



شبکه‌های عصبی مصنوعی

جلسه نوزدهم:
شبکه هب (۱)
(Hebbian Network)

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

– در شبکه‌هایی که تا کنون بررسی کردیم آموزش به صورت بانظارت بود (همانند MLP) یا به صورت شبه بانظارت بود (یعنی ترکیبی از بانظارت و بدون نظارت).

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

– در شبکه‌هایی که تا کنون بررسی کردیم آموزش به صورت بانظارت بود (همانند MLP) یا به صورت شبه بانظارت بود (یعنی ترکیبی از بانظارت و بدون نظارت).

– در سیستم‌های خودسازمانده، آموزش به صورت بدون نظارت انجام می‌گیرد.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

- در شبکه‌هایی که تا کنون بررسی کردیم آموزش به صورت بانظارت بود (همانند MLP) یا به صورت شبه بانظارت بود (یعنی ترکیبی از بانظارت و بدون نظارت).
- در سیستم‌های خودسازمانده، آموزش به صورت بدون نظارت انجام می‌گیرد.
- در این سیستم‌ها، هدف کشف ویژگی‌های و خصوصیات الگوهای ورودی، دسته‌بندی آن‌ها و ارتباط بین آن‌ها است.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

- در شبکه‌هایی که تا کنون بررسی کردیم آموزش به صورت بانظارت بود (همانند MLP) یا به صورت شبه بانظارت بود (یعنی ترکیبی از بانظارت و بدون نظارت).
- در سیستم‌های خودسازمانده، آموزش به صورت بدون نظارت انجام می‌گیرد.
- در این سیستم‌ها، هدف کشف ویژگی‌های و خصوصیات الگوهای ورودی، دسته‌بندی آن‌ها و ارتباط بین آن‌ها است.
- در این جا، تنظیم وزن‌ها با استفاده از اطلاعات محلی صورت می‌گیرد. بدین معنی که تغییرات در وزن‌های متصل به یک سلول، محدود به همسایگی آن سلول می‌شود.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

– در شبکه‌هایی که تا کنون بررسی کردیم آموزش به صورت بانظارت بود (همانند MLP) یا به صورت شبه بانظارت بود (یعنی ترکیبی از بانظارت و بدون نظارت).

– در سیستم‌های خودسازمانده، آموزش به صورت بدون نظارت انجام می‌گیرد.

– در این سیستم‌ها، هدف کشف ویژگی‌های و خصوصیات الگوهای ورودی، دسته‌بندی آن‌ها و ارتباط بین آن‌ها است.

– در این جا، تنظیم وزن‌ها با استفاده از اطلاعات محلی صورت می‌گیرد. بدین معنی که تغییرات در وزن‌های متصل به یک سلول، محدود به همسایگی آن سلول می‌شود.

سوال مهم: چگونه ممکن است از سیستمی خودسازمانده با عملکرد محلی، آرایش مفیدی تحقق پذیرد.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

– در شبکه‌هایی که تا کنون بررسی کردیم آموزش به صورت بانظارت بود (همانند MLP) یا به صورت شبه بانظارت بود (یعنی ترکیبی از بانظارت و بدون نظارت).

– در سیستم‌های خودسازمانده، آموزش به صورت بدون نظارت انجام می‌گیرد.

– در این سیستم‌ها، هدف کشف ویژگی‌های و خصوصیات الگوهای ورودی، دسته‌بندی آن‌ها و ارتباط بین آن‌ها است.

– در این جا، تنظیم وزن‌ها با استفاده از اطلاعات محلی صورت می‌گیرد. بدین معنی که تغییرات در وزن‌های متصل به یک سلول، محدود به همسایگی آن سلول می‌شود.

سوال مهم: چگونه ممکن است از سیستمی خودسازمانده با عملکرد محلی، آرایش مفیدی تحقق پذیرد.

