

دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

مخصوص دانشجویان کارشناسی دوره  
علوم کامپیوتر و همچنین ریاضیات و کاربردها  
ترم دوم ۱۴۰۳-۱۴۰۲



دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)

درس: جبر خطی عددی

مدرس: مهدی دهقان

## جبر خطی عددی

جبر خطی عددی تلفیقی است از جبر خطی و آنالیز عددی که به مطالعه الگوریتمها برای اجرای محاسبات در جبر خطی می پردازد. در درس جبر خطی عددی مطالعه مسایلی از جبر خطی که برای آنها یا جواب سرراست و دقیقی وجود ندارد و یا اینکه یافتن جواب کلاسیک آنها پیچیده است اهمیت ویژه ای دارد. اساسی ترین مسایلی که در درس جبر خطی عددی مورد مطالعه قرار می گیرند شامل حل دستگاه های خطی، خوش حالت سازی، حل دستگاه مستطیلی و مساله کمترین مربعات، معادلات ماتریسی، معکوس ماتریس ها، محاسبه مقدار ویژه یک ماتریس و بردار ویژه یک ماتریس، توابع ماتریسی و... می باشد.

الگوریتم های بیان شده در جبر خطی عددی برای حل بسیاری از مسائل موجود در ریاضی، فیزیک، علوم کامپیوتر، علوم داده، علوم اجتماعی و رشته های مهندسی مورد استفاده قرار می گیرند. برای مثال از این الگوریتم ها در طراحی بناهایی مانند پل ها، طراحی هواپیما، پیش بینی آب و هوا، داده کاوی، تصویربرداری های مدرن در پزشکی، تهیه نقشه های جوی از زمین، تجزیه و تحلیل ساختار مولکول ها، بهینه سازی حمل و نقل و محاسبات ترافیک شهرهای بزرگ و پیدا کردن مخازن نفت استفاده می شود.

برای مطالعه عمیق و فراگیری دقیق موضوعاتی نظیر هوش مصنوعی - یادگیری ماشین - یادگیری ژرف و شبکه های عصبی که نقش مهمی در سالهای اخیر در زندگی بشر ایفا نموده اند مباحث مختلفی از جبر خطی عددی مورد نیاز است.

## ۱ نرم افزار مورد نیاز این درس

امروزه بیشتر الگوریتم های جبر خطی عددی توسط رایانه و نرم افزارهایی که برای اجرای محاسبات ریاضی طراحی شده اند اجرا می شوند. از مهمترین و کاربردی ترین آنها می توان به نرم افزارهای زیر اشاره کرد:

1. Matlab
2. Maple
3. Mathematica

**توجه ۱:** نرم افزار Matlab به طور معمول برای اجرای الگوریتم ها و روش های تکراری مناسب بوده درحالی که نرم افزارهای Maple و Mathematica برای انجام محاسبات نمادین (سمبولیک) نسبت به Matlab ارجحیت دارند.

**توجه ۲:** زبان برنامه نویسی Python نیز می تواند مورد توجه باشد چرا که می تواند امکانات بیشتری را نسبت به Matlab در اختیار شما قرار دهد.

کتاب های زیر منابع مناسبی برای پیاده سازی الگوریتم های جبر خطی عددی با استفاده از نرم افزارهای Matlab و Maple می باشند.

1. Tom Lyche and Jean-Louis Merrien, Exercises in Computational Mathematics with MATLAB, Springer, 2014.

2. Cesar Lopez, MATLAB Matrix Algebra, Springer, 2014.
3. Walter Gander et al., Scientific Computing-An Introduction Using Maple and MATLAB, Springer, 2014.

