



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

زمستان ۱۳۹۶

آمار و احتمال مهندسی

تمرین سری اول

موعد تحویل: ۷ اسفند

مدرس: مهدی جعفری

سؤال ۱ در یک مسابقه‌ی تلویزیونی سه بازی شانس به شرکت کنندگان پیشنهاد می‌شود و آن‌ها می‌توانند با انتخاب هر یک از بازی‌ها شانس خود را امتحان کنند و مسابقه را ادامه دهند. سه بازی به شرح زیر هستند:

در بازی اول ۴ تاس پرتاب می‌شود و شرط برنده شدن این است که حداقل ۱ تاس ۱ شود.

در بازی دوم ۸ تاس پرتاب می‌شود و شرط برنده شدن این است که حداقل ۲ تاس ۱ شود.

در بازی سوم ۱۲ تاس پرتاب می‌شود و شرط برنده شدن این است که حداقل ۳ تاس ۱ شود.

در کدام بازی احتمال بردن بیشینه است؟

سؤال ۲ فرض کنید a_1, \dots, a_{100} یک جایگشت تصادفی از اعداد ۱ تا ۱۰۰ باشد. احتمال آنکه هیچ یک از اعداد $S_1 = a_1$ ، $S_2 = a_1 + a_2$ ، \dots ، $S_{100} = a_1 + \dots + a_{100}$ بر ۳ بخش پذیر نباشد را محاسبه نمایید.

سؤال ۳ در نتایج اعلام شده در آزمایش‌های پزشکی گاهی خطاهایی پیش می‌آید. به این صورت که ممکن است فرد مبتلا به بیماری نباشد ولی نتیجه‌ی آزمایش مثبت باشد و یا نتیجه‌ی آزمایش فرد بیمار منفی باشد. فرض کنید از هر ۱۰۰ نفر سیگاری، یک نفر به سرطان ریه باشد. همچنین فرض کنید که دقت آزمایش سرطان ریه ۹۹٪ باشد (یعنی در ۹۹٪ مواقع بیماری درست تشخیص داده می‌شود و در ۱٪ نتیجه‌ی آزمایش غلط است).

الف) احتمال اینکه یک فرد سیگاری‌ای که نتیجه‌ی آزمایشش مثبت آمده است واقعا مبتلا به سرطان ریه باشد چقدر است؟

ب) احتمال اینکه فرد سیگاری‌ای که نتیجه‌ی آزمایشش منفی آمده است سالم باشد چقدر است؟

سؤال ۴ یک ماشین با یک شماره پنهان داریم، این شماره هر گاه ۰ است، آنگاه به احتمال ۷۰٪ گوی آبی می‌دهد، و به احتمال ۳۰٪ گوی قرمز می‌دهد و هر گاه این شماره ۱ باشد به احتمال ۵۰٪ گوی قرمز و ۵۰٪ گوی آبی می‌دهد. اما این ماشین این ویژگی را هم دارد که اگر گوی آبی بدهد، به احتمال ۵۰٪ عدد ماشین عوض میشود و اگر قرمز بدهد به احتمال ۴۰٪ شماره اش ۱ می‌شود و به احتمال ۶۰٪ شماره اش ۰ می‌شود
احتمال آبی بودن گوی دوم را محاسبه کنید.

سؤال ۵ سکه ای داریم که به احتمال ۵۰٪ خط می‌آید. با استفاده از این سکه احتمال $\frac{1}{3}$ را تولید کنید.

سؤال ۶ یک ردیف صندلی به طول $2n$ داریم، اگر n فرد به صورت تصادفی روی این صندلی‌ها بنشینند، احتمال آنکه هیچ دو نفری کنار یکدیگر ننشسته باشند چقدر است؟

سؤال ۷ (امتیازی) در صفحه‌ای نامتناهی خطوطی موازی با فاصله‌ی ۲ رسم شده‌اند. چوبی به طول ۲ را روی این صفحه پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه چوب با یکی از این خطوط تماس پیدا کند چیست؟
(راهنمایی: محل فرود چوب را با دو متغیر مرکز و زاویه‌ی چوب مشخص کنید.)

موفق باشید