

Задание 2. Алгоритмы Разделяй и Властвуй, Основная теорема рекурсии, Процедура Partition

1 Дано n точек плоскости, заданных своими координатами (x_i, y_i) . Предложите как можно более быструю процедуру нахождения круга минимального радиуса с центром в начале координат, содержащего не менее половины точек. (Считаем, что арифметические операции и сравнения выполняются за единицу времени.)

2 На прямой задано n отрезков, причем известно, что они образуют систему строго вложенных отрезков (их можно упорядочить так, чтобы каждый строго содержался в следующем). Отрезки заданы координатами концов $[l_i, r_i]$ (и могут быть даны в неупорядоченном виде). Предложите асимптотически эффективный алгоритм (с точки зрения количества арифметических операций), который находит все точки прямой, которые покрыты ровно $2n/3$ отрезками.

3 Рассмотрим детерминированный алгоритм поиска порядковой статистики за линейное время из параграфа 9.3 Кормена. Какая асимптотика будет у алгоритма, если делить элементы массива на группы по семь, а не по пять?

4 Оценить константу алгоритма поиска медианы в случае, если элементы массива делятся на группы по семь, а не по пять.

5 Привести нижнюю оценку сложности (худший вход) процедуры partition схемы Хоара при разбиении массива на три части (меньше, равную и больше опорного элемента).

6 На вход задачи подаётся число n и массив чисел $x_1, x_2, \dots, x_{2n+1}$. Постройте линейный алгоритм, находящий число s , при котором достигается минимум суммы

$$\sum_{i=1}^{2n+1} |x_i - s|.$$