

درس بازشناسایی آماری الگو (PRML)

تمرین (سری پنجم)

مهلت تحویل:

هدف: می‌خواهیم مباحث طرح شده در Lecture 3-4 را در این سری تمرین مرور کنیم.

مساله یک: فرض کنید که دو متغیر تصادفی X و Y با توزیع نرمال به شکل زیر داریم:

$$p(x) = N(0, \sigma_1^2) \quad , \quad p(y) = N(\mu, \sigma_2^2)$$

الف- $KL(p(x) || p(y))$ را بیابید.

ب- از دید شما، نتیجه به دست آمده را چگونه تفسیر کنیم.

پ- رابطه الف را برای دو تابع نرمال چندمتغیره تعمیم دهید.

مساله دو: تابع توزیع متغیر تصادفی X را چنان بیابید که ضمن داشتن انتروپی بیشینه، شرایط زیر را نیز برآورده کند:

$$E[\ln x] = \mu \quad , \quad E[(\ln x)^2] = \mu^2 + \sigma^2$$

مساله سه: بردار تصادفی X دارای توزیع نرمال $N(0, I)$ است. اگر Y یک متغیر تصادفی univariate باشد که $Y|X$ دارای توزیع

$$N(\mu = 2x_1 + x_2, \sigma^2 = 4)$$
 باشد:

الف- تابع چگالی احتمال $p(X|Y=4)$ را بیابید.

ب- از دید شما، مشاهده Y بر مستقل از هم بودن x_1 و x_2 تاثیر می‌گذارد؟

مساله پیاده‌سازی: دو تصویر MRI از یک مقطع بافت مغز در دسترس است.

الف- تابعی بنویسید MI متناظر با این دو را محاسبه کند.

ب- ویژه دانشجویان دکتری: مبتنی بر MI بین دو تصویر، هم‌ترازی این دو را انجام دهید.

