

Задание 6. Комбинаторные игры

- 1 Игровое поле: шахматная доска $n \times n$. На доске есть ровно одна фигура: ладья. Вначале ладья стоит в правом верхнем углу. Далее игроки делают по очереди ходы. На каждом ходе игрок может сдвинуть ладью либо по горизонтали влево, либо по вертикали вниз. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Докажите, что позиции, в которых Первый проигрывает (Р-позиции), — это диагональ из левого нижнего угла в правый верхний.
- 2 Рассмотрим вариант игры в монетницу на 20 монет, в котором первому игроку разрешается класть 2 или 3 монеты, а второму — 1 или 4 монеты, проигрывает тот, кто не может сделать ход. Первый ход за игроком под номером один. У кого есть выигрышная стратегия?
- 3 Дано полное бинарное дерево с 4^n листьями. Листья покрашены в белый и черный. Ваш преподаватель по алгоритмам предлагает вам сыграть в игру: мы по очереди двигаем фишку из корня дерева вниз к листьям, вы начинаете. Если в конце после n ходов с каждой стороны фишка оказалась на белом поле, вы выиграли и получаете «отлично» по алгоритмам. Если же на черном — что ж, вы не сдали курс. Вам известны метки всех листьев, постройте алгоритм, который подскажет вам, стоит ли играть в эту игру.