



تمرین کامپیوتری ۳

مخابرات بی سیم - نیمسال دوم ۱۴۰۰

طراحی: علیرضا فداکار

مهلت تحویل: ۲۷ خرداد، ساعت ۲۳:۵۹

دکتر صباغیان

بخش اول: کانال باند باریک

یک سیستم وایرلس در نظر بگیرید. فرض کنید کانال باند باریک باشد و پس از نمونه برداری، سیگنال دریافتی در لحظه m به صورت رابطه زیر باشد:

$$y[m] = h[m]x[m] + \omega[m]$$

که در رابطه اخیر $h[m] \sim \mathcal{CN}(0,1)$ و $\omega[m] \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$.

(۱) فرض کنید از مدولاسیون BPSK برای ارسال داده استفاده شده باشد. به عبارتی $x[m] = \pm a$.
الف: نمودار احتمال خطای بهینه را بر حسب SNR در بازه $[-20 \text{ dB}, 20 \text{ dB}]$ رسم کنید.
ب: نمودار قسمت الف را در حالتی که کانال محوشدگی نداشته باشد (به عبارتی $h[m] = 1$) رسم کنید.

ج: احتمال خطای بهینه را به صورت تئوری برای قسمت (ب) بدست آورید. برای رسیدن به احتمال خطای $P_e = 10^{-6}$ مقدار SNR چند dB باید باشد؟

(۲) فرض کنید برای ارسال بیت 1 در دو بازه زمانی متوالی به ترتیب سمبل a و 0 ارسال کنیم و به طور مشابه برای ارسال بیت 0 در دو بازه زمانی متوالی به ترتیب 0 و a ارسال شود.
الف: نحوه تصمیم گیری بهینه و احتمال خطای بهینه را به صورت تئوری بر حسب SNR بدست آورید و نمودار آن را با استفاده از رابطه بدست آمده در بازه $[-20 \text{ dB}, 20 \text{ dB}]$ رسم کنید.
ب: نمودار احتمال خطای بهینه را بر اساس شبیه سازی بدست آورده و رسم کنید.
ج: با استفاده از رابطه بدست آمده در (الف) برای رسیدن به احتمال خطای $P_e = 10^{-6}$ مقدار SNR چند dB باید باشد؟ این مقدار چند dB با قسمت (ج) سوال ۱ تفاوت دارد؟

(۳) حال فرض کنید اطلاعات کانال (مقادیر $h[m]$) به صورت کامل در گیرنده معلوم باشد. فرض کنید از مدولاسیون BPSK برای ارسال داده استفاده شده باشد. به عبارتی $x[m] = \pm a$.

الف: نحوه تصمیم‌گیری بهینه در گیرنده و همچنین احتمال خطای بهینه آشکارسازی سمبل $x[m]$ در گیرنده را به صورت تئوری بر حسب $h[m]$ و میزان SNR بدست آورید و سپس مقدار میانگین احتمال خطا را بر حسب SNR بدست آورید و نمودار آن را در بازه $[-10 \text{ dB}, 10 \text{ dB}]$ رسم کنید. برای رسیدن به احتمال خطای $P_e = 10^{-6}$ ، حداقل میزان SNR چند dB باید باشد.

ب: با استفاده از شبیه‌سازی نیز، نمودار احتمال خطای قسمت قبل را رسم کنید و منحنی بدست آمده را همراه با منحنی احتمال خطای بدست آمده در قسمت (ب) سوال ۲ در یک نمودار رسم کنید. این دو نمودار در SNR های به اندازه کافی بزرگ چند dB تفاوت دارند؟

ج: با توجه به نتایج بدست آمده، به نظر شما آیا دانستن اطلاعات کانال در گیرنده مزیت قابل توجهی نسبت به نداشتن این اطلاعات (مانند سوال ۲) داشته است؟

(۴) مانند سوال ۳ فرض کنید اطلاعات کانال در گیرنده معلوم باشد. فرض کنید از مدولاسیون QPSK برای ارسال داده استفاده شده باشد.

