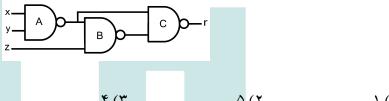
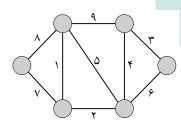
- سؤالهای ۲۵ تا ۳۰ در دستههای چندسؤالی آمدهاند و توضیح هر دسته پیش از آن آمده است.
 - جواب درست به هر سؤال چهار نمرهی مثبت و جواب نادرست یک نمرهی منفی دارد.
 - ترتیب گزینه ها در هر سؤال به شکل تصادفی است.
- ۱ مجموعهی اعداد {۸۵,۳۱, ۲۴,۶۹,۵۱, ۱۷} به ما داده شده است. حداقل چند عدد از این مجموعه را باید حذف کنیم تا میانگین اعداد باقیمانده برابر با ۴۲ شود؟

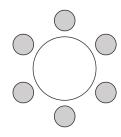
الم برای ساخت مدارهای الکترونیکی از گیتها استفاده می شود. هر گیت تعدادی ورودی و تنها یک خروجی دارد. تمامی ورودیها و خروجی یک گیت می توانند خروجی دارد. تمامی ورودیها و خروجی یک گیت می توانند تنها یکی از دو مقدار صفر و یک را داشته باشند. گیت NAND که در شکل مقابل نشان داده شده است، یک گیت با دو ورودی و یک خروجی است. خروجی

این گیت تنها موقعی صفر است که هر دو ورودی آن یک باشند، در غیر این صورت خروجی آن برابر یک می شود. z با استفاده از گیت NAND مداری به شکل زیر طراحی کردهایم. به ازای چند حالت از ورودی های z و z است. مقدار خروجی z برابر صفر می شود؟ دقت کنید که در این مدار، خروجی گیت z ورودی گیت های z و z است.





استان دور (زادگاه فامیل دور) از ۶ شهر تشکیل شده است که همانند شکل مقابل با جادههای خاکی به هم متصل اند. هزینه ی آسفالت کردن هر جاده به صورت یک عدد صحیح کنار جاده نشان داده شده است. نامزد نمایندگی این استان وعده داده است که در صورت پیروزی در انتخابات، با آسفالت کردن تعدادی از این جادهها کاری کند که بین هر دو شهر از این استان یک مسیر آسفالت (نه لزوما مستقیم) به وجود آید. کمترین هزینهای که این نامزد در صورت پیروزی در انتخابات برای تحقق وعدهاش باید بپردازد چقدر است؟



ک یک خرابه به شکل مقابل شش جایگاه دارد. یک دزد در یکی از این جایگاهها است. تیم امنیتی سلطان شامل تعدادی پلیس ماهر است. پلیسها نمیدانند دزد کجا است و میخواهند او را دستگیر کنند. در ابتدای هر مرحله هر پلیس در یکی از جایگاهها قرار می گیرد. اگر دزد در یکی از جایگاههایی بود که پلیسی در آن قرار دارد، دستگیر می شود. در غیر این صورت پلیسها از جایگاهها خارج می شوند و دزد یکی از حرکات زیر را انجام می دهد:

- به جایگاه سمت راست خود میرود.
 - به جايگاه سمت چپ خود مي رود.
- به جایگاه رویهروی خود (با سه واحد فاصله) می رود.

سپس مجددا پلیسها در جایگاهها (نه لزوما جایگاههای مرحلهی قبل) قرار میگیرند و این مراحل تا یافتن دزد ادامه مییابد. با توجه به این نوع حرکات، تیم سلطان باید حداقل چند پلیس داشته باشد تا بتواند به طور تضمینی در تعداد محدودی مرحله دزد را دستگیر کند؟

۵(۵ ۳(۴ ۲(۳ ۱(۲ ۴(۱

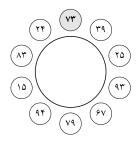
- ۵ همان سوال قبل را در نظر بگیرید، با این تفاوت که دزد در هر مرحله یکی از حرکات زیر را انجام میدهد:
 - یک واحد به سمت راست خود حرکت می کند.
 - دو واحد به سمت چپ خود حرکت می کند.

