Основные алгоритмы. Домашняя работа 6 неделя

Зайнуллин Амир

2 апреля 2023 г.

Задача №1

Нарисуем доску $n \cdot n$. Позиция, из которой нельзя сделать ход (то есть нельзя сдвинуть по горизонтали влево и по вертикали вниз) является левая нижняя клетка. То есть является P позицией.

P							

На семинаре и на лекции объясняли, что все клетки, у которых существует последователь P, является N позицией. Для всей левой вертикали и нижней горизонтали (кроме нижней левой клетки) существует последователь P (нижняя левая клетка). Значит вся левая вертикаль и нижняя горизонталь (кроме нижней левой клетки) является N позицией.

N							
N							
N							
N							
N							
N							
N	*						
P	N	N	N	N	N	N	N

Также показывали, что те клетки, у который любой последователь является N позицией, является P позицией. Рассмотрим клетку $*$. У нее существует два последователя, это нижняя и левая клетка. Так как они являются N позицией, то $*$ является P позицией.

N							
N							
N							
N							
N							
N							
N	P						
P	N	N	N	N	N	N	N

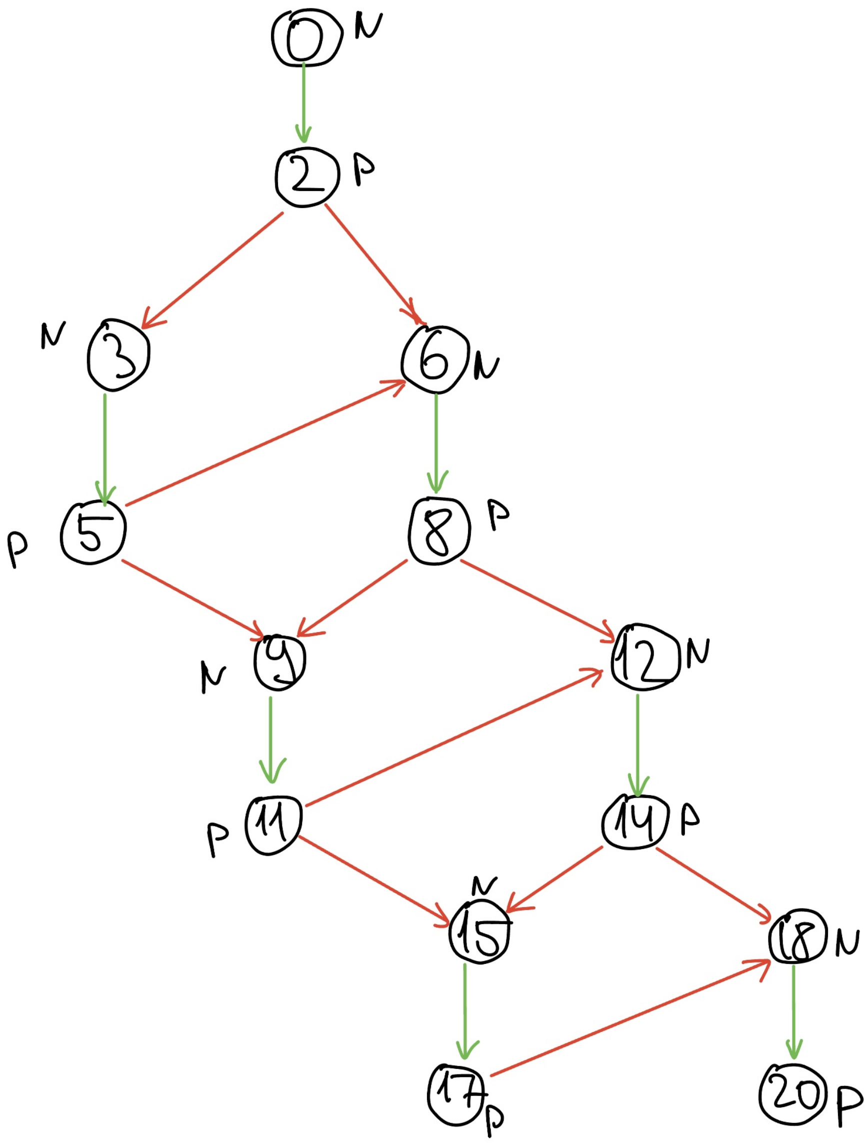
Далее рассуждая аналогичным образом, сможем получить такую таблицу.

N	N	N	N	N	N	N	P
N	N	N	N	N	N	P	N
N	N	N	N	N	P	N	N
N	N	N	N	P	N	N	N
N	N	N	P	N	N	N	N
N	N	P	N	N	N	N	N
N	P	N	N	N	N	N	N
P	N	N	N	N	N	N	N

Видно, что все P позиции это диагональ из левого нижнего угла в правый верхний. Что и требовалось доказать.

Задача №2

Пусть первый кладет каждый раз по 2 монеты. Построим граф ходов. Зеленые ребра - ходы первого, красные - ходы второго. Вершина с 20 монетами является P позицией. Пометим остальные вершины графа согласно правилам, которые были описаны в прошлом задании.



Видно, что данная стратегия первого является выигрышной. Действительно, прибавляя к монетнице по 2 монеты, при любом ходе второго, который может класть только 1 или 4 монеты, после хода второго количество монет в монетнице будет делиться на 3. Также это видно из графа, все красные ребра ведут в вершины с количеством монет которое делится на 3. После хода второго никак не получится 20 монет в монетнице, так как 20 не делится на три.

Задача №3

Пометим все листья как плохие или хорошие. Хорошими будут листья белого цвета. Плохими будут листья черного цвета. Если мы попадем на вершину красного цвета - мы проиграли. Если попали в зеленого цвета, то выиграли. Сейчас наш уровень - 4^n листьев. Далее будем подниматься на уровень выше. Рассмотрим каждую вершину с этого уровня. Переход с этой вершины на уровень ниже - это ход преподавателя. Если хотя бы один сын плохой, то вершина тоже будет плохой (потому что преподаватель может сходить в плохую и выиграть). Если плохого сына нет, то вершина будет хорошей. Теперь поднимемся еще на уровень выше. Теперь переход с этого уровня на ниже соответствует нашему ходу. Если есть хотя бы один хороший сын, то вершина будет хорошей. (потому что мы сходим в хорошую). Если хорошего сына нет, то вершина плохая. Далее будем подниматься согласно тому, как было описано до этого (опять ход преподавателя, потом наш и т.д.)

Пример данного графа (зеленый - хороший, красный - плохой). В данном случае выиграем мы (студент), так как верхняя вершина зеленая.