الف: نمودار احتمال خطای بهینه را بر حسب SNR هم به صورت تئوری و هم به صورت شبیه‌سازی بدست آورده و در بازه $[-10 \text{ dB}, 10 \text{ dB}]$ رسم کنید.

ب: نسبت به سوال ۲ در SNR های بالا، نمودار احتمال خطا چند dB تفاوت دارد؟ آیا احتمال خطا بهبود یافته است؟

(۵) در این سوال می‌خواهیم از روش دایورسیتی در زمان استفاده کنیم. فرض کنید برای ارسال سمبل x به تعداد L بار، این سمبل را ارسال کنیم و سپس در گیرنده این سمبل را آشکار کنیم. به عبارتی سیگنال دریافتی در ارسال i ام به صورت زیر است:

$$y_i = h_i x + \omega_i, \quad L \geq i \geq 1$$

که در رابطه اخیر $\mathcal{CN}(0, N_0)$.

الف: توضیح دهید در این روش، فاصله زمانی بین ارسال سمبل‌ها چقدر باید باشد؟ (این قسمت نیازی به شبیه‌سازی ندارد)

ب: فرض کنید مدولاسیون BPSK در فرستنده استفاده کرده باشیم. به عبارتی $x = \pm a$ نحوه تصمیم‌گیری بهینه و همچنین احتمال خطای بهینه را بر حسب SNR بدست آورید و سپس هم با استفاده از رابطه بدست آمده و هم به صورت شبیه‌سازی احتمال خطا را به ازای هر $L \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ بر حسب SNR در بازه $[-10 \text{ dB}, 10 \text{ dB}]$ در یک نمودار رسم کنید. منحنی‌های بدست آمده را مقایسه و تحلیل کنید.

۶) در این سوال می‌خواهیم از دایورسیتی در مکان استفاده کنیم. فرض کنید M آنتن در گیرنده و یک آنتن در فرستنده داشته باشیم. فرض کنید آنتن‌های گیرنده به اندازه کافی از هم فاصله داشته باشند تا بهره کانال در آن‌ها از هم مستقل شود. به عنوان مثال اگر $M = 2$ آنگاه سیگنال دریافتی در بازه زمانی m ام به صورت زیر است:

$$y[m] = h_1[m]x_1[m] + h_2[m]x_2[m] + \omega[m]$$

الف: توضیح دهید چگونه می‌توان با استفاده از این ساختار، سیستم سوال ۵ (دایورسیتی در زمان) را پیاده سازی کرد؟ (این قسمت نیازی به شبیه‌سازی ندارد)

ب: فرض کنید $M = 2$ و مدولاسیون در فرستنده را BPSK فرض کنید. برای ارسال سمبل x_1, x_2 از کد الموتی استفاده کنید و با استفاده از تصمیم‌گیری بهینه احتمال خطا را در گیرنده در بازه $[-10 \text{ dB}, 15 \text{ dB}]$ رسم کنید.

راهنمایی: در طول درس دیدیم که در روش الموتی، از دو بازه زمانی متوالی برای ارسال دو سمبل u_1 و u_2 استفاده می‌شود. به طور دقیق‌تر در بازه زمانی m ام $x_1[m] = u_1$ و $x_2[m] = u_2$ و در بازه زمانی بعدی $x_1[m+1] = -u_2^*$ و $x_2[m+1] = u_1^*$ انتخاب می‌شود. همچنین فرض می‌شود بهره کانال در این دو بازه زمانی متوالی ثابت باشد یعنی $h_1 = h_1[m] = h_1[m+1]$ و $h_2 = h_2[m] = h_2[m+1]$. در این صورت سیگنال دریافتی در این دو بازه زمانی به فرم برداری به صورت زیر است:

$$[y[m], y[m+1]] = [h_1 \quad h_2] \begin{bmatrix} u_1 & -u_2^* \\ u_2 & u_1^* \end{bmatrix} + [\omega_1, \omega_2]$$

که در رابطه اخیر $\omega_i \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$ و مستقل هستند.