در این صورت حداقل چند پلیس لازم است؟



۶ مورچهای به کندوی زنبورها راه پیدا کرده است. او تنها می تواند روی مرز لانه ها حرکت کند. زنبورها از لانه هایی چرخان استفاده می کنند تا عسل آن ها شکر ک نزند! این لانه ها در هر ثانیه یک واحد در جهت مشخص شده می چرخند. مورچه یک ضلع را می تواند در یک ثانیه طی کند و همواره در ابتدای هر ثانیه تصمیم می گیرد که یا سر جای خود بایستد، یا به سمت یکی از تقاطعهای مجاور خودش حرکت کند و تا رسیدن به تقاطع تصمیم خود را تغییر نمی دهد (حتی اگر به علت

B چرخش جهت حرکتش تغییر کند). اگر مورچه در تقاطع A باشد، کمترین زمان لازم برای آن که به تقاطع A برسد چقدر است؟



✓ ده نفر دور یک میز نشسته اند. هر نفر مقداری پول دارد که به ما اطلاع نمی دهد. اما در عوض هر نفر از میزان پول دو نفر مجاور خود باخبر است و مجموع پول کناردستان خود را بلند اعلام می کند. در تصویر مقابل عددی که هر فرد اعلام کرده آمده است. در این صورت میزان پول نفری که بالای میز با رنگ خاکستری مشخص شده چقدر می تواند باشد؟

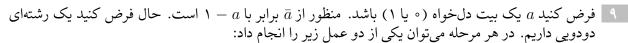
74 (D 0 (F 7D (T 1D (T 1V (1



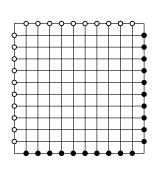
هفت کشور از جمله ایران برای میزبانی مسابقات جهانی المپیاد کامپیوتر در سال ۲۰۱۷ نامزد شدهاند. برای انتخاب کشور میزبان، هیئت داوران در هر مرحله دو کشور از میان کشورهای باقی مانده را به طور تصادفی انتخاب می کند و بر اساس نظر داوران، کشور بازنده را از دور خارج می کند. این کار تا زمانی ادامه پیدا می کند که تنها یک کشور باقی بماند. تنها کشور باقی مانده میزبان مسابقات خواهد شد. فرض کنید از قبل نظر هیئت داوران را به ازای هر دو کشور انتخاب شده می دانیم. نظر هیئت داوران در جدول مقابل آمده است. به ازای $y > 1 \neq 1$ اگر عددی که در ردیف y و ستون y آم آمده است برابر y باشد، کشور y برنده خواهد عددی که در ردیف y و ستون y آمده است برابر y باشد، کشور y برنده خواهد

شد (یعنی نظر هیئت دواران با کشور i است). در غیر این صورت، کشور j برنده خواهد شد. با توجه به این جدول چند کشور شانس میزبانی را خواهند داشت؟

 $\delta(\delta)$ V(f) V(f) V(f) V(f) V(f)



- یک بیت مانند b در رشته را در نظر بگیریم و در دو طرف آن \overline{b} بنویسیم. برای مثال از رشته ی b در رشته ی با انتخاب بیت وسط می توان به رشته ی a رشته ی a رسید.
- دو بیت متوالی مانند ab را در نظر بگیریم و به جای آنها $\bar{a}\bar{b}$ بنویسیم. برای مثال از رشته ی (0,1,1) و با انتخاب دو بیت سمت راست می توان به رشته ی (0,0,0) رسید.



در شبکه ی ۱۲ × ۱۲ مقابل ۲۰ ماشین در نقاط پررنگ قرار گرفته اند و می خواهند به نقاط توخالی روبه روی خود بروند. ماشینهای سمت راست جدول تنها به سمت چپ حرکت می کنند و ماشینهای پایین جدول تنها به سمت بالا حرکت می کنند. سرعت هر ماشین یک متر بر ثانیه است و فاصله ی هر دو نقطه ی مجاور در جدول یک متر است. می خواهیم به هر ماشین عددی طبیعی از ۱ تا k نسبت دهیم طوری که اگر هر ماشین در زمانی که به آن نسبت داده شده شروع به حرکت کند، بدون برخورد با ماشین دیگری به مقصد خود برسد. کوچک ترین عدد k که بتواند شرایط فوق را برآورده کند چقدر است؟