جواب: فعل و انفعالات محلی می‌تواند باعث نظم فراگیر شوند.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

– چکیده‌ای از اصول خودسازماندهی در شبکه‌های عصبی:

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

– چکیده‌ای از اصول خودسازماندهی در شبکه‌های عصبی:

اصل ۱: وزن‌های عصبی تمایل به تقویت خود دارند.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

– چکیده‌ای از اصول خودسازماندهی در شبکه‌های عصبی:

اصل ۱: وزن‌های عصبی تمایل به تقویت خود دارند.

اصل ۲: به علت محدودیت در شبکه و محیط آن (تعداد ورودی‌ها، منابع انرژی و ...) بین وزن‌های عصبی رقابت پدید می‌آید که در نتیجه، وزن‌های موفق (جفت و جورترین وزن‌ها) تقویت شده و وزن‌های ناموفق (یا کمتر موفق) تضعیف شده و نهایتاً از بین می‌روند.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

– چکیده‌ای از اصول خودسازماندهی در شبکه‌های عصبی:

اصل ۱: وزن‌های عصبی تمایل به تقویت خود دارند.

اصل ۲: به علت محدودیت در شبکه و محیط آن (تعداد ورودی‌ها، منابع انرژی و ...) بین وزن‌های عصبی رقابت پدید می‌آید که در نتیجه، وزن‌های موفق (جفت و جورترین وزن‌ها) تقویت شده و وزن‌های ناموفق (یا کمتر موفق) تضعیف شده و نهایتاً از بین می‌روند.

اصل ۳: وزن‌های عصبی در تغییرات خود تمایل به همکاری دارند. زیرا فقط یک وزن عصبی نمی‌تواند پاسخ دلخواه را تولید کند. بنابراین، حین این که رقابت بین وزن‌ها وجود دارد، احتیاج به همکاری بین وزن‌ها نیز وجود دارد.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

– چکیده‌ای از اصول خودسازماندهی در شبکه‌های عصبی:

اصل ۱: وزن‌های عصبی تمایل به تقویت خود دارند.

اصل ۲: به علت محدودیت در شبکه و محیط آن (تعداد ورودی‌ها، منابع انرژی و ...) بین وزن‌های عصبی رقابت پدید می‌آید که در نتیجه، وزن‌های موفق (جفت و جورترین وزن‌ها) تقویت شده و وزن‌های ناموفق (یا کمتر موفق) تضعیف شده و نهایتاً از بین می‌روند.

اصل ۳: وزن‌های عصبی در تغییرات خود تمایل به همکاری دارند. زیرا فقط یک وزن عصبی نمی‌تواند پاسخ دلخواه را تولید کند. بنابراین، حین این که رقابت بین وزن‌ها وجود دارد، احتیاج به همکاری بین وزن‌ها نیز وجود دارد.

– نکته مهم این که، در روش‌های آموزش خودسازمانده، باید داده‌های زائد نیز به همراه داده‌های مفید به شبکه داده شود. بدون وجود داده‌های زائد، کشف ویژگی‌ها غیرممکن است.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

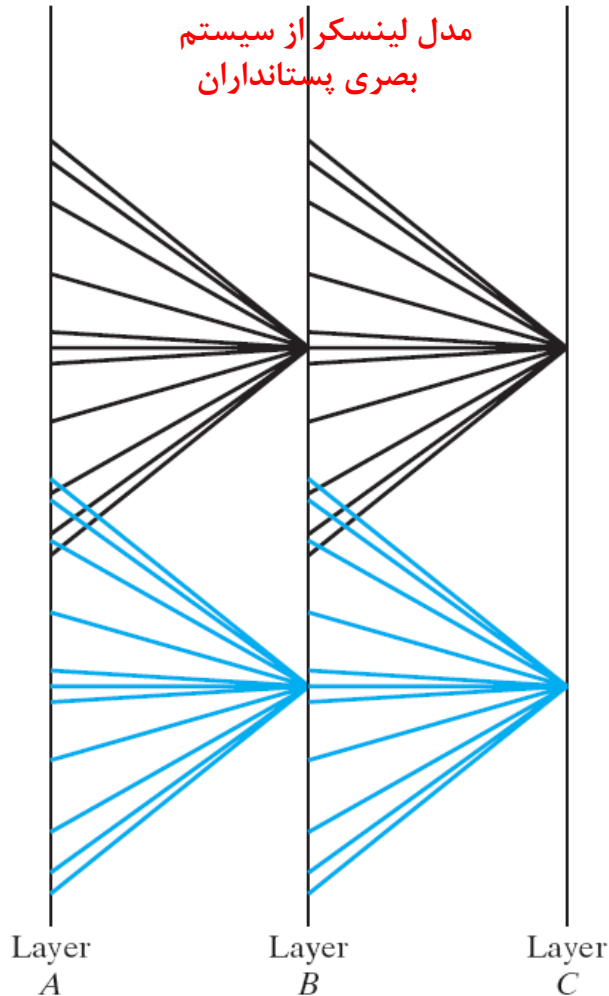
مثال:

