

$$a^0 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ خروجی ورودی است } y = 0.5, x_1 = 0.1, x_2 = 0.3$$

σ همان Sigmoid است :

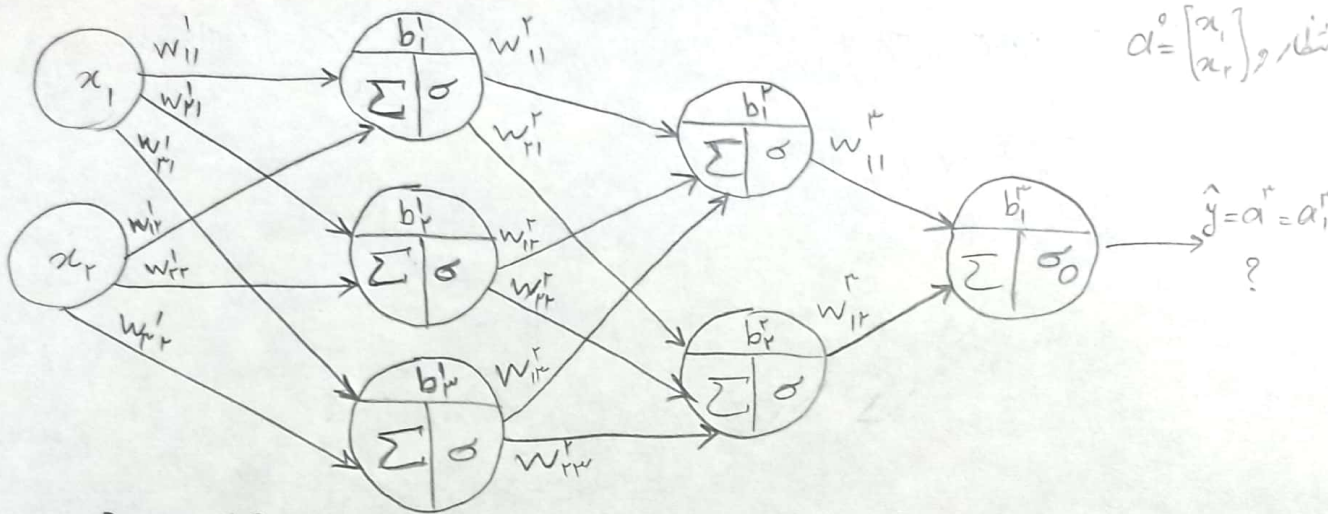
$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}, f'(x) = f(x)(1-f(x))$$

σ_0 تابع خطی است :

$$f(x) = x, f'(x) = 1$$

تابع هزینه (تابع ضرر کمینه)

$$C = (\hat{y} - y)^2$$



$$w^1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, b^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, w^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, b^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, w^3 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix}, b^3 = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Feed Forward : } a^n = \sigma(w^n a^{n-1} + b^n) \rightarrow a^2 = a^r = \sigma_0(w^2 \sigma(w^1 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + b^1) + b^2) = 0.1828$$

$$a^0 = \begin{bmatrix} a_1^0 \\ a_2^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

$$z^1 = w^1 a^0 \quad \leftarrow \text{ورودی لایه اول}$$

$$z^1 = \begin{bmatrix} 0.17 \\ 0.9 \\ -0.9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} z_1^1 = x_1 w_{11}^1 + x_2 w_{12}^1 \\ z_2^1 = x_1 w_{21}^1 + x_2 w_{22}^1 \\ z_3^1 = x_1 w_{31}^1 + x_2 w_{32}^1 \end{cases} \quad \leftarrow \text{ورودی نورون‌های لایه اول}$$

$$a^1 = \begin{bmatrix} 0.1828024713 \\ 0.276545095 \\ 0.7204549047 \end{bmatrix}$$

$$a^1 = \sigma(z^1 + b^1)$$

$$\begin{cases} a_1^1 = \sigma(z_1^1 + b_1^1) \\ a_2^1 = \sigma(z_2^1 + b_2^1) \\ a_3^1 = \sigma(z_3^1 + b_3^1) \end{cases} \quad \leftarrow \text{خروجی نورون‌های لایه اول}$$

