

# Исследование взаимной диффузии газов. (2.2.1)

Зайнуллин Амир Б05-206

24 марта 2023 г.

## 1 Аннотация

**Цель работы:** 1) регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов; 2) определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

**В работе используются:** термостат, герметический сосуд, заполненный водой, отсчётный микроскоп.

## 2 Теоретические сведения

Диффузией называют самопроизвольное взаимное проникновение веществ друг в друга, происходящее вследствие хаотичного теплового движения молекул.

Диффузия в системе, состоящей из двух компонентов  $a$  и  $b$  (бинарная смесь), подчиняется закону Фика: плотности потока компонентов  $j_{a,b}$  (количество частиц, пересекающих единичную площадку в единицу времени) пропорциональны градиентам их концентраций  $\nabla n_{a,b}$

$$j_a = -D \frac{\partial n_a}{\partial x}, \quad j_b = -D \frac{\partial n_b}{\partial x},$$

где  $D$  – коэффициент взаимной диффузии компонентов.

В случае работы с данной установкой можно считать, что диффузионный поток одинаков в любом сечении трубки, соединяющей сосуды  $V_1$  и  $V_2$ . Следовательно:

В данной работе исследуется взаимная диффузия гелия и воздуха. Поэтому для любых изменений концентраций справедливо  $\Delta n_{He} = -\Delta n_v$ . Следовательно, достаточно ограничиться описанием диффузии одного из компонентов, например гелия  $n_{He}$ :

$$j_{He} = -D \frac{\partial n_{He}}{\partial x}. \quad (1)$$

Приведём теоретическую оценку для коэффициента диффузии. В работе концентрация гелия, как правило, мала ( $n_{He} \ll n_v$ ). Кроме того, атомы гелия существенно легче молекул, составляющих воздух ( $\mu_{He} \ll \mu_{O_2}, \mu_{N_2}$ ), значит и их средняя тепловая скорость велика по сравнению с остальными частицами. Поэтому перемешивание газов в работе можно приближенно описывать как диффузию примеси лёгких частиц  $He$  на практически стационарном фоне воздуха. Коэффициент диффузии в таком приближении равен

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v}, \quad (2)$$

где  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$  – средняя тепловая скорость частиц примеси,  $\lambda = \frac{1}{n_0\sigma}$  – их длина свободного пробега,  $n_0$  – концентрация рассеивающих центров (фона),  $\sigma$  – сечение столкновения частиц примеси с частицами фона.

Формула продолжает работать если  $\lambda = \frac{1}{(n_{He} + n_b)\sigma} = \frac{k_6 T}{P\sigma}$

Таким образом, теория предсказывает, что коэффициент диффузии бинарной смеси обратно пропорционален давлению в системе  $D \propto 1/P$ , и не зависит от пропорций компонентов, что и предлагается проверить в работе экспериментально.

Применяя закон Фика в трубке, получим

$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x} = const$$

$$n(x) = \frac{\Delta n}{L} x \quad (3)$$

и плотность потока частиц всюду постоянна и равна

$$j = -D \frac{\Delta n}{L}, \quad (4)$$

где  $\Delta n = n_2 - n_1$  – разность концентраций гелия на концах трубки.

Полное число частиц примеси в сосудах равно соответственно  $N_1 = n_1 V$  и  $N_2 = n_2 V$ . Произведение плотности потока на площадь сечения трубки  $S$  даёт количество частиц, пересекающих в единицу времени любое поперечное сечение трубки. Поэтому

$$\frac{dN_1}{dt} = jS, \quad \frac{dN_2}{dt} = -jS. \quad (5)$$

Выразим отсюда скорость изменения  $\Delta n$ .

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau}, \quad (6)$$

где введено обозначение

$$\tau = \frac{1}{D} \frac{VL}{2S}. \quad (7)$$

Интегрируя, получаем, что разность концентраций будет убывать по экспоненциальному закону

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-t/\tau}, \quad (8)$$

где  $\Delta n_0$  – разность концентраций примеси в сосудах в начальный момент времени. Видно, что величина  $\tau$  есть характерное время выравнивания концентраций между сосудами. Оно определяется геометрическими размерами установки и коэффициентом диффузии.

