

مهلت تحویل ساعت ۲۴ دوشنبه ۵ خرداد

تمرین هشت

## به موارد زیر توجه کنید:

- ۱- حتما نام و شماره دانشجویی خود را روی پاسخنامه بنویسید.
- ۲- کل پاسخ تمرینات را در قالب یک فایل pdf با شماره دانشجویی خود نام گذاری کرده در سامانه CW بار گذاری کنید.
  - ۳- این تمرین ۵۰ نمره دارد که معادل ۰٫۵ نمره از نمره کلی درس است.
  - ۴- در صورت مشاهده هر گونه مشابهت نامتعارف هر دو (یا چند) نفر کل نمره این تمرین را از دست خواهند داد.

۱۰) -۱ نمره) فرض کنید  $d_{1}$  و  $d_{1}$  تا کنید  $N=d_{n-1}d_{n-2}\dots d_{2}d_{1}d_{0}$  یک عدد علامتدار N بیتی و N تا N را در یک سیستم اعداد علامتدار با روش مکمل ۲ نمایش دهیم، میتوانیم معادل دهدهی آن را به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$N = -(2^{n-1} \times d_{n-1}) + (2^{n-2} \times d_{n-2}) + \dots + (2^2 \times d_2) + (2 \times d_1) + d_0$$

(راهنمایی برای اثبات درست بودن این روش محاسبه برای اعداد منفی می توانید ثابت کنید اگر N یک عدد منفی باشد، مقدار محاسبه شده توسط رابطهٔ بالا در رابطهٔ N+(-N)=0 صدق می کند.)

## پاسخ:

اگر N>0 باشد، در این صورت 0=0 است. بنابراین رابطهٔ بالا مقدار درست N را بهدست میدهد. اگر N>0 باشد، برای بهدست آوردن N باید همه بیتهای آن را مکمل کرده و یک واحد به آن اضافه کنیم. بنابراین، N برابر است با:

$$-N = d'_{n-1}d'_{n-2} \dots d'_2 d'_1 d'_0 + 1$$

و با توجه به این که N>0 است، بیت پرارزش آن حتما صفر خواهد بود.

حالا معادل دهدهی N و N – را با رابطهٔ بالا محاسبه کرده و با هم جمع می کنیم:

$$N + (-N) = -2^{n-1} \times 1 + 2^{n-2} \times (d_{n-2} + d'_{n-2}) + \dots + 2^2 \times (d_2 + d'_2) + 2 \times (d_1 + d'_1) + (d_0 + d'_0) + 1$$

داخل پرانتزها یک بیت با مکمل خود جمع میشود، بنابراین داخل همهٔ پرانتزها برابر با یک است، بنابراین:  $N + (-N) = -2^{n-1} + (2^{n-2} + \dots + 2^2 + 2 + 1) + 1$ 

داخل پرانتز یک سری هندسی n-1 جملهای است با مقدار اولیهٔ ۱ و قدر نسبت ۲، که جمع جملات آن برابر است با n-1. همچنین میتوانیم بگوییم داخل پرانتز یک عدد n-1 رقمی است که همهٔ ارقام آن ۱ است. این عدد برابر است با n-1. با هر کدام از این دو استدلال میتوان گفت:

$$N + (-N) = -2^{n-1} + (2^{n-1} - 1) + 1 = 0$$

۲- (۱۰ نمره) اگر برای نمایش اعداد حقیقی از نمایش ممیز ثابت و مکمل دو از f بیت برای نمایش بخش اعشاری و n-f بیت برای نمایش بخش صحیح استفاده کنیم، عدد N را در مبنای دو به این شکل کلی نمایش خواهیم داد:

 $N = d_{n-f-1}d_{n-f-2} \dots d_2d_1d_0.f_1f_2 \dots f_f$ 

الف- کمترین و بیشترین عدد مثبت قابل نمایش را با رابطه ای برحسب n و f بیان کنید.

 $\nu$  را نشان دهند. N را طوری بازنویسی کنید که همچنان معادل دهدهی از نشان دهند.

پاسخ:

الف- کمترین عدد مثبت قابل نمایش عددی است که فقط بیت کم|رزش آن یک است و مقدار آن برابر است با  $N_{min}=2^{f-1}$ 

بیشترین عدد مثبت قابل نمایش عددی است که همهٔ بیتهای آن یک است به جز پرارزشترین بیت که بیت علامت است. مقدار این عدد برابر است با  $N_{max}=2^{n-f}-2^{f-1}$ 

برای مثال اگر n=8 و n=3 باشد، کمترین عدد مثبت قابل نمایش n=8 است و بزرگترین عدد مثبت قابل نمایش n=8 است.

