

Основные алгоритмы. Домашняя работа 5 неделя

Зайнуллин Амир

22 марта 2023 г.

Задана №1

Пусть повторяющаяся строка выглядит следующий образом

$$a_1 a_2 a_3 + \dots + a_{n-1} a_n a_1 a_2 a_3 + \dots + a_{n-1} a_n + \dots \quad (1)$$

Понятно, что в данном случае ответом будет являться n . Пусть наша подстрока имеет вид:

$$a_l a_{l+1} a_{l+2} + \dots + a_{r-1} a_r + \dots + a_n a_1 a_2 + \dots + a_{l-1} a_l a_{l+1} a_{l+2} + \dots + a_{r-1} a_r \quad (2)$$

Найдем префикс функцию для данной подстроки. Он будет иметь вид:

$$0z_{l+1}z_{l+2} + \dots + z_{r-1}z_r + \dots + z_n z_1 z_2 + \dots + z_{l-1}x(x+1)(x+2)3 + \dots + (x+r-l)(x+r-l+1) \quad (3)$$

Начиная с момента, где стоит x , элементы префикс функции будут возрастать на единицу, потому что конец нового префикса будет совпадать с концом нового суффикса из за повторения символов (видно из (2)). То есть идя с конца, когда элементы перестанут уменьшаться на один, остановимся на x . Количество символов слева будет означать минимально возможную длину s . Проверим, что его длина будет действительно n . Это видно из формулы (3). Асимптотика алгоритма - $O(n)$, тк префикс функция считается за линейное время.

Задана №2

Пусть v является циклическом сдвигом строки u .

$$u = a_1 a_2 + \dots + a_k a_{k+1} + \dots + a_{n-1} a_n \quad (4)$$

$$v = a_k a_{k+1} + \dots + a_{n-1} a_n a_1 a_2 + \dots + a_{k-2} a_{k-1} \quad (5)$$

Припишем к первой строке ее же саму, тогда

$$u_{new} = a_1 a_2 + \dots + a_k a_{k+1} + \dots + a_{n-1} a_n a_1 a_2 + \dots + a_{k-2} a_{k-1} + \dots + a_{n-1} a_n \quad (6)$$

Тогда, как видно из записи строк, если запустим алгоритм поиска подстроки v в строке u_{new} с помощью алгоритма КМП, получим индекс вхождения k . Если же u не является циклическим сдвигом, КМП выдаст ответ, что не удалось найти подстроку u . Данный алгоритм линеен от длины строки.