Для измерения сопротивлений используется мостовая схема, позволяющая определять разность показаний датчиков с высокой точностью. В процессе диффузии разность концентраций убывает по закону 8, и значит по тому же закону изменяется напряжение:

$$U = U_0 e^{-t/\tau}, \quad (9)$$

где  $U_0$  – показание гальванометра в начальный момент времени. Измеряя экспериментально зависимость  $U(t)$ , можно получить характерное время процесса  $\tau$ , откуда определить коэффициент диффузии  $D$ .

### 3 Экспериментальная установка и методика измерений

Для исследования взаимной диффузии используется следующая установка:

Здесь  $V_1$ ,  $V_2$  – два сосуда с примерно равным объемом, в которые мы будем загонять воздух и гелий.

Данная конструкция позволяет провести диффузию, которая возможна только при равенстве давлений.

Основное оборудование, с помощью которого мы будем снимать измерения – датчики теплопроводности, через которые пропускают ток. Они подключены к мосту, который позволяет нам устанавливать начальное равновесное состояние.

При изменении концентрации в колбах вольтметр покажет нам разность напряжений на датчиках, что, из-за их конструкции, означает разность концентраций.

С помощью изменения напряжения мы и будем изучать процесс диффузии, т.к. во время ее протекания концентрации газов начинают устанавливаться, что заметно на графике разницы напряжений от времени.

#### Методика измерений:

1. Сбалансируем измерительный мост при начальном давлении 40 торр. согласно тому, как написано в описании работы.
2. Приготовим рабочие смеси для проведения измерений. В одном сосуде должен быть чистый воздух, в другом смесь воздуха с гелием.
3. Процесс диффузии начинается после открывания крана  $K_3$ . Запускаем компьютерную программу, которая показывает как меняются показания вольтметра с течением времени. Продолжаем измерять пока показания не упадут на половину.
4. Повторяем для 4-5 различных значений рабочего давления.

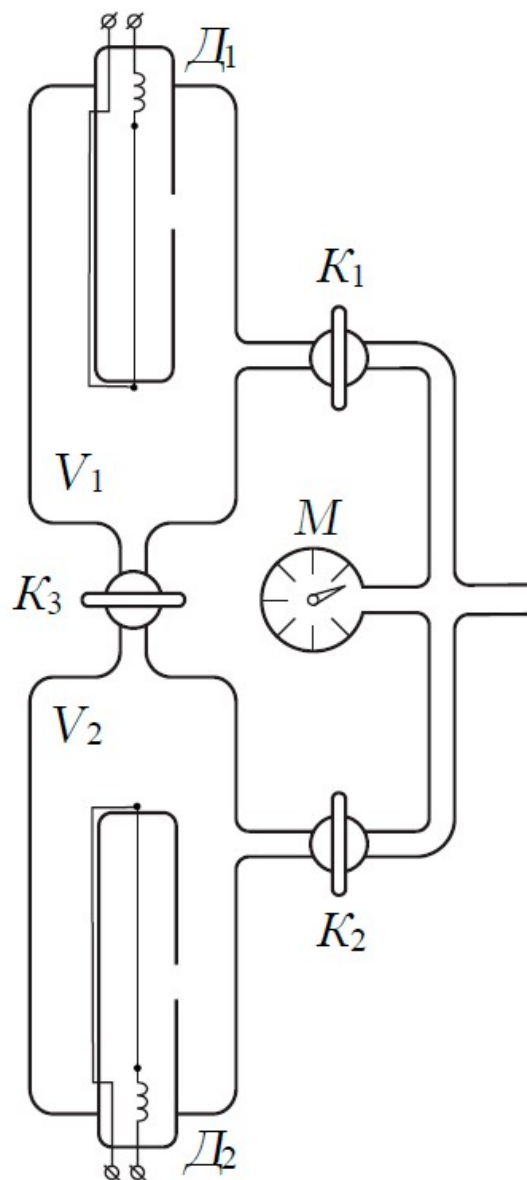


Рис. 1: Схема установки

### 4 Результаты измерений и обработка данных

#### Коэффициент взаимной диффузии

Из теоретических сведений

$$U = U_0 e^{-t/\tau}$$

Если построить графики зависимости в виде, то

$$\ln(U) = \ln(U_0) + \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot t$$

