

5 Результаты измерений

Определение момента инерции ротора

Момент инерции цилиндра можно вычислить по следующей формуле:

$$I_{\text{ц}} = \frac{1}{2} m_{\text{ц}} \left(\frac{d_{\text{ц}}}{2} \right)^2$$

где $m_{\text{ц}} = (1,619 \pm 0,0003)$ кг – масса цилиндра, $d_{\text{ц}} = (0,078 \pm 0,0001)$ м – его диаметр.

$$I_{\text{ц}} = 0,00123 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Погрешность определения момента инерции равна

$$\Delta I_{\text{ц}} = I_{\text{ц}} \sqrt{\left(\frac{\Delta m_{\text{ц}}}{m_{\text{ц}}} \right)^2 + \left(2 \frac{\Delta d_{\text{ц}}}{d_{\text{ц}}} \right)^2} \approx 0,000003 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I_{\text{ц}} = (0,001230 \pm 0,000003) \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Далее вычислим **период крутильных колебаний цилиндра**, подвесив его на проволоке. Померим время его 5 колебаний.

N	T_5 , с	T, с
1	20,32	4,064
2	20,03	4,006
3	20,11	4,022

Тогда среднее время колебаний равно $T = 4,03$ с. Определим случайную погрешность по формуле

$$\sigma_T^{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{оп}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{оп}}} (T_i - \langle T \rangle)^2} = 0.03 \text{ с}$$

Полная погрешность может быть вычислена по формуле, где $\Delta_{\text{сек}} = 0.5$ с - время реакции человека:

$$\Delta T_{\text{ц}} = \sqrt{(\sigma_T^{\text{сл}})^2 + \left(\frac{\Delta_{\text{сек}}}{N} \right)^2} = 0,104 \text{ с}$$

$$T_{\text{ц}} = (4,030 \pm 0,104) \text{ с}$$

Вычислим **период крутильных колебаний ротора**. Померим время его 7 колебаний.

N	T_7 , с	T, с
1	22,21	3,173
2	22,42	3,203
3	22,48	3,211

Тогда среднее время колебаний равно $T = 3,196$ с. Аналогично посчитаем погрешность. Тогда $\sigma_T^{\text{сл}} = 0,016$ с.

$$\Delta T_0 = \sqrt{(\sigma_T^{\text{сл}})^2 + \left(\frac{\Delta_{\text{сек}}}{N} \right)^2} = 0,073 \text{ с}$$

$$T_0 = (3,196 \pm 0,073) \text{ с}$$

Тогда момент инерции ротора равен:

$$I_0 = I_{\text{ц}} \frac{T_0^2}{T_{\text{ц}}^2} = 0,00077 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Погрешность вычисления момента инерции ротора гироскопа можно вычислить по формуле:

$$\Delta I_0 = I_0 \sqrt{(\varepsilon_{I_{\text{ц}}})^2 + (2\varepsilon_{T_0})^2 + (2\varepsilon_{T_{\text{ц}}})^2} \approx 0,00005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

В итоге получаем:

$$I_0 = (0,00077 \pm 0,00005) \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Определение частоты вращения ротора

Для определения частоты вращения ротора гироскопа будем исследовать зависимость скорости прецессии гироскопа в зависимости от момента силы, действующей на его ось. Результаты измерений представлены в таблице.

N	m , кг	M , Н · м	ΔM , Н · м	T_1 , с	T_2 , с	T , с	ε_T	Ω , с ⁻¹	$\Delta \Omega$, с ⁻¹
1	0,342	0,3988	0,0004	29,66	29,69	29,68	0,034	0,212	0,007
2	0,274	0,3195	0,0003	36,56	37,28	36,92	0,027	0,170	0,005
3	0,220	0,2566	0,0003	45,73	44,8	45,27	0,022	0,139	0,003
4	0,179	0,2087	0,0002	56,89	57,1	57,00	0,018	0,110	0,002
5	0,142	0,1656	0,0002	71,24	72,3	71,77	0,014	0,088	0,001
6	0,093	0,1085	0,0002	108,23	107,11	107,67	0,009	0,058	0,001

Погрешность вычисления момента силы определяется следующим соотношением:

$$\Delta M = M \sqrt{\left(\frac{\Delta_{\text{вес}}}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\text{лин}}}{l}\right)^2}$$

Погрешность вычисления скорости прецессии равна:

$$\Delta \Omega = \Omega \cdot \varepsilon_T$$

По полученным данным построили график.