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

مثال: نشان داده شده که سیستم بصری پستانداران، سیستمی خودسازمانده است.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

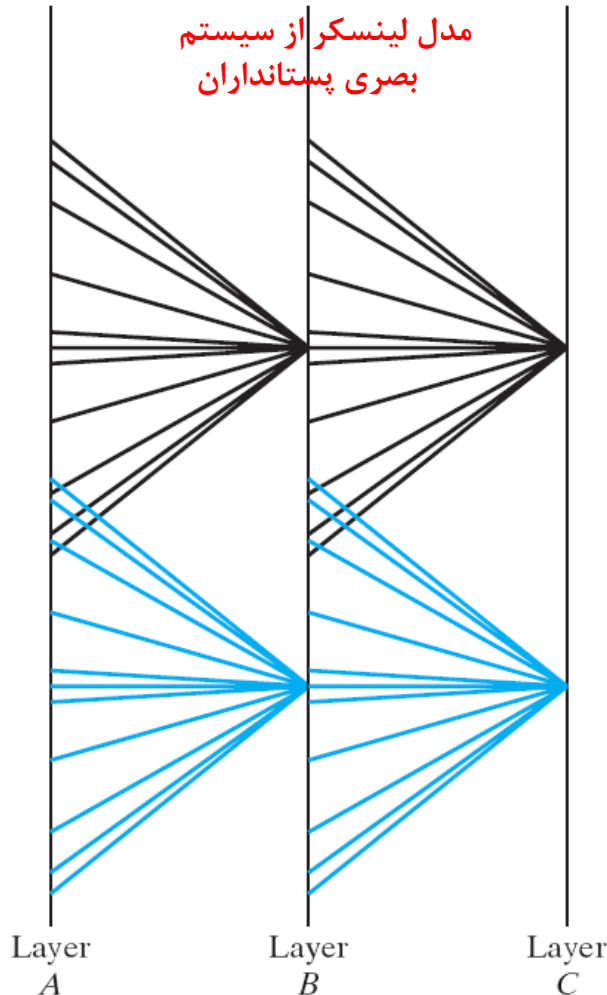
مدل لینسکر از سیستم
بصری پستانداران



مثال: نشان داده شده که سیستم بصری پستانداران، سیستمی خودسازمانده است.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

