



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

زمستان ۱۳۹۶

آمار و احتمال مهندسی

تمرین سری دوم (توزیع‌های احتمالی)

موعده تحویل: شنبه ۲۲ اسفند ۱۳۹۶

مدرس: مهدی جعفری

سؤال ۱ فرض کنید $X \sim \text{Geometric}(\frac{1}{2})$ و $Y = |X - 3|$. تابع جرم احتمال (PMF) متغیر تصادفی Y را محاسبه کنید.

سؤال ۲ بازی جدیدی در کازینو طراحی شده است، به این صورت که هر فرد در ابتدای کار مقداری پول می‌دهد و سکه‌ای سالم را تا دیدن اولین خط پرتاب می‌کند. در نهایت فرد به اندازه 2^n تومان پول برنده می‌شود که n تعداد پرتاب‌هایی است که تا دیدن اولین خط انجام داده‌است. به نظر شما گرفتن چه مقدار پول در اول بازی عادلانه است؟ آیا پارادوکسی در این سوال مشاهده می‌کنید؟

سؤال ۳ تعداد دفعاتی که کامپیوتر یک نفر در هر ماه $crash$ می‌کند، از یک توزیع پواسون با $\lambda = 5$ پیروی می‌کند. با نصب یک آپدیت جدید، برای 0.175 از کامپیوترها مقدار λ به ۳ تغییر کرده و برای 0.25 دیگر تغییری در این مقدار ایجاد نمی‌شود. اگر کامپیوتر یک نفر بعد از نصب این آپدیت، در ماه بعد ۲ بار $crash$ کند، به چه احتمالی نصب آپدیت جدید روی کامپیوتر این شخص تاثیر مثبت داشته است؟

سؤال ۴ در یک کیسه، توپ‌های با شماره ۱ تا ۳۰ وجود دارد. به طور تصادفی یک توپ را از داخل کیسه بیرون آورده و بعد از خواندن شماره‌اش، آن را به داخل کیسه برمی‌گردانیم. این کار را ۴ بار دیگر (در مجموع ۵ بار) انجام می‌دهیم. متغیر تصادفی X را، بزرگترین عدد خارج شده در نظر می‌گیریم.

الف) PMF متغیر تصادفی X را به دست آورید.

ب) مقدار $P(X \geq 25)$ را محاسبه کنید.

سؤال ۵ ابتدا به طور تصادفی یک عدد از مجموعه اعداد $1, 2, 3, 4, 5$ انتخاب کرده و متغیر تصادفی X را، این عدد تعریف می‌کنیم. سپس به طور تصادفی عدد دیگری را از مجموعه اعداد $1, \dots, X$ انتخاب کرده و متغیر تصادفی Y را این عدد تعریف می‌کنیم.

الف) PMF توزیع مشترک X و Y را به دست آورید.

ب) CMF متغیر X را به شرط $Y = i$ و با فرض $i = 1, \dots, 5$ به دست آورید.

پ) آیا X و Y مستقل هستند؟ چرا؟

سؤال ۶ صادق در یک میدان مین گیر افتاده است و می‌داند که تعداد مین‌های اطرافش در هر ناحیه به مساحت S یک متغیر پواسون با میانگین λS است.

- الف) احتمال این که فاصله نزدیک ترین مین به صادق حداقل d متر باشد چقدر است؟
- ب) احتمال این که در فاصله d متری صادق حداقل n مین باشد چقدر است؟ (نیاز به محاسبه فرم بسته نیست)
-

سؤال ۷ (امتیازی) فرض کنید فضای نمونه آزمایش تصادفی ما (S) به C_1, C_2, \dots, C_n افراز شده است. و A و B دو رخداد باشند. ثابت کنید A و B مستقل هستند اگر دو فرض زیر برقرار باشند.

الف) A و B به شرط C_i ها مستقل هستند. $\forall i \in 1, 2, \dots, n$

ب) B از تمام C_i ها مستقل است. $\forall i \in 1, 2, \dots, n$

موفق باشید