$$\Omega = kM$$

$$k = \frac{1}{I_0 \omega_0}$$

Коэффициент наклона прямой можно посчитать по МНК

$$k = \frac{\langle M\Omega \rangle}{\langle M^2 \rangle} \approx 0,532 \frac{1}{\text{Дж} \cdot \text{с}}$$

Случайную погрешность определения k можно вычислить по следующей формуле:

$$\sigma_k^{\text{сл}} = \frac{1}{\sqrt{N_{\text{оп}} - 1}} \sqrt{\frac{\langle \Omega^2 \rangle}{\langle M^2 \rangle} - k^2} \approx 0,003 \frac{1}{\text{Дж} \cdot \text{с}}$$

Систематическую погрешность определения k можно вычислить следующим образом:

$$\sigma_k^{\text{сист}} = k \sqrt{\left(\frac{\Delta M}{M}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega}\right)^2} \approx 0,017 \frac{1}{\text{Дж} \cdot \text{с}}$$

Тогда полная погрешность определения k определяется следующим образом:

$$\Delta k = \sqrt{(\sigma_k^{\text{сл}})^2 + (\sigma_k^{\text{сист}})^2} \approx 0,018 \frac{1}{\text{Дж} \cdot \text{с}}$$

Тогда:

$$k = (0,532 \pm 0,018) \frac{1}{\text{Дж} \cdot \text{с}}, (\varepsilon = 3,4\%)$$

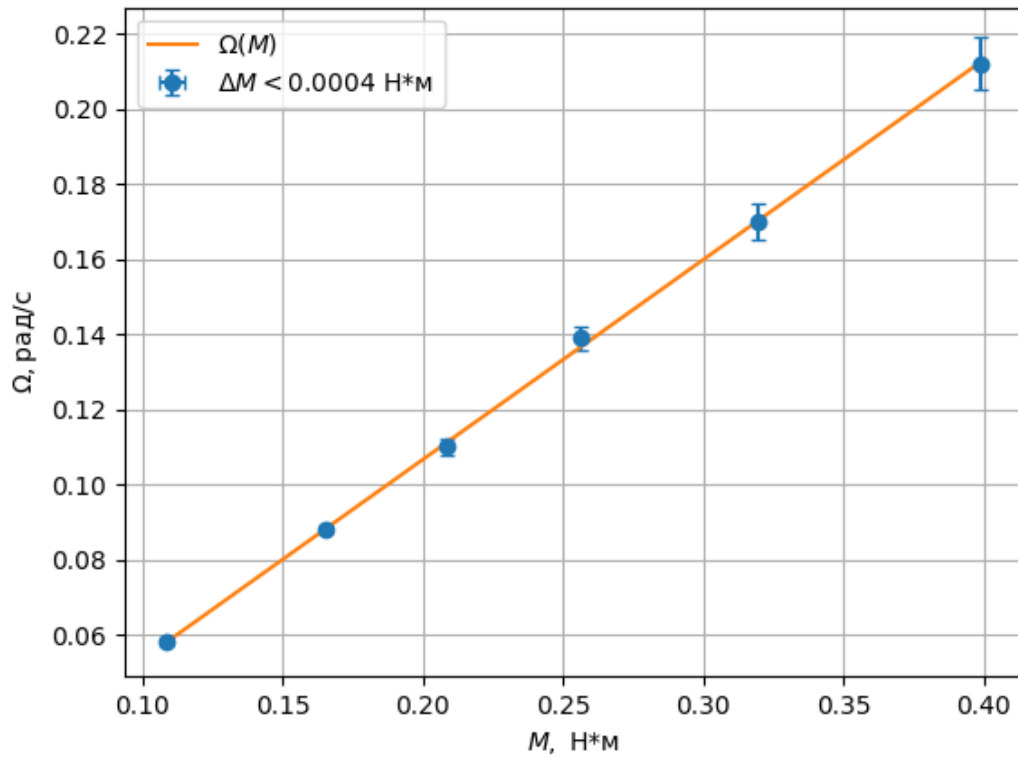


Рис. 1: График зависимости скорости прецессии гироскопа от момента силы

С помощью k можно вычислить угловую скорость вращения ротора гироскопа:

$$\omega_0 = \frac{1}{I_0 k}$$

Используя угловую скорость, можно определить частоту вращения ротора гироскопа:

$$\nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi I_0 k} = 388 \text{ Гц}$$

$$\Delta \nu = \nu \sqrt{\left(\frac{\Delta I_0}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2} = 27 \text{ Гц}$$

