

**Contrôle final**  
**Travail à rendre le 20 décembre 2023**

## 1 TP

Pour chacune des données ci-dessous,

1. Décrivez la population étudiée, son effectif total, l'unité statistique, les caractères étudiés, le type des variables et leurs valeurs ou modalités.
2. Calculer les caractéristiques de tendance centrale : moyenne, médiane, mode.
3. Calculer les caractéristiques de dispersion : étendu, écart inter-quartile, variance et écart-type.
4. Tracer l'histogramme, le densité et la boîte à moustache.

Il est conseillé de faire les calculs sur python ou R.

### Données.

1. Une enquête réalisée dans un village porte sur le nombre d'enfants à charge par famille. donne les résultats suivants :

nombres d'enfants	0	1	2	3	4	5	6
effectifs	18	32	66	41	32	9	2

2. On veut étudier le nombre d'erreurs commises par un effectif de candidats à l'examen du code de la route. On observe les résultats suivants :

nombres d'erreurs	0	1	2	3	4	5
effectif	101	140	92	42	18	3

3. Le gérant d'un magasin vendant des articles de consommation courante a relevé pour un article particulier le nombre d'articles vendus par jour sur 52 jours de vente. Le relevé des observations se présente comme suit :

7 13 8 10 9 12 10 8 9 10 6 14 7 15 9 11 12 11 12 5 14 11 8 10 14 12 8 5 7 13 12 16 11  
 9 11 11 12 12 15 14 5 14 9 9 14 13 11 10 11 12 9 15.

4. Au poste de péage, on compte le nombre de voitures se présentant sur une période de 5 min. Sur 100 observations de 5 min, on obtient les résultats suivants :

nombre de voitures	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
nombre d'observations	2	8	14	20	19	15	9	6	2	3	1	1

5. Chez un fabricant de tubes de plastiques, on a prélevé un échantillon de 100 tubes dont on a mesuré le diamètre en décimètre. On a regroupé les résultats par intervalles dans le tableau suivant :

diamètre	[1.9, 2.0[	[2.0, 2.1[	[2.1, 2.2[	[2.2, 2.3[	[2.3, 2.4[	[2.4, 2.5[	[2.5, 2.6[
effectif	3	9	18	29	25	10	6

## 2 Exercices.

**Exercice 1.** Soit  $X$  une variable aléatoire continue de loi uniforme sur l'intervalle  $[0, 1]$ .

1. Déterminer la fonction de répartition de  $X$ .
2. On pose  $Y = -\ln X$ . Quel est l'ensemble des valeurs de  $Y$  ?
3. Déterminer la fonction de répartition de  $Y$  puis sa densité.
4. Calculer  $E(Y)$  et  $V(Y)$ .

**Exercice 2.** Une hotline reçoit 400 appels par jour, on estime que 90% des appels accèdent à la plateforme en moyenne. On note  $X$  le nombre d'appels accédant à la plateforme un jour donné.

1. Quelle loi suit  $X$  ? Calculer  $\mu = E(X)$  et  $\sigma^2 = V(X)$ .
2. En approximant par la loi normale, calculer  $P(X \geq 300)$ .

**Exercice 3.** On considère l'échantillon statistique  $(1, 3, 2, 3, 2, 2, 0, 2, 3, 1)$  réalisation d'une variable  $X$  de loi inconnue.

1. Donner une estimation non biaisée de  $\mu = E(X)$  et  $\sigma^2 = V(X)$ .
2. On suppose que  $X$  suit une loi binomiale de paramètre  $n = 3$  et  $p$  inconnu. Donner une estimation de  $p$ .

**Exercice 4.** Une étude faite sur le poids d'un groupe d'individus a donné les résultats suivants sur un échantillon de 18 individus :

75, 77, 78, 77, 77, 72, 72, 72, 70, 71, 69, 69, 68, 66, 64, 66, 62, 61.

On modélise les valeurs de cet échantillon par une variable aléatoire de loi normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , où  $\mu$  et  $\sigma^2$  sont deux paramètres inconnus.

1. Donner une estimation non biaisée de la moyenne et la variance de cet échantillon.
2. Déterminer un intervalle de confiance de niveau 95% de  $\mu$  et  $\sigma^2$ .
3. On suppose  $\sigma^2$  connu de valeur  $\sigma^2 = 26$ . Que devient l'intervalle de confiance pour  $\mu$  ?

**Exercice 5.** On se propose d'étudier la loi du temps  $T$  (exprimé en minutes) consacré à un client par un opérateur d'une hotline. Sur un échantillon de 200 clients, on a relevé les résultats suivants regroupés par intervalles de temps :

Temps	$[0;2[$	$[2;4[$	$[4;6[$	$[6;8[$	$[8;10[$	$[10;12[$	$[12;14[$	$[14;16[$	16 et plus
score	68	45	29	15	15	7	9	6	6

Avec un risque de 5%, que donne le test d'hypothèse  $H_0 : "T \text{ suit une loi exponentielle de paramètre } \lambda = 0,2 \text{ min}^{-1}"$  contre " $H_1 : X \text{ suit une autre loi}"$  ?