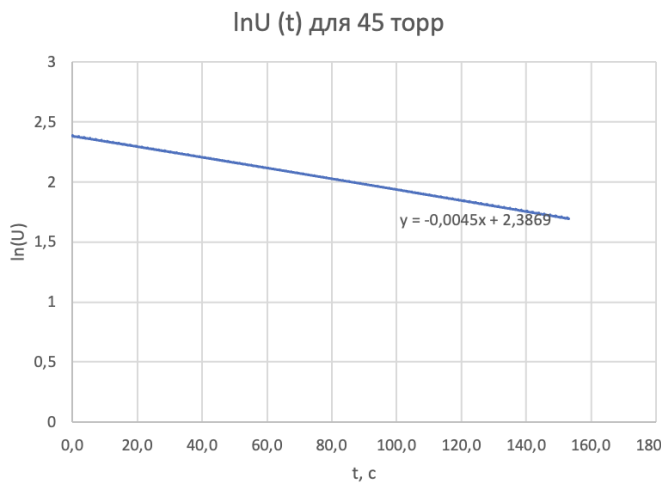


Рис. 2: график для 45 торр.

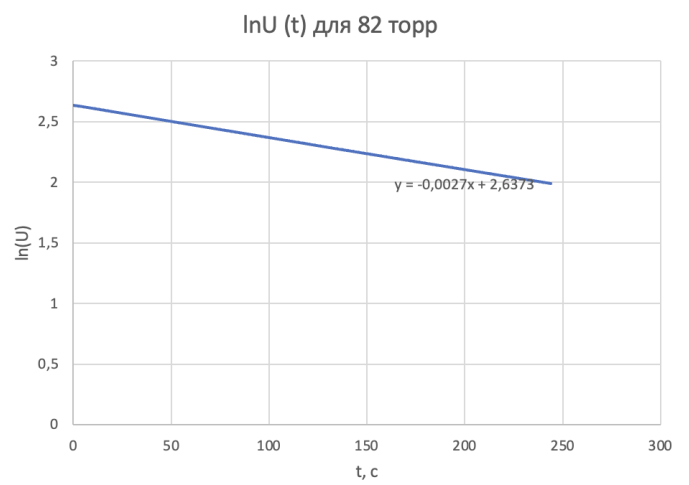


Рис. 3: график для 82 торр.

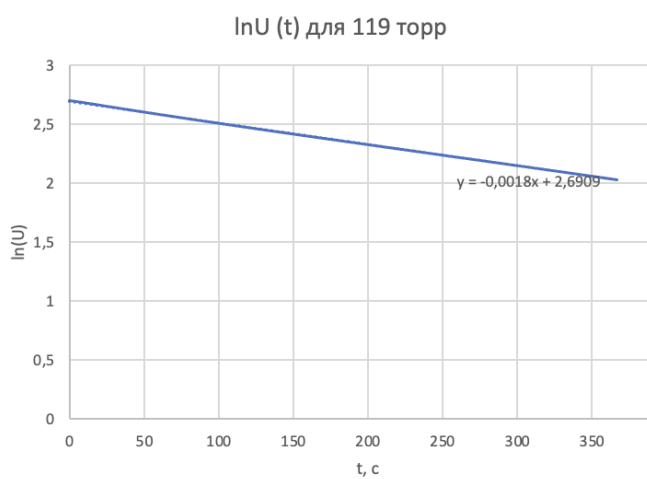


Рис. 4: график для 119 торр.

