

Основные алгоритмы. Домашняя работа 8 неделя

Зайнуллин Амир

19 апреля 2023 г.

Задача №1

По памяти $\Theta\left(\frac{\pi}{\rho} \cdot \frac{\sqrt{w^2 + h^2}}{d}\right)$

Для времени сначала мы для каждой точки должны отметить $\frac{2\pi}{\rho}$ точек, а потом пройти по всему массиву чтобы найти максимум. По времени $\Theta\left(\frac{\pi}{\rho} \cdot \frac{\sqrt{w^2 + h^2}}{d} + n \cdot \frac{2\pi}{\rho}\right)$

Задача №2

Ошибка для одной точки равна

$$\varepsilon_i = x_i - a \sin(t_i)$$

Сумма квадратов ошибок

$$E = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - a \sin(t_i))^2$$

Найдем минимум с помощью производной

$$\frac{dE}{da} = -2 \sum_{i=1}^n (x_i - a \sin(t_i)) \sin(t_i) = 0$$

$$a \sum_{i=1}^n \sin^2(t_i) = \sum_{i=1}^n x_i \sin(t_i)$$

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sin(t_i)}{\sum_{i=1}^n \sin^2(t_i)}$$

Задача №3

Ошибка для одной точки равна

$$\varepsilon_i = a \sin(t_i) + b - x_i$$

Сумма квадратов ошибок

$$E = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (a \sin(t_i) + b - x_i)^2$$

Найдем минимум с помощью частных производных

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n (a \sin(t_i) + b - x_i) \sin(t_i) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n (a \sin(t_i) + b - x_i) = 0$$

Введем обозначения

$$\sum_{i=1}^n \sin(t_i) = S$$

$$\sum_{i=1}^n \sin^2(t_i) = S^2$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = X$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \sin(t_i) = SX$$

Тогда получим следующую систему уравнений

$$\begin{cases} aS^2 + bS - SX = 0 \\ aS + bn - X = 0 \end{cases}$$

Решая, получим

$$\begin{cases} \hat{a} = \frac{nSX - (S)(X)}{nS^2 - (S)^2} \\ \hat{b} = \frac{S^2(X) - nSX(S)}{nS^2 - (S)^2} \end{cases}$$

Задача №4

α^n - вероятность во все разы выбрать плохие точки, значит вероятность успеха равна

$$P = 1 - \alpha^n$$

$$\alpha = \sqrt[n]{1 - p}$$

Задача №5

Для сферы $k = 4$, тогда α^4 - вероятность выбрать хорошие точки. Так как в секунду работает M раз, то α^{4M} - искомая вероятность.