامپیوتر کشور

می‌گیریم. فرض کنید می‌دانیم هر خانه از  $T$  مربوط به کدام فرزند است. به ازای چند حالت از  $T$ ، با استفاده از (۲) جدول موروثی دستگاه و هم‌چنین خود  $T$  می‌توانیم فراگیر بودن یا نبودن ایدز را تشخیص دهیم؟

۱۴ (۵)

۸ (۴)

۱۰ (۳)

۰ (۲)

۲ (۱)





جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان  
معاونت دانش پژوهان جوان



مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان  
و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»

اینجانب ..... (شرکت کننده) این دفترچه را به صورت کامل (۱۳ برگه با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

اینجانب ..... (منشی حوزه) تعداد ..... برگه (با احتساب جلد) دریافت نمودم امضاء

## دفترچه سوالات بیست و هشتمین دوره المپیاد کامپیوتر - روز دوم

تاریخ: ۱۳۹۷/۲/۵ - ساعت: ۸:۰۰ مدت: ۲۷۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی :

شماره پرونده:

استان:

کد ملی:

منطقه:

نام پدر:

پایه تحصیلی:

نام مدرسه:

شماره صندلی

حوزه:

### توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

- این پاسخ نامه به صورت نیمه کامپیوتری تصحیح می شود، بنابراین از مجاله و کثیف کردن آن جداً خودداری نمایید.
- مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی که حتی یکی از صفحات پاسخ نامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.
- پاسخ هر سوال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سوال را در محل پاسخ سوال دیگری بنویسید، به شما نمره ای تعلق نمی گیرد.
- با توجه به آنکه برگه های پاسخ نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچگونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می شود ابتدا سوالات را در برگه چرک نویس، حل کرده و آنگاه در پاسخنامه پانویس نمایید.
- عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هرگونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید. در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.
- از مخدوش کردن دایره ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
- سوالات ترتیب خاصی ندارند و لزوماً از ساده به سخت نیستند. شخصیت و داستان سوالات ربطی به حل سوالات ندارند و صرفاً جنبه طنز دارند.
- شرکت کنندگان در دوره تابستان از بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می شوند.
- تصحیح برگه آزمون روز دوم، مشروط به کسب حد نصاب مورد نظر کمیته علمی در آزمون تستی روز اول مرحله دوم می باشد.





نام :

نام خانوادگی :

کد ملی :

هدیه‌ی معین..... ۲۰ امتیاز

۱- مصطفی برای جشن تولدش، معین را دعوت کرده است. معین تصمیم گرفته کادوی تولد مصطفی را خودش بسازد. به دلیل علاقه‌ی مصطفی به گراف، معین یک گراف ساده‌ی ۲۰۱۸ رأسی با تعدادی توپ (به عنوان رأس) و میله (به عنوان یال) ساخته است.

روز قبل از تولد، معین یادش می‌آید مصطفی فقط گراف‌های ساده‌ای را دوست دارد که درجه‌ی تمام رأس‌ها در آن فرد است. معین می‌خواهد با اضافه کردن تعدادی میله (یال) به گراف کاری کند که درجه‌ی تمام رأس‌ها فرد شود و هم‌چنان گراف به صورت ساده باقی بماند.

او با بررسی گرافش متوجه شد تنها یک روش برای این کار وجود دارد! حداقل تعداد یال‌های ممکن برای گراف معین (قبل از اقدام برای اضافه کردن یال‌ها) را بیابید.

در صورت لزوم از این قسمت

به عنوان چرک نویس

استفاده کنید

مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد



نام :

نام خانوادگی :

کد ملی :

معین حریص ..... ۲۰ امتیاز

۲- پس از حل مشکل تولد (در مسئله‌ی قبل)، مصطفی برای این که جشن تولد جذابی داشته باشد، یک بازی بین خود، امیر و معین برگزار می‌کند. پیش از شروع تولد، مصطفی  $17^3$  عدد شکلات خریداری کرده و آن را درون یک مکعب  $17 \times 17 \times 17$  چیده است (در هر خانه دقیقاً یک شکلات). شکلات واقع در سطر  $x$ ، ستون  $y$  و ارتفاع  $z$  را با  $(x, y, z)$  نشان می‌دهیم. بازی به این صورت است که در آغاز کار، امیر شکلات  $(1, 1, 1)$  را خورده و بازی شروع می‌شود. سپس مصطفی، معین و امیر به نوبت بازی می‌کنند. مصطفی در نوبت خود می‌تواند شکلات سمت راست یا سمت چپی آخرین شکلات خورده شده را بخورد؛ یعنی اگر  $(x, y, z)$  آخرین شکلات خورده شده باشد، می‌تواند  $(x + 1, y, z)$  یا  $(x - 1, y, z)$  را بخورد. معین می‌تواند شکلات جلو یا عقبی آخرین شکلات خورده شده را بخورد؛ یعنی اگر  $(x, y, z)$  آخرین شکلات خورده شده باشد، می‌تواند  $(x, y + 1, z)$  یا  $(x, y - 1, z)$  را بخورد. امیر می‌تواند شکلات بالا یا پایینی آخرین شکلات خورده شده را بخورد؛ یعنی اگر  $(x, y, z)$  آخرین شکلات خورده شده باشد، می‌تواند  $(x, y, z + 1)$  یا  $(x, y, z - 1)$  را بخورد. اگر کسی نتواند در نوبت خود شکلاتی بخورد، می‌بازد و بازی تمام می‌شود.