- مقدار N را می توان با این رابطه محاسبه کرد:

$$\begin{split} N &= - \left( 2^{n-f-1} \times d_{n-f-1} \right) + \left( 2^{n-f-2} \times d_{n-f-2} \right) + \dots + \left( 2^2 \times d_2 \right) + \left( 2 \times d_1 \right) + d_0 \\ &+ \left( 2^{-1} \times f_1 \right) + \left( 2^{-2} \times f_2 \right) + \dots + \left( 2^{-f} \times f_f \right) \end{split}$$

۳- (۱۰نمره) تقسیمِ ۲۰۳ بر ۱۷ را طبق نمودار و سختافزارِ اسلاید ِ ۳۵ انجام دهید و پاسخ خود را در جدولی مشابه با جدول زیر وارد کنید. مقسوم را ۱۰ بیتی و مقسومعلیه را ۵ بیتی فرض کنید.

دو سطر اول جدول برای آشنایی شما با روند کار پر شده است.

	remainder	divisor	rem-div (< or >)	quotient
0	0011001011	1000100000	<	0
1	0011001011	0100010000	<	00
2	0011001011	0010001000	>	001
3	0001000011	0001000100	<	0010
4	0001000011	0000100010	>	00101
5	0000100001	0000010001	>	001011
6	0000010000			

با توجه به نتیجهٔ تقسیم بالا، خارجقسمت و باقیماندهٔ تقسیمهای زیر را به دست آورید. در هر مورد توضیح دهید علامتهای خارجقسمت و باقیمانده را بر چه اساسی به دست آوردهاید.

	Quotient	Remainder
(-203)/(-17)	+11	-16
(-203)/(+17)	-11	-16
(+203)/(-17)	-11	+16

۴- (۲۰ نمره) برای نمایشِ اعدادِ شناور فرمتی بر اساس IEEE754 ساختهایم که بخشهای علامت (Sign)، نما (Exponent) و کسری (Fraction) آن به ترتیب یک، ۷ و ۱۶ بیت است.

الف- کوچکترین و بزرگترین عدد مثبت نرمال قابل نمایش در این ساختار چند است؟

ب- کمیتهای صفر، مثبت و منفی بینهایت و (Not A Number در این ساختار چطور نمایش داده می شوند؟

ج- کوچکترین و بزرگترین عددِ مثبتِ غیرنرمالِ (denormalized) قابلِ نمایش در این ساختار چند است؟ د- شش شمارهٔ سمت راست شمارهٔ دانشجویی خود را به صورت یک عدد شش رقمی در مبنای ۱۶ در نظر بگیرید. آن را به صورت دودویی نمایش دهید و حساب کنید اگر این عدد ۲۴ بیتی نمایش یک عدد شناور مطابق با فرمت داده شده بود، چه عددی را نمایش می دهد.

برای مثال اگر شمارهٔ دانشجویی شما ۴۰۱۱۲۱۰۰۳ باشد، شش رقم سمت راست آن ۱۲۱۰۰۳ است که معادل دودویی آن ۱۲۱۰۰۳ کسری و نمای و نمای آن به ترتیب ۰، ۱۰۰۱۰۰۰۰۰۰۰ و ۱۰۰۱۰۰۱۰ است.

پاسخ:

با توجه به این که بخش نما ۷ بیت است:

 $\begin{aligned} bias &= 2^6 - 1 = 63 \\ Normal_{min} &= 2^{-62} \times (1+0) = 2^{-62} \\ Normal_{max} &= 2^{63} \times (2-2^{16}) = 2^{64} - 2^{79} \cong 2^{64} \\ DeNormal_{min} &= 2^{-62} \times 2^{-16} = 2^{-78} \\ DeNormal_{max} &= 2^{-62} \times (1-2^{-16}) = 2^{-62} - 2^{-78} \\ Zero &= 0\ 0000000\ 0000000000000000 \\ +\infty &= 0\ 1111111\ 00000000000000000 \\ -\infty &= 1\ 1111111\ 0000000000000000000 \end{aligned}$ 

بخش کسری در NAN هر مقدار غیرصفر می تواند باشد.