توجه ۳: مطالب این درس از ۷ فصل + فصل صفر تشکیل شده است.  
 فصل صفر: مقدمات مورد نیاز برای درس جبرخطی عددی  
 فصل یک: معرفی الگوریتم گرام-اشمیت  
 فصل دوم: حل دستگاه معادلات خطی با روش های مستقیم  
 فصل سوم: حل دستگاه معادلات خطی با روش های تکراری  
 فصل چهارم: تحلیل حساسیت دستگاه معادلات خطی  
 فصل پنجم: محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه یک ماتریس  
 فصل ششم: حل مسئله کمترین مربعات (حل دستگاه معادلات فرامعین)  
 فصل هفتم: تجزیه مقادیر تکین (منفرد) یک ماتریس  
 توجه کنید مطالبی که در فصل صفر آورده می شود مطالعه آنها ضروری می باشد.

## ۲ موضوعات مورد بحث در کلاس

روش های تجزیه ماتریسی LU، QR، چولسکی برای حل دستگاه های معادلات خطی و مقایسه ی کارایی آنها. روش های حذفی برای حل دستگاه های معادلات خطی و مقایسه کارایی آنها. روش حذفی گاوس با محورگیری جزیی. روش های تکراری کلاسیک همچون ژاکوبی، گاوس-سایدل، SOR، بحث های همگرایی و مقایسه ی کارایی و شعاع طیفی ماتریس تکرار روش های تکراری بیان شده برای حل دستگاه های معادلات خطی. معرفی الگوریتم گرام-اشمیت. بررسی بدو وضعی و حساسیت دستگاه های معادلات خطی با استفاده از عدد حالت ماتریس ها. پیش شرط ساز ماتریس های قطری و پیش شرط سازهای روش ژاکوبی و گاوس-سیدل. روش تصفیه تکراری. حل دستگاه های مستطیلی و مساله کمترین مربعات. مکان یابی مقادیر ویژه و روش های مستقیم و تکراری، تبدیلی و تجزیه ای برای محاسبه ی تقریبی مقادیر ویژه و بردارهای ویژه یک ماتریس. تجزیه مقادیر منفرد (SVD) و ویژگی های آن و روش های محاسبه آن و کاربردهایی از آن در ذخیره سازی تصاویر. حل دستگاه مربعی و فرامعین با تجزیه SVD

## ۳ چند منبع مفید برای این درس

توجه: منابع اصلی این درس با \* مشخص گردیده اند.

۱. جبر خطی و ماتریس ها، سید منصور واعظ پور، انتشارات دانشگاه یزد، ۱۳۸۹.
۲. نخستین درس در جبر خطی عددی، مسعود حجاریان، انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، ۱۳۹۴.
3. \* Biswa N. Datta, Numerical Linear Algebra and Applications, SIAM, 2010.
4. \*William Ford, Numerical Linear Algebra with Applications Using MATLAB, Elsevier, 2015.
5. \*Tom Lyche, Numerical Linear Algebra and Matrix Factorization, Springer Nature, 2020.
6. \*Carl D. Meyer, Matrix Analysis and Applied Linear Algebra, SIAM, 2000.
7. Philip E. Gill et al., Numerical Linear Algebra and Optimization, 1991.
8. David S Watkins, Fundamentals of Matrix Computations, Wiley, 2010.
9. Walter Gander et al. Scientific Computing-An Introduction Using Maple and MATLAB, Springer, 2014.

10. Granville Sewell, Computational Methods of Linear Algebra, World Scientific, 2014.

توجه: مرجع ۱ و ۶ برای فراگیری موضوعات بنیادی از جبر خطی مبانی ماتریس ها و آنالیز ماتریس ها معرفی گردیده اند.  
توجه: برای مطالعه مطالب فراتر از سطح این درس و مباحث پیشرفته تر می توانید به کتاب بسیار مفید زیر رجوع کنید

11. Gene H. Golub and Charles F. Van Loan, Matrix Computations, Johns Hopkins University Press, 2013.

همچنین کتاب زیر به مروری مختصر به زندگینامه ریاضیدانان بزرگی که تاثیری قابل توجه در پیشرفت جبر خطی عددی داشته اند و به پیشرفت ها و توسعه این شاخه از ریاضیات کاربردی در طی سال ها پرداخته است

12. Claude Brezinski, Gérard A. Meurant and Michela Redivo Zaglia, A Journey Through the History of Numerical Linear Algebra, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2022.