الف) مصطفی برای این که دوست دارد تحت هر شرایطی امیر ببازد، با معین تباری می‌کند و این دو سعی می‌کنند به نحوی بازی کنند که امیر ببازد. آیا این دو نفر می‌توانند طوری بازی کنند که امیر هرطور بازی کند بازنده باشد؟

ب) امیر که از این موضوع خبردار می‌شود، معین را راضی می‌کند که با او همکاری کند. آیا امیر و معین می‌توانند طوری بازی کنند که مصطفی هرطور بازی کند بازنده باشد؟

در صورت لزوم از این قسمت به عنوان چکرک نویس

استفاده کنید مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی تصحیح نخواهد شد



نام :  
نام خانوادگی :  
کد ملی :

## در جست و جوی مصطفی..... ۲۰ امتیاز

۳- مصطفی بعد از این که متوجه شد معین، دوست صمیمی او، با امیر توطئه کرده است تا او را شکست بدهد، از ناراحتی سر به بیابان می‌گذارد.  $n$  نفر از دوستان مصطفی از این موضوع مطلع می‌شوند و به دنبال او به بیابان می‌روند تا او را پیدا کنند و برگردانند.

بیابان یک زمین مسطح است (زمین از هر چهار طرف نامتناهی) که افراد می‌توانند در مختصات صحیح آن حرکت کنند. مصطفی روی یکی از این نقاط پنهان شده و به علت ناراحتی بسیار، از جایش تکان نمی‌خورد. تنها کسی او را می‌بیند که دقیقاً روی همان نقطه باشد.

این  $n$  نفر در نقاطی دلخواه از بیابان مستقر شده و هر کدام جهتی را انتخاب می‌کنند (بالا، پایین، چپ یا راست). پس از شروع، هر کدام در جهتی که انتخاب کرده حرکت می‌کند و هر ثانیه یک قدم بر می‌دارد (یک واحد حرکت می‌کند و به نقطه‌ی صحیح بعدی می‌رود).

اگر دو نفر از روبه‌رو، در یک نقطه‌ی صحیح به هم برخورد کنند، هردو جهت خود را به سمت راست خود تغییر می‌دهند (۹۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت) و در جهت جدید، حرکت خود را ادامه می‌دهند. دقت کنید اگر دو نفر از جهت دیگری به هم برسند یا بین دو نقطه‌ی صحیح با هم روبه‌رو شوند، از کنار هم عبور کرده و تغییر جهت نمی‌دهند.

آیا دوستان مصطفی همواره می‌توانند طوری در بیابان قرار گیرند و جهت‌های مناسبی انتخاب کنند، که حتماً مصطفی را پیدا کنند؟

در صورت لزوم از این قسمت

به عنوان چرک نویس

استفاده کنید

مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد



نام :

نام خانوادگی :

کد ملی :

احترام به پدر..... ۲۰ امتیاز

۴- پس از این که تولد مصطفی به خوبی برگزار نشد، خانواده‌ی او تصمیم گرفتند یک جشن تولد مردانه با حضور جمعی از مردان خاندان برگزار کنند.  $n$  نفر از مردان خاندان (از جمله بزرگ خاندان) در جشن شرکت کردند و به طرز جالبی پدر هر فرد حاضر در جشن (به جز بزرگ خاندان)، در تولد حضور داشت.

گوییم فرد  $A$  جد فرد  $B$  است، اگر  $A$  یکی از افراد زیر باشد:

پدر  $B$ ، پدر پدر  $B$ ، پدر پدر پدر  $B$ ، ...، بزرگ خاندان

به زیرمجموعه‌ای از افراد حاضر در جشن **سلسله‌ای** گوییم، اگر از هر دو عضو زیرمجموعه، یکی جد دیگری باشد و هم‌چنین به جز بزرگ‌ترین فرد زیرمجموعه، پدر هر فرد زیرمجموعه، در زیرمجموعه باشد.

در انتهای جشن مصطفی تصمیم گرفت برای یادگاری تعداد عکس تهیه کند. او برای این کار یک عکاس آورد. بزرگ خاندان به عکاس گفت که تنها از زیرمجموعه‌های **سلسله‌ای** افراد حاضر در جشن، عکس بگیرد. سپس عکاس گفت که عکاسی از هر زیرمجموعه‌ی سلسله‌ای  $S_i$ ، هزینه‌ی  $T_i$  را دارد.

خاندان مصطفی بسیار خانواده دوست هستند و به پدر خود احترام می‌گذارند. بنابراین تصمیم گرفتند تعدادی عکس بگیرند، طوری که هر کس با پدر خود در دست کم دو عکس آمده باشد. مصطفی برآورد کرد کمینه‌ی هزینه‌ی ممکن برای این کار  $m$  واحد است. ثابت کنید افراد می‌توانند کار خود را با  $m$  واحد هزینه، طوری انجام دهند که از هر زیرمجموعه‌ی سلسله‌ای، صفر یا دو بار عکس گرفته شده باشد.

در صورت لزوم از این قسمت

به عنوان چرک نویس

استفاده کنید

مطالب این قسمت

تحت هیچ شرایطی

تصحیح نخواهد شد

کلید کد ۱:

۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۴ (۴)

۱ (۵)

۱ (۶)

۴ (۷)

۴ (۸)

۴ (۹)

۲ (۱۰)

۵ (۱۱)

۳ (۱۲)

۵ (۱۳)

۴ (۱۴)

۳ (۱۵)

۱ (۱۶)

۱ (۱۷)

۴ (۱۸)

۴ (۱۹)

۲۰) جواب در گزینه‌ها موجود نیست و سوال باید حذف شود