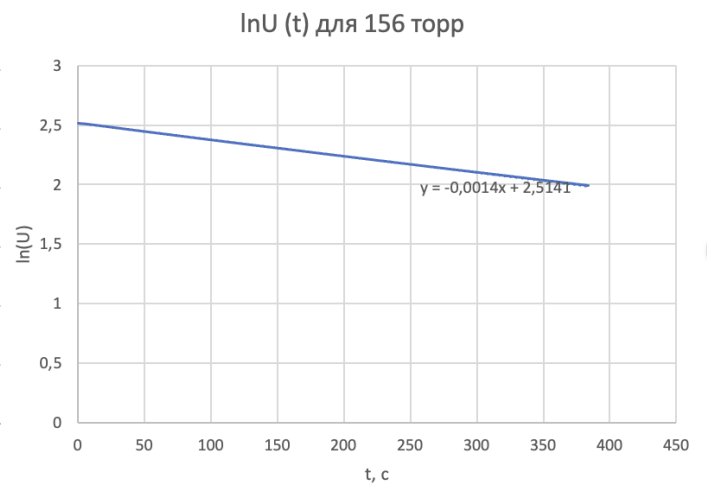


Рис. 5: график для 156 торр.

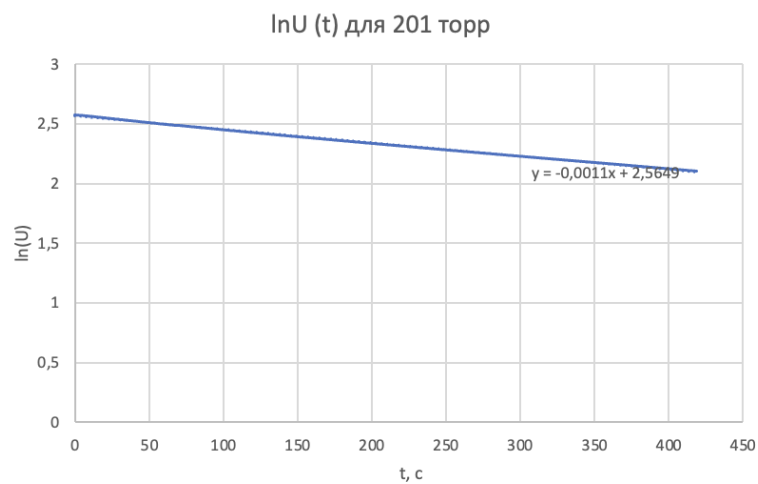


Рис. 6: график для 201 торр.

Коэффициент наклона  $k$  этих графиков найдем через МНК. Далее  $\tau$  выразится как:

$$\tau = -\frac{1}{k}$$

Тогда коэффициент взаимной диффузии выразится как

$$D = \frac{1}{\tau} \frac{VL}{2S} = -k \frac{VL}{2S} \quad \sigma_D = D \sqrt{\varepsilon_k^2 + \varepsilon_V^2 + \varepsilon_{\frac{L}{S}}^2} \quad (10)$$

Где параметры установки равны

$$V = (775 \pm 10) \text{ см}^3,$$

$$\frac{L}{S} = (5,3 \pm 0,1) \text{ см}^{-1}.$$

Так как цена деления была равна примерно 3,7 торр, то погрешность измерения давления равна половине цене деления  $\sigma_P = 1,9$  торр.

Построим таблицу по полученным данным

$P$ , торр	$\sigma_P$ , торр	$k$ , $\text{с}^{-1}$	$\sigma_k \cdot 10^{-6}$ , $\text{с}^{-1}$	$D$ , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	$\sigma_D$ , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$
45	1,9	-0.0045	3	9,24	0,2
82	1,9	-0.0027	1	5,55	0,1
119	1,9	-0,0018	2	3,70	0,1
156	1,9	-0.0014	1	2,88	0,1
201	1,9	-0.0011	2	2,26	0,1