ج: توضیح دهید از لحاظ احتمال خطا و نرخ ارسال، روش قسمت (ب) چه مزیت(ها)یی نسبت به سوال ۵ (برای $L = 2$) دارد؟ (این قسمت نیازی به شبیه‌سازی ندارد)

بخش دوم: کانال فرکانس گزین

در این بخش فرض کنید، کانال فرکانس گزین یا به عبارتی پهن باند باشد. بنابراین سیگنال دریافتی در لحظه k در حوزه گسسته (پس از نمونه برداری) به صورت زیر است:

$$y[k] = \sum_i h_i[k] x[k-i] + \omega[k] \quad (1)$$

که در رابطه اخیر، $h_i[k] \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$ ، i ام کانال در لحظه k می باشد. فرض کنید L تعداد کل تپ های کانال باشد. در این صورت رابطه (1) به صورت رابطه ساده می شود:

$$y[k] = \sum_{i=0}^{L-1} h_i[k] x[k-i] + \omega[k] \quad (2)$$

فرض کنید پهنای باند کانال $W = 20 \text{ MHz}$ ، زمان همبندی کانال $T_c = 5 \text{ ms}$ و گستردگی تأخیر کانال برابر $T_d = 10 \mu\text{s}$ باشد. می خواهیم یک پیام به طول $N = 10^8$ بیت را در این کانال به سمت گیرنده ارسال کنیم. یک سیستم OFDM برای ارسال این پیام طراحی کنید. فرض کنید n_c تعداد زیر حامل ها¹، cp طول پیشوند گردشی² باشد. بیت های پیام را به صورت تصادفی (با احتمال $\frac{1}{2}$ بیت صفر و احتمال $\frac{1}{2}$ بیت 1) تولید نمایید. مدولاسیون را BPSK فرض کنید. فرض کنید تپ های کانال در طول یک بازه زمانی به طول T_c تغییرات کمی دارند و برای سادگی ثابت فرض کنید.

(1) تعداد تپ های کانال L و طول پیشوند گردشی cp چقدر است ؟

(2) با توجه به اطلاعات داده شده، با ذکر دلیل، مقدار مناسبی برای تعداد زیر حامل ها در هر بلاک OFDM انتخاب کنید.

(3) تعداد کل بلاک های OFDM برای ارسال کل پیام چقدر است ؟

(4) بلاک دیاگرام سیستم (به عنوان مثال بلاک IFFT، بلاک اضافه کردن CP و ...) را به صورت کامل در فرستنده و گیرنده رسم کنید و هر بلاک را توضیح دهید. فرض کنید مجموع توان زیر حامل ها P_{max}

¹ Subcarriers

² Cyclic Prefix

باشد. همچنین فرض کنید اطلاعات کانال در فرستنده معلوم باشد و از روش Waterfilling برای تخصیص توان در هر زیرحامل استفاده نمایید.

راهنمایی: در روش Waterfilling تخصیص توان در زیرحامل i ام از رابطه (۳) بدست می‌آید:

$$P_i^* = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{N_0}{|H_i|^2} \right)^+ \quad (۳)$$

که در رابطه اخیر، $x^+ = \max(x, 0)$ و \underline{H} ، DFT n_c نقطه‌ای L تپ کانال می‌باشد. مقدار λ با توجه به قید

$$\sum_{i=0}^{n_c-1} P_i^* = P_{max}$$

بدست می‌آید.

(۵) سیستمی که در سوال ۴ طراحی کرده‌اید را در متلب شبیه‌سازی کنید و نمودار ظرفیت کانال و احتمال خطا را بر حسب $SNR = \frac{P_{max}}{n_c N_0}$ رسم کنید. ظرفیت کانال از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\sum_{i=0}^{n_c-1} \log \left(1 + \frac{P_n |H_n|^2}{N_0} \right) \frac{bits}{OFDM \text{ Symbol}} \quad (۴)$$

(۶) به جای روش Waterfilling در سوال ۴ از روش دایورسیتی در مکان در گیرنده برای جبران محوشدگی در گیرنده استفاده نمایید (توان هر زیرحامل را $\frac{P_{max}}{n_c}$ در نظر بگیرید). فرض کنید در گیرنده تعداد 10 آنتن که فاصله بین این آنتن‌ها به اندازه کافی بزرگ است در اختیار داریم. از روش MRC در گیرنده استفاده کنید و نمودار احتمال خطا را بر حسب $SNR = \frac{P_{max}}{n_c N_0}$ رسم کنید.