## ۴ نحوه ارزیابی از دانشجویان محترم

۱. امتحان میان ترم 4.5 نمره

۲. امتحان پایان ترم 6.5 نمره

۳. سمینار و پژوهش 2 نمره

۴. تکلیف، تمرین و پروژه نرم افزاری و ارایه شفاهی  $7 \times 1 = 7$  نمره

توجه: نمرات از ۲۰ لحاظ شده اند.

در طول ترم ۷ سری تمرین (هر فصل یک سری تمرین) از فصل های اول تا هفتم برای دانشجویان گرامی در نظر گرفته می شود که هر یک از آنها در زمان مقرر به طور شفاهی (از طریق گوگل میت (Google Meet)) تحویل گرفته می شوند.

## ۵ برگزاری کلاس

دوشنبه ها ۱۰:۴۵ تا ۱۲:۱۵

شنبه ها ۱۰:۴۵ تا ۱۲:۱۵

مکان تشکیل کلاس: کلاس ..... دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

در صورت لزوم و موافقت دانشجویان کلاسهای اضافی در روز های پنج شنبه و بصورت مجازی و با هماهنگی قبلی برگزار می شوند.

## ۶ ارتباط با سر تدریس یار (Senior Teacher Assistant)

در صورت نیاز می توانید با آقای اکبر شیری لرد (دانشجوی دکتری بنده در گرایش جبر خطی عددی) از طریق راه های ارتباطی زیر تماس بگیرید

- Email: [akbar.shirilord@gmail.com](mailto:akbar.shirilord@gmail.com)
- Skype Name: live:.cid.92b66d1dc5b31e0f
- phone number: 0911-486-0416

توجه: برای بالا رفتن کیفیت این درس از همکاری تعدادی از دانشجویان کارشناسی و کارشناسی ارشد بعنوان تدریس یار استفاده خواهد شد که در زمان مقرر معرفی می شوند.

## ۷ آدرس پست الکترونیکی جهت ارسال تمرین‌ها

[mdehghan.aut.nla.bsc@gmail.com](mailto:mdehghan.aut.nla.bsc@gmail.com)

همچنین هرگونه اشتباهات تایپی، نگارشی و علمی جزوه را به این آدرس یا هر راه دیگری که برایتان مناسب تر است گزارش نمایید.

توجه ۱: از دانشجویان گرامی درخواست می گردد برای ارسال تمرینات و تکالیف درسی فقط به آدرس الکترونیکی داده شده آنها را ارسال کنند.

توجه ۲: قبل از شروع تدریس هر فصل PDF آن فصل از طریق همان آدرس بالا برای همه دانشجویان ارسال خواهد شد.

توجه ۳: سوالات دو امتحان و تکالیف و تمرینات فقط بر اساس مطالب فصل ها تهیه می گردند.

توجه ۴: با توجه به موارد بالا ضروری است که دانشجویان ارجمند بطور مرتب حساب الکترونیکی خود را کنترل کنند تا به موقع از محتوای فصل ها و همچنین تکالیف درسی و برنامه ارائه شفاهی آنها با خبر شوند و همچنین مرا از آدرس الکترونیکی خود با خبر کنند. البته برای قراردادن فصلها و تکالیف و جدول زمانی ارائه شفاهی تکالیف و سمینار درس از امکانات سامانه کورسز دانشگاه هم استفاده خواهد شد.

لازم به ذکر است از جمعی از دانشجویان کارشناسی و تحصیلات تکمیلی که در تایپ جزوه دستنویس کمک فراوانی را داشته اند قدردانی می کنم.

موفق و سربلند باشید

مهدی دهقان

عضو هیئت علمی گروه ریاضی کاربردی دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر دانشگاه صنعتی امیر کبیر