



مسئله ۱. مشتق و انتگرال (۱۰ نمره)

می‌خواهیم برنامه‌ای برای محاسبه مشتق و انتگرال چندجمله‌ای‌ها بنویسیم. برنامه ابتدا n که درجه چندجمله‌ای است را ورودی می‌گیرد، سپس از درجه n تا 0 ضرایب به ترتیب داده می‌شوند، در نهایت نوع عملیات مشخص می‌شود که $+$ نشان‌دهنده مشتق و $-$ انتگرال است. در خروجی ضرایب چندجمله‌ای حاصل را به ترتیب چاپ کنید.

الف

زیربرنامه‌ای برای محاسبه مشتق بنویسید. (۵ نمره)

ب

زیربرنامه‌ای برای محاسبه انتگرال بنویسید. (۵ نمره)

ورودی

4
5 2 8 1 9
0

خروجی

20 6 16 1

ورودی

3
3 6 1 5
1

خروجی

0.75 2 0.5 5 c

مسئله ۲. ماشین حساب (۱۰ نمره)

برنامه‌ای بنویسید که یک رشته شامل اعداد، متغیرها مثل x و y و z و عملگرها شامل +، -، *، /، (،) را دریافت کند، در خط‌های بعدی مقادیر نظیر متغیرها را دریافت کند سپس:

الف

در یک زیربرنامه رشته Postfix نظیر رشته ورودی را بدست آورید. (۶ نمره)

ب

به کمک خروجی قسمت قبل و با توجه به مقادیر نظیر متغیرها مقدار نهایی عبارت را محاسبه کنید. (۴ نمره)

ورودی

$((A * (B + C)) / 2)$

A=5

B=1

C=2

خروجی

ABC+*D/

7.5

مسئله ۳. دستگاه معادلات (۱۰ نمره)

می‌خواهیم برنامه‌ای برای حل دستگاه n معادله و n مجهول با روش ماتریسی بنویسیم. این برنامه ابتدا n را ورودی می‌گیرد، سپس با توجه به n ، ماتریس ضرایب و ماتریس مقادیر معلوم ورودی داده می‌شوند. در صورت عدم وجود جواب یکتا پیامی مناسب و در غیر این صورت مقدار هر مجهول را چاپ کنید.

الف

زیربرنامه‌ای برای محاسبه دترمینان بنویسید. (۲ نمره)

ب

با استفاده از قسمت قبل زیربرنامه‌ای برای پیدا کردن وارون ماتریس بنویسید. (۴ نمره)

ج

زیربرنامه‌ای برای ضرب دو ماتریس بنویسید. (۲ نمره)

د

با استفاده از زیربرنامه‌هایی که در قسمت‌های قبل نوشتید برنامه حل دستگاه را کامل کنید. (۲ نمره)

ورودی

3
3 1 -1
2 -2 1
1 1 1
9
-3
7

خروجی

2
4
1

ورودی

2
1 2
3 6
4
18

خروجی

No Unique Answer Exists

مسئله ۴. اعداد بزرگ (۱۰ نمره)

برنامه‌ای برای انجام عملیات‌های اصلی برای اعداد صحیح بزرگ بنویسید. این برنامه ابتدا دو عدد صحیح و سپس عملگر را ورودی می‌گیرد و نتیجه را خروجی می‌دهد. منظور از اعداد بزرگ اعدادی است که محدودیت خاصی برای اندازه آن‌ها وجود ندارد و می‌توانند حجم بیشتری از ثبات‌های ماشین یا خانه‌های حافظه داشته باشند.

الف

زیرنامه‌ای برای جمع بنویسید. (۲ نمره)

پ

زیرنامه‌ای برای تفریق بنویسید. (۲ نمره)

ج

زیرنامه‌ای برای ضرب بنویسید. (۳ نمره)

2

زیرنامه‌ای برای تقسیم بنویسید. (۳ نمره)

ورودی

[illegible]

خروجی

100

مسئله‌ی ۵. شمارش یال‌ها (۱۰ نمره)

گرافی شامل n راس داریم که هر یک از راس‌ها دارای مقدار مشخصی هستند. دو راس گراف به یکدیگر یال دارند اگر و تنها اگر اختلاف اعداد مربوط به آن دو راس برابر یک باشد. برنامه‌ای بنویسید که ابتدا n و سپس این n عدد را ورودی بگیرد و تعداد یال‌های گراف را در خروجی نمایش دهد.

ورودی

12
1 2 4 5 4 5 5 6 7 7 7 7

خروجی

14

مسئله‌ی ۶. زبان‌ها و کلمات (۱۰ نمره)

ابتدا در سه خط سه زبان ورودی داده می‌شوند که هر کدام شامل چند کاراکتر از الفبای انگلیسی به ترتیب اولویت هستند. یک رشته به شما داده می‌شود و باید طولانی‌ترین کلمه هر زبان در این رشته را بیابید. کلمه بودن دو شرط دارد، رشته فقط شامل حروف همان زبان باشد و حروف آن به ترتیب اولویت زبان باشند.

ورودی

Z X C V B
A S D F G
Q W E R T
IOLUQQWEEETMHUIAASDGGFAIUPKXXCCVVVB

خروجی

XXCCVVVB
AASDGG
QQWEEET

چند نکته: در کلمه دوم دقت شود که در ادامه دو حرف F و A نیز وجود داشت ولیکن از آن جایی که حرف G دیده شده بود و در ترتیب این زبان G بعد از A و F حضور دارد دیگر این حروف شمارش نمی‌شود. در کلمه اول و سوم هم به ترتیب حروف R و X Z حضور نداشتند که مشکلی ایجاد نمی‌کند. در واقع حروف صرفاً باید به ترتیب در کلمات حاضر شوند و بودن همه آنها الزامی نیست.

