



به موارد زیر توجه کنید:

- ۱- حتما نام و شماره دانشجویی خود را روی پاسخ نامه بنویسید.
- ۲- کل پاسخ تمرینات را در قالب یک فایل pdf با شماره دانشجویی خود نام گذاری کرده در سامانه CW بارگذاری کنید.
- ۳- این تمرین ۵۰ نمره دارد که معادل ۵،۰ نمره از نمره کلی درس است.
- ۴- در صورت مشاهده هر گونه مشابهت نامتعارف هر دو (یا چند) نفر کل نمره این تمرین را از دست خواهند داد.

۱- (۱۰ نمره) فرض کنید $N = d_{n-1}d_{n-2} \dots d_2d_1d_0$ یک عدد علامت دار n بیتی و d_1 تا d_{n-1} ارقام این عدد باشند. نشان دهید اگر N را در یک سیستم اعداد علامت دار با روش مکمل ۲ نمایش دهیم، می توانیم معادل دهدهی آن را به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$N = -(2^{n-1} \times d_{n-1}) + (2^{n-2} \times d_{n-2}) + \dots + (2^2 \times d_2) + (2 \times d_1) + d_0$$

(راهنمایی برای اثبات درست بودن این روش محاسبه برای اعداد منفی می توانید ثابت کنید اگر N یک عدد منفی باشد، مقدار محاسبه شده توسط رابطه بالا در رابطه $N + (-N) = 0$ صدق می کند.)

پاسخ:

اگر $N > 0$ باشد، در این صورت $d_{n-1} = 0$ است. بنابراین رابطه بالا مقدار درست N را به دست می دهد. اگر $N < 0$ باشد، برای به دست آوردن $-N$ باید همه بیت های آن را مکمل کرده و یک واحد به آن اضافه کنیم. بنابراین، $-N$ برابر است با:

$$-N = d'_{n-1}d'_{n-2} \dots d'_2d'_1d'_0 + 1$$

و با توجه به این که $-N > 0$ است، بیت پرارزش آن حتما صفر خواهد بود.

حالا معادل دهدهی N و $-N$ را با رابطه بالا محاسبه کرده و با هم جمع می کنیم:

$$N + (-N) = -2^{n-1} \times 1 + 2^{n-2} \times (d_{n-2} + d'_{n-2}) + \dots + 2^2 \times (d_2 + d'_2) + 2 \times (d_1 + d'_1) + (d_0 + d'_0) + 1$$

داخل پرانتزها یک بیت با مکمل خود جمع می شود، بنابراین داخل همه پرانتزها برابر با یک است، بنابراین:

$$N + (-N) = -2^{n-1} + (2^{n-2} + \dots + 2^2 + 2 + 1) + 1$$

داخل پرانتز یک سری هندسی $n - 1$ جمله ای است با مقدار اولیه ۱ و قدر نسبت ۲، که جمع جملات آن برابر است با $2^{n-1} - 1$. همچنین می توانیم بگوییم داخل پرانتز یک عدد $n - 1$ رقمی است که همه ارقام آن ۱ است. این عدد برابر است با $2^{n-1} - 1$. با هر کدام از این دو استدلال می توان گفت:

$$N + (-N) = -2^{n-1} + (2^{n-1} - 1) + 1 = 0$$

۲- (۱۰ نمره) اگر برای نمایش اعداد حقیقی از نمایش ممیز ثابت و مکمل دو از f بیت برای نمایش بخش اعشاری و $n - f$ بیت برای نمایش بخش صحیح استفاده کنیم، عدد N را در مبنای دو به این شکل کلی نمایش خواهیم داد:

$$N = d_{n-f-1}d_{n-f-2} \dots d_2d_1d_0.f_1f_2 \dots f_f$$

الف- کمترین و بیشترین عدد مثبت قابل نمایش را با رابطه‌ای بر حسب n و f بیان کنید.

ب- رابطه سوال قبل را طوری بازنویسی کنید که همچنان معادل دهمی N را نشان دهند.

پاسخ:

الف- کمترین عدد مثبت قابل نمایش عددی است که فقط بیت کم‌ارزش آن یک است و مقدار آن برابر است با

$$N_{min} = 2^{f-1}$$

بیشترین عدد مثبت قابل نمایش عددی است که همه بیت‌های آن یک است به جز پرارزش‌ترین بیت که بیت

علامت است. مقدار این عدد برابر است با $N_{max} = 2^{n-f} - 2^{f-1}$

برای مثال اگر $n = 8$ و $f = 3$ باشد، کمترین عدد مثبت قابل نمایش 2^{-3} است و بزرگترین عدد مثبت قابل

نمایش $15.875 = 16 - 2^{-3}$ است.

ب- مقدار N را می‌توان با این رابطه محاسبه کرد:

$$N = -(2^{n-f-1} \times d_{n-f-1}) + (2^{n-f-2} \times d_{n-f-2}) + \dots + (2^2 \times d_2) + (2 \times d_1) + d_0 \\ + (2^{-1} \times f_1) + (2^{-2} \times f_2) + \dots + (2^{-f} \times f_f)$$

۳- (۱۰ نمره) تقسیم ۲۰۳ بر ۱۷ را طبق نمودار و سخت‌افزار اسلاید ۳۵ انجام دهید و پاسخ خود را در جدولی مشابه

با جدول زیر وارد کنید. مقسوم را ۱۰ بیتی و مقسوم‌علیه را ۵ بیتی فرض کنید.

دو سطر اول جدول برای آشنایی شما با روند کار پر شده است.

	remainder	divisor	rem-div (< or >)	quotient
0	0011001011	1000100000	<	0
1	0011001011	0100010000	<	00
2	0011001011	0010001000	>	001
3	0001000011	0001000100	<	0010
4	0001000011	0000100010	>	00101
5	0000100001	0000010001	>	001011
6	0000010000			

با توجه به نتیجه تقسیم بالا، خارج‌قسمت و باقی‌مانده تقسیم‌های زیر را به دست آورید. در هر مورد توضیح دهید

علامت‌های خارج‌قسمت و باقی‌مانده را بر چه اساسی به دست آورده‌اید.

	Quotient	Remainder
$(-203)/(-17)$	+11	-16
$(-203)/(+17)$	-11	-16
$(+203)/(-17)$	-11	+16

بخش کسری در NAN هر مقدار غیر صفر می تواند باشد.