۱۱ مرتضی ۲ بسته ی پنج کیلویی، ۲ بسته ی چهار کیلویی و ۲ بسته ی سه کیلویی دارد (بسته ها متمایزند). او هم چنین سه کیسه ی یکسان دارد که گنجایش هر کدام ۱۰ کیلوگرم است. مرتضی به چند طریق می تواند بسته هایش را در این کیسه ها قرار دهد و به خانه ببرد؟

یک ماشین در اختیار داریم که هر رشته ی kتایی از صفر و یک مثل $x_1, x_2, ..., x_k$ را به یک رشته ی kتایی از صفر و یک مثل $k_1, x_2, ..., x_k$ را به یک رشته ی $k_2, ..., x_k$ را به یک رشته ی $k_3, ..., x_k$ به صورت $k_4, ..., x_k$ را برد $k_2, ..., x_k$ را برد و عدد $k_3, ..., x_k$ اگر است و مقدار آن تنها وقتی یک است که دقیقا یکی از دو عدد k_2, x_3, x_4 و $k_3, x_4, ..., x_k$ اگر این رشته را به ماشین بدهیم و خروجی را باز به ماشین بدهیم و این کار را آن قدر تکرار کنیم تا در نهایت یک عدد مثل $k_3, x_4, ..., x_k$ آن گاه داشته باشیم: k_4, k_5, \ldots, k_k و k_5, k_6, \ldots k_6, k_6, \ldots k_6, k_6, \ldots

در کلاسی $7 \circ 0$ دانش آموز وجود دارد. هر دانش آموز از این کلاس با دقیقا یکی دیگر از دانش آموزان کلاس دوست است. رابطه ی دوستی دوطرفه است، یعنی اگر فرد a دوست فرد b باشد، آنگاه فرد b نیز دوست فرد a است. معلم این کلاس برای آشنا شدن با دانش آموزان خود هر بار دو نفر از دانش آموزان را انتخاب می کند و از آنها می پرسد که آیا با یکدیگر دوست هستند یا خیر. معلم کلاس با حداقل چند سوال می تواند رابطه های دوستی در کلاس را به طور کامل کشف کند؟

$$\Delta \circ \Delta \circ (\Delta)$$
 1990 ° (* Y9 $\Delta \circ (\Upsilon)$ 990 ° (*)

	<u> </u>			
بنابراین قلمرو هر خانه را انتخاب کرد و رنگ	نههای مجاورش. ، قلمرو یک خانه	بانههای آن سفید است. دو خا ت از خود آن خانه و تمامی خا له میتوان تعدادی از خانههای کس). در حداقل چند مرحله می	مرو هر خانه عبارت اس خانه است. در هر مرح	مشترک باشند. قا شامل حداکثر ۵
٣ (۵	٧ (۴	۵ (۳	4 (1	۶(۱
خاب کرد و رنگ دقیقا ن تمام خانههای جدول	توان یک خانه انت . رم برای سیاه کرد.	ت که این بار در هر مرحله می: صورت کمترین تعداد مراحل لا	ظر بگیرید، با این تفاور آن را تغییر داد. در این م	۱۵ سوال قبل را در ن سه خانه از قلمرو چقدر است؟
4 (0	٧ (۴	۶ (۳	۵ (۲	۸(۱
هر تیم ۲ پنالتی میزند مساوی شدند، بازی به زی تمام است و اگر نه برگزار کردهاند و بازی	کشیده میشود. ه سربات پنالتی نیز شخص شد که باز مسابقهی فوتژال	رسند، بازی به ضربات پنالتی ک کند، بازی را میبرد. اگر در ض ک پنالتی میزند و اگر برنده م شود. تیمهای ایران و آرژانتین دانیم هر پنالتی تیم ایران به احت رندهی بازی خواهد بود؟	اگر دو تیم به تساوی بر پنالتی بیشتری را گل میشود. یعنی هر تیم یک میزنند تا برنده مشخص کشیده شده است. اگر ب	۱۶ در بازی فوتژال و تیمی که تعداد تکپنالتی کشیده دوباره تکپنالتی به ضربات پنالتی
' ξ (Δ	<u>'</u>	<u>₹δ</u> (٣	77" (7	<u>''</u> (1
(گابی) دیوی) جیگر گدا	د. صندلیهای بقیه هیچ پولی نندلیها جابهجا دهد.	کل مقابل دور یک میز نشستهان در ابتدا گدا یک ریال دارد و دو کار زیر را انجام میدهد: ست میبرد. (توجه کنید که ص با میشوند.) یژه نشسته است، یک ریال مید	وی و جیگر و گدا به شک یهای «ویژه» هستند. حله آقای مجری یکی از ا دو صندلی به سمت راه و فقط خود افراد جابهج که روی یک صندلی وی	۱۷ ببعی و گابی و دی خاکستری، صندا ندارند. در هر مر هر کس ر نمیشوند به هر کس
		همهی افراد برابر k ریال شود برسد؟	ٔ تعدادی کام به این هدف	مجری می تواند یا
٣ (۵	4 (4	۱ (۳	· (Y	۲ (۱
	،، راست، بالا و ور کنیم. به چند		سرحله میتوان یک واحد د. همچنین از هر نقطه کن است، طوری که دقب	بگذریم. در هر ه پایین) حرکت کر طریق این کار مم
A	۲۰ (۵	18 (4) (4	1// (1	1 0 (1
بسازد که هر دو کارت	تها را به نحوي	ن بازی شامل تعدادی کارت ا. مده است. محیا میخواهد کار د. در این صورت، او حداکثر .	<i>هی اعداد ۱ تا ۷ درج</i> ش	متمایز از مجموع