Таблица 1: Получение коэффициента взаимной диффузии

**График зависимости  $D(\frac{1}{P})$**

$1/P \cdot 10^{-3}$ , $\text{торр}^{-1}$	$\sigma_{1/P} \cdot 10^{-3}$ , $\text{торр}^{-1}$	$D$ , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	$\sigma_D$ , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$
22,2	1,0	9,24	0,2
12,2	0,3	5,55	0,1
8,4	0,1	3,70	0,1
6,4	0,1	2,88	0,1
5,0	0,1	2,26	0,1

Таблица 2: Итоговые результаты

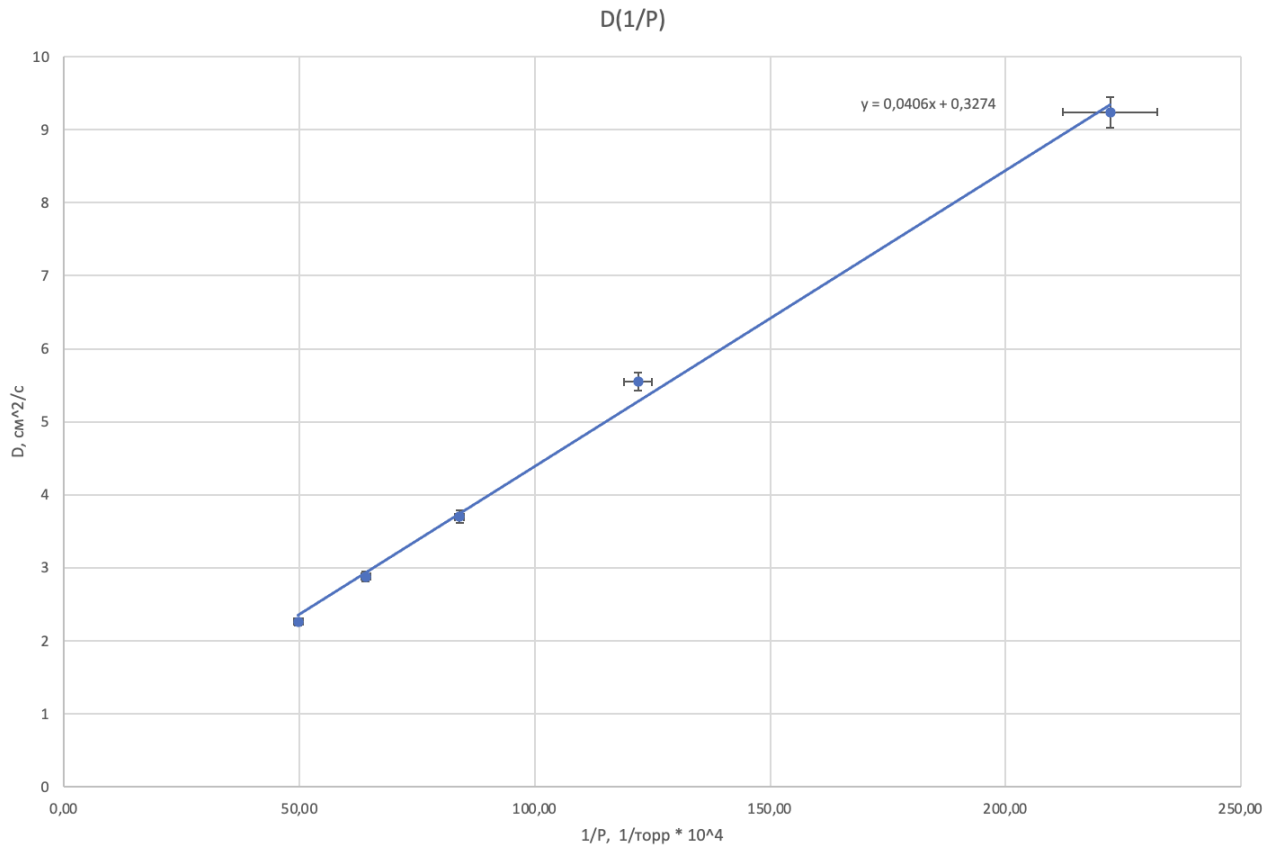


Рис. 7: Зависимость  $D$  от  $\frac{1}{P}$

Построен по МНК, коэффициент наклона  $k = (406 \pm 18) \frac{\text{см}^2}{\text{с} \cdot \text{торр}}$ .