(۷) به جای روش دایورسیتی در سوال ۶ از روش همسان‌سازی در گیرنده با معیار ZF و MMSE استفاده کنید. برای هر یک از این دو معیار، سیستم را شبیه‌سازی کرده و نمودار احتمال خطا را بدست آورید.

(۸) **امتیازی:** در سوال ۷ فرض کنید به اندازه $0.8 \max(|X_k|)$ در خروجی IFFT اثر clipping رخ دهد.

نمودار احتمال خطا را بر حسب $SNR = \frac{P_{max}}{n_c N_0}$ رسم کنید. (از معیار MMSE استفاده کنید)

❖ نکات کلی درباره‌ی تمرین کامپیوتری:

- ❖ توجه کنید برای انجام پروژه بایستی از **متلب** استفاده کنید.
- ❖ منظور از لفظ “شبیه‌سازی” در سوالات، این است که در فرستنده به تعداد لازم بیت تولید کنید و در کانال ارسال کنید و در گیرنده پس از آشکارسازی و تصمیم‌گیری بهینه (با معیار کمینه احتمال خطا که معادل با تصمیم‌گیری بیشترین شباهت می‌باشد) نمودار احتمال خطا را رسم کنید.
- ❖ منظور از رسم احتمال خطا به روش تئوری این است که ابتدا رابطه احتمال خطا را بر حسب SNR بدست آورید و سپس در بازه گفته شده، احتمال خطا را رسم کنید.
- ❖ برای منحنی‌های هر نمودار legend قرار بدهید و مشخص کنید هر منحنی مربوط به کدام روش و کدام رویکرد (شبیه‌سازی یا تئوری) می‌باشد.
- ❖ گزارش تمرین و تحلیل و مقایسه نمودارها بخش بزرگی از نمره‌ی شما را تشکیل خواهد داد و بدون داشتن گزارش و توضیح نمودارها نمره صفر در نظر گرفته خواهد شد.
- ❖ گزارش نهایی بایستی در قالب یک فایل zip با عنوان

CA3_YourFirstName_YourLastName_YourStudentNumber.zip

در سایت آپلود شود. داخل این فایل بایستی فایل گزارش شما در قالب pdf با عنوان

CA3_Report_YourStudentNumber.pdf

و یک پوشه با عنوان **Codes** که شامل تمام فایل‌های کد متلب شماست قرار گیرد.

- ❖ نام‌گذاری فایل‌های کد بایستی روشن و واضح باشد. در صورت مشاهده مغایرت نتایج گزارش شده در فایل pdf گزارش با نتایج بدست آمده از اجرای کدها، کل نمره سوال مربوطه صفر در نظر گرفته خواهد شد.
- ❖ فایل گزارش بایستی به **زبان فارسی** داخل word یا با ویرایشگر زبان latex نوشته شود و سپس خروجی آن در قالب pdf داخل فایل zip نهایی قرار گیرد. خروجی pdf از Livescript متلب تصحیح نخواهد شد. گزارش‌های انگلیسی نمره صفر داده می‌شود.
- ❖ در صورت وجود هرگونه سوال و ابهام، به **علیرضا فداکار** با عنوان

CA3 Wireless

- ایمیل بنزید. دستیاران آموزشی موظف به پاسخگویی از راه‌های ارتباطی دیگر (نظیر تلگرام و واتساپ) نیستند. ایمیل‌هایی که درباره چک کردن درستی یا نادرستی کد یا پاسخ‌های بدست آمده باشد، پاسخ داده نخواهد شد.
- ❖ در صورت مشاهده مشابهت گزارش یا کدها و تقلب، نمره هر دو فرد صفر در نظر گرفته خواهد شد.