



تمرین سری هفتم

مهلت تحویل: سه‌شنبه، ۱۶ اردیبهشت ۱۳:۵۹



We have to remember that what we observe is not nature in itself but nature exposed to our method of questioning.

Werner Heisenberg (1901-1976)

۱. خرابی در طول یک رشته طناب با نرخ $\lambda = 2$ در هر فوت رخ می‌دهند.

(الف) احتمال اینکه در اولین فوت رشته طناب هیچ نقصی وجود نداشته باشد را محاسبه کنید.

(ب) احتمال شرطی اینکه در دومین فوت رشته طناب هیچ نقصی وجود نداشته باشد، با فرض اینکه در اولین فوت فقط یک نقص وجود داشته است، را محاسبه کنید.

۲. فرض کنید $p_k = \Pr\{X = k\}$ تابع جرم احتمال مربوط به توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. نشان دهید که: $p_0 = \exp\{-\lambda\}$ و اینکه p_k به صورت بازگشتی توسط رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود: $p_k = (\lambda/k)p_{k-1}$

۳. فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع پواسون و پارامترهای α و β به ترتیب باشند. توزیع شرطی X را با فرض اینکه $N = X + Y = n$ تعیین کنید.

۴. یک فروشگاه ساعت ۸ صبح باز می‌شود. از ساعت ۸ تا ۱۰ صبح، مشتریان با نرخ پواسون برابر با ۴ نفر در ساعت وارد فروشگاه می‌شوند. بین ساعت ۱۰ صبح تا ۱۲ ظهر، نرخ ورود مشتریان برابر با ۸ نفر در ساعت است. از ساعت ۱۲ ظهر تا ۲ بعدازظهر، نرخ ورود مشتریان به صورت پیوسته از ۸ نفر در ساعت (در ۱۲ ظهر) تا ۱۰ نفر در ساعت (در ۲ بعدازظهر) افزایش می‌یابد؛ و از ساعت ۲ تا ۵ بعدازظهر، نرخ ورود مشتریان به صورت پیوسته از ۱۰ نفر در ساعت (در ۲ بعدازظهر) تا ۴ نفر در ساعت (در ۵ بعدازظهر) کاهش می‌یابد.

توزیع احتمالاتی تعداد مشتریانی که در یک روز مشخص وارد فروشگاه می‌شوند را تعیین کنید