Значит, коэффициент диффузии при атмосферном давлении  $p_{\text{атм}} = 754$  торр. можно найти таким образом:

$$D_{\text{атм}} = k \frac{1}{P_{\text{атм}}} = (0,54 \pm 0,02) \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$$

## Длина свободного пробега

По полученным данным оценим длину свободного пробега атомов гелия в воздухе:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle, \text{ где } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \Rightarrow \lambda = 3D \sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}} = (130 \pm 5) \text{ нм} \quad (11)$$

## 5 Вывод

В ходе работы:

1. Была зарегистрирована зависимость концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при различных начальных давлениях смеси газов. Сначала для 40 торр., потом для 80, 120, 160, 200 торр.
2. Построив линейный график  $\ln U(t)$  были найдены коэффициенты взаимной диффузии для 5 различных давлений. Далее нашли коэффициент взаимной диффузии

для смеси гелий-воздух при атмосферном давлении:  $D_{\text{атм}} = (0,54 \pm 0,02) \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ . Сравним с табличным, который равен  $D_{\text{табл}} = 0,62 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ . Видно, что табличное значение почти входит в пределы погрешности полученного из лабораторной работы. Небольшое отклонение могло возникнуть в связи не совсем точным измерением давления манометром, т.к например для 40 торр. мы должны были измерять всего 5-6 делений в манометре. Также неточность могла возникнуть из за не совсем хорошей балансировки измерительного моста. Так же наша модель все таки является лишь приближением взаимной диффузии.

3. По полученному коэффициенту взаимной диффузии была вычислена длина свободного пробега гелия в воздухе:  $\lambda = (130 \pm 5) \text{ нм}$ . Отклонение могло возникнуть из за причин, описанных выше.

$t, \text{ с}$	$\ln(U)$	$U, \text{ mV}$
0,0	2,38310461	10,8385
1,0	2,378666117	10,7905
2,1	2,374514981	10,7458
3,1	2,37008485	10,6983
4,1	2,365869703	10,6533
5,1	2,361504733	10,6069
6,1	2,357167971	10,561
7,1	2,352755257	10,5145
8,1	2,348494923	10,4698
9,1	2,344062872	10,4235
10,1	2,339745994	10,3786
11,1	2,335313624	10,3327
12,1	2,330803191	10,2862
13,1	2,32651644	10,2422
14,1	2,322005294	10,1961
15,1	2,317513114	10,1504
16,1	2,313149097	10,1062
17,1	2,308587045	10,0602
18,1	2,304363511	10,0178
19,1	2,299791194	9,9721
20,1	2,295429553	9,9287
21,1	2,291018457	9,885
22,1	2,286557332	9,841
23,1	2,282137458	9,7976
24,1	2,277831229	9,7555
25,1	2,273465194	9,713
26,1	2,269038651	9,6701
27,1	2,264509324	9,6264
28,1	2,260105475	9,5841
29,1	2,255703107	9,542
30,1	2,251323377	9,5003
31,1	2,24688209	9,4582
32,1	2,242293541	9,4149
33,1	2,238035905	9,3749