مسئله‌ی ۷. حدس گلدباخ (۱۰ نمره)

حدس گلدباخ یکی از قدیمی‌ترین مسئله‌های حل نشده در نظریه اعداد و تمام ریاضیات است. این حدس بیان می‌کند: «هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان به صورت مجموع دو عدد اول نوشت». برنامه‌ای برای بررسی درستی این حدس بنویسید. برنامه ابتدا یک عدد طبیعی ورودی می‌گیرد سپس به ازای تمام اعداد زوج بزرگ‌تر از ۲ تا آن عدد درستی این حدس را بررسی می‌کند. در صورت درست بودن حدس برای هر عدد زوج دو عدد اول مربوطه را چاپ کنید و در صورت غلط بودن آن پیامی مناسب چاپ کنید و اجرا برنامه را خاتمه دهید.

ورودی

17

خروجی

4=2+2
6=3+3
8=3+5
10=3+7
12=5+7
14=3+11
16=3+13

دقت کنید برای برخی اعداد ممکن است بیش از یک جواب وجود داشته باشد که همگی آن‌ها قابل قبول‌اند.

مسئله ۸. جدول اعداد (۱۰ نمره)

یک جدول m در n داریم که در هر خانه آن یک عدد صحیح نوشته شده است. با اضافه کردن حداکثر یک واحد به هریک از خانه‌ها کاری کنید که اعداد هیچ دو خانه‌ای که ضلع مشترک دارند یکسان نباشند. برنامه ابتدا m و n و سپس جدول را به صورت یک ماتریس ورودی می‌گیرد و باید در خروجی جدول نهایی را به شکل یک ماتریس چاپ کند.

ورودی

```
2 4
1 1 2 2
3 3 4 4
```

خروجی

```
2 1 2 3
4 3 4 5
```

مسئله ۹. پرانتزگذاری (۱۰ نمره)

رشته‌ای از پرانتزها داریم. پرانتزها را طوری انتخاب کنید که به ازای هر (یک) بعد از آن وجود داشته باشد و بیشترین تعداد پرانتز نیز انتخاب شود. رشته پرانتزها ورودی داده می‌شود و برنامه باید ابتدا تعداد پرانتزها و سپس پرانتزهای انتخاب شده را به ترتیب، چاپ کند.

ورودی

```
)((( )))(( ))(
```

خروجی

```
12
2 3 4 5 6 7 9 10 11 12 13 14
```

مسئله ۱۰. تخصیص ثبات (۱۰ نمره)

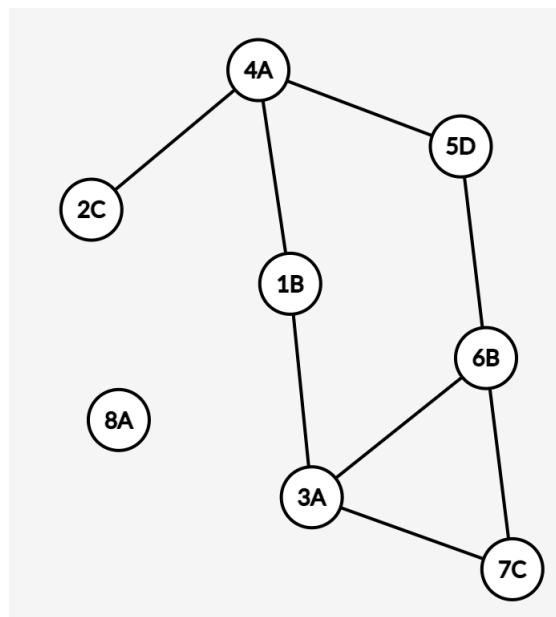
همان‌طور که می‌دانید رجیسترها سریع‌ترین نوع فضاها می‌باشند و می‌توانند تا ۱۰۰ بار از حافظه اصلی سریع‌تر باشند. بنابراین اگر بتوانیم دسترسی به حافظه را کمتر کنیم و بجای آن از رجیسترها استفاده کنیم سرعت برنامه ما بیشتر خواهد شد. برای این منظور باید سعی کنیم متغیرهای برنامه را به تعداد محدودی رجیستر تخصیص دهیم. این مسئله تخصیص ثبات نام دارد که یکی از مهم‌ترین مراحل بهینه‌سازی کد در کامپایلرها است. یکی راه حل‌های این مسئله استفاده از رنگ آمیزی گراف است که در آن متغیرها با راس‌ها، live بودن همزمان متغیرها با یال‌ها و رجیسترها با رنگ‌ها مدل می‌شوند. برای حل این مسئله برنامه‌ای برای رنگ آمیزی گراف بنویسید که ابتدا تعداد متغیرها را ورودی می‌گیرد سپس گراف به صورت ماتریسی به آن ورودی داده می‌شود. اگر درایه $a_{i,j}$ یک باشد یعنی راس‌های i و j مجاورند. در نهایت تعداد ثبات‌ها را ورودی می‌گیرد. خروجی برنامه باید به ترتیب رنگ راس‌ها را مشخص کند. رنگ‌ها را به ترتیب با حروف بزرگ انگلیسی نمایش دهید.

ورودی

```
8
0 0 1 1 0 0 0 0
0 0 0 1 0 0 0 0
1 0 0 0 0 1 1 0
1 1 0 0 1 0 0 0
0 0 0 1 0 1 0 0
0 0 1 0 1 0 1 0
0 0 1 0 0 1 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
4
```

خروجی

B C A A D B C A



شکل ۱: گراف مربوط به نمونه ورودی و خروجی با شماره راس‌ها و رنگ آن‌ها