٧ (٣

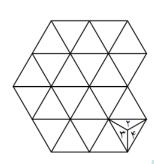
7 (7

۹(۱

۴ (۴

۵ (۵

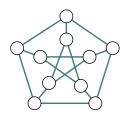
TY (D Y (F YF (F)Y (T) 19 (1



اکم هرمی که اعداد ۱ تا ۴ روی وجوه آن نوشته شده است روی یک خانه از جدول مثلثی همانند شکل مقابل قرار گرفته است (روی وجه زیرین عدد ۱ نوشته شده است). این هرم در هر حرکت میتواند به یکی از خانههایی که با خانهی فعلی هرم ضلع مشترک دارد برود. حرکت هرم به این صورت است که یال روی ضلع مشترک از زمین بلند نمی شود و هرم حول این ضلع مشترک دوران می کند و در خانه ی جدید می نشیند (روی وجه دیگر مجاور آن یال). این هرم در هر خانه ی از جدول که قرار می گیرد شماره ی وجه زیرین خود را در آن حک می کند (برای مثال در خانه ی اول عدد ۱ حک می شود). می خواهیم این هرم را طوری روی جدول حرکت دهیم که در هر خانه ای دقیقا یک عدد حک شود. حداکثر مقدار مجموع حدید حک شود.

حرکت دهیم که در هر خانهای دقیقا یک عدد حک شود. حداکثر مقدار مجموع اعداد حکشده چند میتواند باشد؟

99 (D D9 (F 90 (T 94 (T DT))



۲۲ شکل مقابل از تعدادی دایره و میله در صفحه ساخته شده است. میخواهیم هر یک از دایرههای این شکل را با یکی از سه رنگ قرمز، آبی و سبز رنگ کنیم، طوری که هر دو دایرهای که با میله به هم وصل هستند، ناهمرنگ باشند. به چند طریق این کار ممکن است؟ دو روش رنگ آمیزی را که با دوران شکل در صفحه به هم تبدیل می شوند، یکسان در نظر می گیریم.

17° (D 9° (4 9 (4) 17 (1

۲۲ یک ساعت دیجیتال داریم که زمان را به صورت یک عدد دودویی با طول ثابت ۱۱ بیت نمایش می دهد که ۵ بیت سمت چپ آن نشان دهنده ی ساعت (بین ۰ تا ۲۳) و ۶ بیت سمت راست آن نشان دهنده ی دقیقه (بین ۰ تا ۵۹) است. به طور مثال این ساعت دیجیتال ساعت ۱۰ و ۲۱ دقیقه را به شکل ۱۰۱۰۱۰۱۰۱ نمایش می دهد. در طول یک شبانه روز، چند بار عددی که این ساعت نشان می دهد، آیینه ای می شود؟ به یک رشته آیینه ای می گوییم اگر با وارون خود برابر باشد. به طور مثال رشته ی ۱۰۱۰ آیینه ای است، ولی رشته ی ۱۰۱۰ آیینه ای نیست.