Таким образом, мы получили:

$$\nu = (388 \pm 27) \text{ Гц}, (\varepsilon = 7,21\%)$$

Определение частоты вращения ротора гироскопа при помощи осциллографа

Частоту измеряем по фигурам Лиссажу, получаемым на экране осциллографа, если на один вход подать исследуемую ЭДС, а на другой — переменное напряжение с хорошо прокалиброванного генератора. При совпадении частот на экране получится неподвижный эллипс.

При настройке генератора сигнала на частоту $\nu_0 = 386,5$ Гц на экране осциллографа виден неподвижный эллипс, следовательно эта частота сигнала совпадает с частотой вращения ротора гироскопа.

Оценка момента силы трения

Для оценки силы трения будем измерять на какую высоту опустился груз за t

	N	m , кг	T , с	h , мм	Ω $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$	M , Н · м ²
	1	0,342	59,7	8	0,0107	0,0201
	2	0,274	110,0	9	0,0120	0,0226
	3	0,22	91,4	8	0,0107	0,0201
	4	0,179	115,2	8	0,0107	0,0201
	5	0,142	142,5	7	0,0094	0,0176
	6	0,093	108,5	6	0,0080	0,0151

$$M = \Omega I_0 \omega_0 = \frac{\Omega}{k}$$

$$\varepsilon_\Omega = \varepsilon_h = \frac{1 \text{ мм}}{h} \text{ и тогда } \Delta M = M \sqrt{\varepsilon_k^2 + \varepsilon_\Omega^2}$$

$$M_{\text{ср}} = 0,019 \pm 0,003 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

6 Обсуждение результатов

В ходе работы мы определили практически частоту вращения ротора гироскопа. Она равна $\nu = (388 \pm 27)$ Гц. Небольшое отклонение от измеренной частоты осциллографом $\nu = 386,5$ Гц. Можно обусловить тем, что мы использовали основное приближение гироскопа. Так же свой вклад внесли погрешность коэффициента наклона прямой и измеренного момента инерции ротора гироскопа. Наибольшую погрешность в измерение момента инерции внесло измерение периодов T_0 и $T_{\text{ц}}$, а момент инерции цилиндра был измерен с большой точностью. А периоды имеют такую погрешность, потому что мы мерили время малого количества колебаний. Еще в формуле I_0 периоды стоят в квадрате, поэтому их относительная погрешность удваивается. Теперь для погрешности коэф. наклона прямой. В нее основную погрешность внесло систематическая ошибка. Так как погрешность измерения времени равна полсекунды, а еще надо учесть случайную ошибку. Так же мы мерили время лишь одного периода. У момента была маленькая погрешность, так как масса и длина плеча была дана с большой точностью. Оценка момента силы трения имеет довольно большую погрешность из за плохого измерения высоты, на которую опустился рычаг. Абсолютная ошибка равна 1 мм, а сама величина не больше 10 мм, поэтому относительная погрешность порядка десяти процентов.

7 Вывод

В данной лабораторной работе мы:

1. Научились работать с гироскопом.
2. Узнали, как найти момент инерции тела сложной формы используя крутильные колебания и используя тело с известным моментом инерции. Момент инерции тела сложной формы вычисляется с помощью момента инерции тела с известным моментом инерции и отношений периодов в квадрате.
3. Оценили момент силы трения в гироскопе
4. Для того, чтобы увеличить точность измерения момента силы трения необходимо придумать способ, который будет точнее измерять на какую высоту опустился рычаг.
5. Нашли частоту вращения ротора гироскопа с помощью его прецессии.
6. Для увеличения точности измерения частоты вращения необходимо мерить время большего числа оборотов. Например измерять время 5-7 оборотов.
7. Так же можно увеличить количество точек в графике, тогда уменьшится случайная ошибка. То есть провести измерения со всеми грузиками, которые были в оборудовании.
8. Проверили, что выполняется приближение гироскопа. Скорее всего, другие ошибки внесли большее отклонение в измерения.
9. Измерили частоту вращения ротора при помощи осциллографа. Чтобы получить частоту, необходимо было получить совпадение частот на генераторе и на исследуемой ЭДС. При совпадении на экране появлялся неподвижный эллипс.