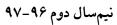
## ساختارهای گسسته







دانشکدهی مهندسی کامپیوتر

آزمونک اول شیماً رشی تمان: ۳۰ دقیقه

## مسئلهی ۱. تقسیم توپها

میخواهیم ده توپ زرد یکسان، یک توپ قرمز و یک توپ سبز را میان پنج نفر تقسیم کنیم به گونهای که به هر نفر دستکم یک توپ داده شود. به چند روش میتوان این کار را انجام داد؟

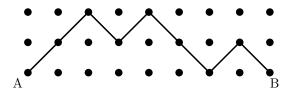
## حل. دو حالت زیر را در نظر میگیریم:

- ۱. توپهای قرمز و سبز به یک نفر داده شوند: یک نفر را به ۵ حالت انتخاب کرده و توپهای قرمز و سبز را به او می دهیم. سپس ۱۰ توپ زرد را میان ۵ نفر تقسیم می کنیم، با این شرط که به همه ی افراد به جز فردی که توپهای قرمز و سبز به او داده شده اند، باید دست کم یک توپ داده شود. تعداد راههای انجام این کار برابر با تعداد جوابهای معادله ی ۱۰  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_6 \ge 1$  با تعداد جوابهای معادله ی ۱۰  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_6 \ge 1$  با تعداد روشهای تقسیم توپها میان در مجموعه ی اعداد صحیح است که برابر است با  $\binom{1}{4}$ . پس در کل تعداد روشهای تقسیم توپها میان افراد در این حالت برابر با  $\binom{1}{4}$  که است.
- 7. توپهای قرمز و سبز به دو فرد متفاوت داده شوند: یک نفر را انتخاب می کنیم و توپ قرمز را به او می دهیم (۴) در حالت). سپس از میان افراد باقی مانده، یک نفر دیگر را انتخاب کرده و توپ سبز را به او می دهیم (۴ حالت). ۱۰ توپ زرد را میان ۵ نفر به گونه ای تقسیم می کنیم که به هر نفر دست کم یک توپ برسد (به جز دو نفری که قبلا توپهای قرمز و سبز را دریافت کرده اند). تعداد راههای انجام این کار برابر با تعداد جوابهای معادله ی ۱۰  $x_1, x_2, x_3 > 1$  و  $x_1, x_2 > 1$  با شرطهای  $x_1, x_2 > 1$  و  $x_3, x_4 > 1$  با شرطهای تقسیم توپها میان افراد در این مجموعه ی اعداد صحیح است که برابر است با  $x_1, x_2 > 1$  بس تعداد روشهای تقسیم توپها میان افراد در این حالت برابر با  $x_1, x_2 > 1$  است.

بنابر اصل جمع، جواب این مساله برابر است با  $\binom{``}{*} + \Upsilon \cdot \binom{``}{*}$  بنابر اصل

## مسئلهی ۲. حرکت اریب

در شکل زیر چند مسیر مختلف برای رفتن از نقطه ی A به نقطه ی B وجود دارد، اگر فقط حرکتهایی به صورت X و X مجاز باشند؟ یکی از مسیرهای ممکن در شکل زیر نمایش داده شده است:



[راهنمایی: تعداد حرکتهای ممکن برای عبور یک مسیر اریب مجاز از هر یک از ستونهای زوج و ستونهای فرد شکل را به دست آورید.]

حل. نکتهای که برای حل این سوال باید به آن توجه کرد، این است که هر مسیر مجاز از A تا B، در ستونهای زوج (ستونهای دوم، چهارم، ششم و هشتم از سمت چپ) از نقطهی وسط آن ستون، و در ستونهای فرد از یکی از

دو نقطه ی بالایی یا پایینی آن ستون میگذرد. بنابراین، اگر در یک ستون فرد باشیم، تنها یک حرکت می توانیم انجام دهیم (حرکت به مرکز ستون بعدی) و اگر در یک ستون زوج (به جز ستون هشتم) باشیم، دو حرکت می توانیم انجام دهیم (حرکت به یکی از نقاط بالایی یا پایینی ستون بعدی). اگر در ستون هشتم باشیم، تنها یک حرکت می توانیم انجام دهیم (از مرکز ستون هشتم به نقطه ی B). پس بنابر اصل ضرب، جواب مساله برابر است با  $\times$  ۲  $\times$   $\times$  ۲  $\times$   $\times$  ۲  $\times$