 $\mathcal{S} \circ (\Delta)$ $\mathcal{S} \circ (A)$ $\mathcal{S$

۱۳ یک جدول a_{x} را در نظر بگیرید. میخواهیم چهار خانهی a_{x} ، a_{y} و a_{y} از خانههای این جدول را انتخاب کنیم، طوری که اگر از مرکز a_{y} به مرکز a_{y} سپس به مرکز a_{y} و در انتها به مرکز a_{y} برویم، مسیری که ایجاد می شود خودش را قطع نکند و همچنین مرکز هیچ سهتا از چهار خانهی انتخاب شده هم خط نباشند. به چند طریق این کار ممکن است؟

117° (D 1817 (F 7° 18 (T 174° (T 174° (1

مرحلهي اول بيست و ششمين المپياد كامپيوتر كشور

بر روی صندلیهای یک مترو افراد A_1 ، A_2 ، A_3 در یک ردیف و B_3 ، B_4 در ردیف مقابل نشستهاند. طبق عادت همیشگی، هر کس به دلخواه به یکی از افراد روبهروی خود زیرزیرکی نگاه میکند!							
با توجه به توضيحات بالا به ٣ سؤال زير پاسخ دهيد							
شم شوند!). چند حالت	نگاه کنند (چشمتوچ	ری نباشند که به یکدیگر	ار گوييم، اگر هيچ دو نف ؟	۲۵ یک حالت را پاید پایدار وجود دارد			
		۴۸ (۳					
زوج مرتب (i,j) را بی ربط گوییم، اگر A_i و B_j هیچ کدام دیگری را نگاه نکنند. به ترتیب حداقل و حداکثر چند زوج بی ربط داریم؟							
۵) ۰ و ۳	۴) ۱ و ۳	۳) ۳ و ۶	۲) ۳ و ۳	۱) ه و ۶			
Z را نگاه کند و Z ، \mathcal{Z} ر	جود داشته باشد که آ ستقیم Y را نگاه کن	بیند، اگر فردی مانند Z و. X داریم که X به طور غیره	غیر مست <mark>قیم فرد Y را می</mark> حداکثر چند زوج (X,Y)	Xمیگوییم فرد Y را نگاه کند			
۵ (۵	۸ (۴	17 (4	4 (1	۶(۱			
ا یک دنباله از اعداد ۰ و	هد. این دستگاه از م	ِ با صفر است نمایش می د بر می دهد:	در ابتدا عدد x را که برابر مراحل زیر عدد x را تغیی	دستگاه عددساز ۱ میگیرد و طی			
			ز اولین عدد، به ازای هر	_			
	ييم.	۴ برابر می کنیم. $x + m$ قرار می ده	عدد برابر با ۰ بود، x را z عدد برابر با ۱ بود، z را				
یک دنباله از ۰ و ۱ را «معتبر» می نامیم اگر در آن هیچ سه عدد متوالی برابر با ۱ نباشند.							
با توجه به توضيحات بالا به ٣ سؤال زير پاسخ دهيد							
يت؟	مختلف ميتوان ساخ	معتبر به طول ۵ چند عدد	گاه عددساز و دنبالههای	۲۸ با استفاده از دست			
74 (0	۲۸ (۴	18 (4	٣١ (٢	17 (1			
خت؟	د مختلف میتوان سا	معتبر به طول ۱۰ چند عده	گاه عددساز و دنبالههای	۲۹ با استفاده از دست			
۵) ۸۸۲	YV4 (4	977 (4	177 (1	۵۰۴(۱			
اکثر چند عدد کوچکتر	عددساز بدهيم. حد	ول دلخواهی را به دستگاه	م دنبالههای معتبر به هر ط بم بسازیم؟	۳۰ فرض کنید بتوانیه از ۴۸ می توانب			
774 (0	749 (4	۸۱ (۳	Y 0 FV (Y	744 (1			