ورودی نورون های لایه دوم $\rightarrow Z^r = W^r a^l$ $\begin{cases} z_1^r = a_1^l w_{11}^r + a_2^l w_{12}^r + a_3^l w_{13}^r \\ z_2^r = a_1^l w_{21}^r + a_2^l w_{22}^r + a_3^l w_{23}^r \end{cases}$ $Z^r = \begin{bmatrix} 1,44417127 \\ 0,18405132 \end{bmatrix}$

خروجی نورون های لایه دوم $\rightarrow a^r = \sigma(z^r + b^r)$ $\begin{cases} a_1^r = \sigma(z_1^r + b_1^r) \\ a_2^r = \sigma(z_2^r + b_2^r) \end{cases}$ $a^r = \begin{bmatrix} 0,91077791 \\ 0,44024234 \end{bmatrix}$

ورودی نورون خروجی $\rightarrow Z^r = W^r a^r$ $\begin{cases} z_1^r = a_1^r w_{11}^r + a_2^r w_{12}^r \end{cases}$ $Z^r = 3,182849$

خروجی نهایی شبکه $\rightarrow a^r = a_1^r = \sigma_0(z^r + b^r) = \sigma_0(z_1^r + b_1^r) = z_1^r + b_1^r = 0,18284922$

Back propagation

$\delta_1^L = \frac{\partial C}{\partial a_1^L} \sigma'_0(z_1^L) \rightarrow \delta_1^r = \frac{\partial C}{\partial a_1^r} \overset{\text{تابع خطا}}{\sigma'_0(z_1^r)} = \frac{\partial (a_1^r - y)^r}{\partial a_1^r} = r(a_1^r - y) = 9,46269911$

$\delta^l = ((W^{l+1})^T \delta^{l+1}) \odot \sigma'(z^l) \rightarrow \delta^r = ((W^r)^T \delta^r) \odot \sigma'(z^r) = \begin{bmatrix} 4,22140123 \\ -1,97194261 \end{bmatrix}$

$\delta^l = ((W^l)^T \delta^r) \odot \sigma'(z^l) = \begin{bmatrix} 2,3212193 \\ 2,31299291 \\ -2,46223929 \end{bmatrix}$

$\frac{\partial C}{\partial b_j^l} = \delta_j^l, \quad \frac{\partial C}{\partial w_{jk}^l} = \delta_j^l a_k^{l-1}$

حال بابہ گرامین تابع خزینہ را بدست بیایم :



با توجه به این که تابع هزینه به الگوریتم گرادینت کاهش می‌دهیم :

$$b_j^{(new)} = b_j^{(old)} - \frac{\partial C}{\partial b_j^l}$$

$$w_{jk}^{(new)} = w_{jk}^{(old)} - \frac{\partial C}{\partial w_{jk}^l}$$

New weights and biases = Old weights and biases - ∇C =

0, 77714105	w_{11}^1
-2, 23129905	w_{12}^1
0, 29622393	w_{13}^1
1, 30354421	w_{14}^1
-2, 29319115	w_{15}^1
-2, 11132121	w_{16}^1
-3, 26041014	w_{11}^2
2, 46734000	w_{12}^2
0, 40114102	w_{13}^2
-1, 20000250	w_{14}^2
-6, 46734014	w_{15}^2
2, 46734014	w_{16}^2
-4, 23000250	w_{11}^3
-0, 31067115	w_{12}^3
-1, 3210193	b_1^1
-0, 31299241	b_2^1
4, 94223929	b_3^1
-0, 22140123	b_1^2
0, 97199251	b_2^2
-5, 26040911	b_3^2