$t, \text{ c}$	$\ln(U)$	$U, \text{ mV}$
34,1	2,233481501	9,3323
35,1	2,228960081	9,2902
36,1	2,224720844	9,2509
37,1	2,220213843	9,2093
38,1	2,215664621	9,1675
39,1	2,211324702	9,1278
40,1	2,206822811	9,0868
41,1	2,202466371	9,0473
42,1	2,198002053	9,007
43,1	2,193562324	8,9671
44,1	2,189091594	8,9271
45,1	2,184623291	8,8873
46,1	2,180191445	8,848
47,1	2,175512795	8,8067
48,1	2,171211371	8,7689
49,1	2,16674246	8,7298
50,1	2,162184447	8,6901
51,1	2,157848297	8,6525
52,1	2,1532843	8,6131
53,1	2,148839331	8,5749
54,1	2,144280799	8,5359
55,1	2,139772003	8,4975
56,1	2,135337353	8,4599
57,1	2,130871077	8,4222
58,1	2,126527874	8,3857
59,1	2,121974072	8,3476
60,1	2,117567906	8,3109
61,1	2,113093896	8,2738
62,1	2,108587637	8,2366
63,1	2,104158544	8,2002
64,1	2,099685248	8,1636
65,1	2,095253373	8,1275
66,1	2,090739973	8,0909
67,1	2,086305431	8,0551
68,1	2,081701486	8,0181
69,1	2,07716395	7,9818
70,1	2,072832248	7,9473
71,1	2,068380594	7,912
72,1	2,064061371	7,8779
73,1	2,059353624	7,8409
74,1	2,055020767	7,807
75,1	2,050553265	7,7722
76,1	2,04597524	7,7367
77,1	2,041596881	7,7029
78,1	2,037055825	7,668
79,1	2,032520255	7,6333
80,1	2,02799034	7,5988
81,1	2,023347267	7,5636



$t, \text{ c}$	$\ln(U)$	$U, \text{ mV}$
82,1	2,018895042	7,53
83,1	2,01430284	7,4955
84,1	2,009729662	7,4613
85,1	2,005323954	7,4285
86,1	2,000560659	7,3932
87,1	1,996250132	7,3614
88,1	1,991798147	7,3287
89,1	1,987271427	7,2956
90,1	1,982737891	7,2626
91,1	1,978114547	7,2291
92,1	1,973692061	7,1972
93,1	1,969152233	7,1646
94,1	1,964731903	7,133
95,1	1,96015112	7,1004
96,1	1,95566244	7,0686
97,1	1,951110887	7,0365
98,1	1,94668128	7,0054
99,1	1,942131591	6,9736
100,1	1,93747467	6,9412
101,1	1,933099875	6,9109
102,1	1,928386067	6,8784
103,1	1,9238106	6,847
104,1	1,919243446	6,8158
105,1	1,914611119	6,7843
106,1	1,909957234	6,7528
107,1	1,905400606	6,7221
108,1	1,90101738	6,6927
109,1	1,89641974	6,662
110,1	1,891800863	6,6313
111,1	1,887402927	6,6022
112,1	1,882772551	6,5717
113,1	1,878135922	6,5413
114,1	1,873446977	6,5107
115,1	1,868797668	6,4805
116,1	1,864188652	6,4507
117,1	1,859776309	6,4223
118,1	1,855453884	6,3946
119,1	1,850688537	6,3642
120,1	1,845995097	6,3344
121,1	1,841438127	6,3056
122,1	1,836892159	6,277
123,1	1,832437453	6,2491
124,1	1,827898516	6,2208
125,1	1,823371179	6,1927
126,1	1,818742141	6,1641
127,1	1,814189361	6,1361
128,1	1,809566643	6,1078
129,1	1,805136266	6,0808

$t, \text{ c}$	$\ln(U)$	$U, \text{ mV}$
130,1	1,800372272	6,0519
131,1	1,79575149	6,024
132,1	1,791309368	5,9973
133,1	1,786663172	5,9695
134,1	1,782113092	5,9424
135,1	1,777457685	5,9148
136,1	1,772967331	5,8883
137,1	1,768405544	5,8615
138,1	1,763600021	5,8334
139,1	1,759132966	5,8074
140,1	1,75455938	5,7809
141,1	1,749930023	5,7542
142,1	1,745418803	5,7283
143,1	1,740887139	5,7024
144,1	1,736422924	5,677
145,1	1,731584746	5,6496
146,1	1,727043155	5,624
147,1	1,722248606	5,5971
148,1	1,717933509	5,573
149,1	1,713076947	5,546
150,1	1,708722004	5,5219
151,1	1,704147912	5,4967
152,1	1,699461415	5,471
153,1	1,694918118	5,4462

Таблица 3: Таблица измерений для 45 торр.