مدل لینسکر از سیستم
بصری پستانداران

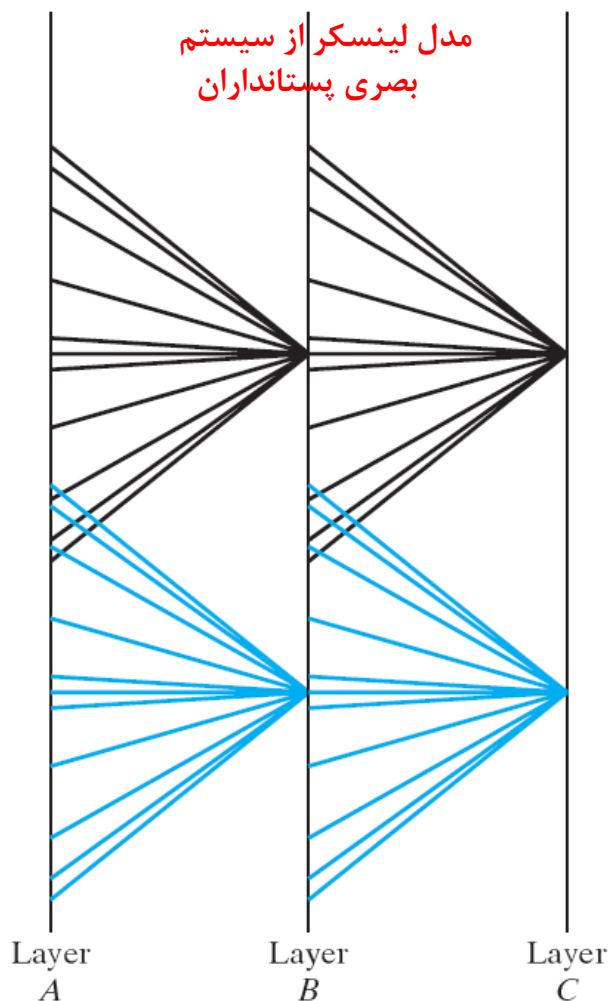


مثال: نشان داده شده که سیستم بصری پستانداران، سیستمی خودسازمانده است.

- در این سیستم بصری، پردازش داده‌ها به طور مرحله‌ای از یک لایه به لایه دیگر صورت می‌گیرد.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

مدل لینسکر از سیستم
بصری پستانداران

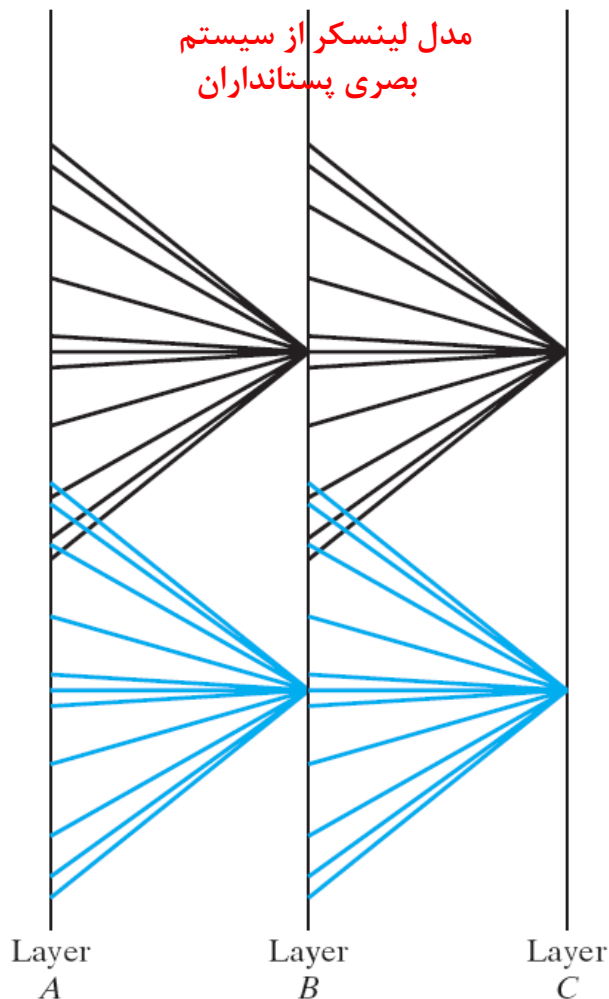


مثال: نشان داده شده که سیستم بصری پستانداران، سیستمی خودسازمانده است.

- در این سیستم بصری، پردازش داده‌ها به طور مرحله‌ای از یک لایه به لایه دیگر صورت می‌گیرد.
- ویژگی‌های ساده تصویر، شبیه به کنتراست و وضعیت لبه‌ها در لایه‌های اول استخراج می‌شود و ویژگی‌های پیچیده‌تر در لایه‌های بعدی.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

مدل لینسکر از سیستم
بصری پستانداران

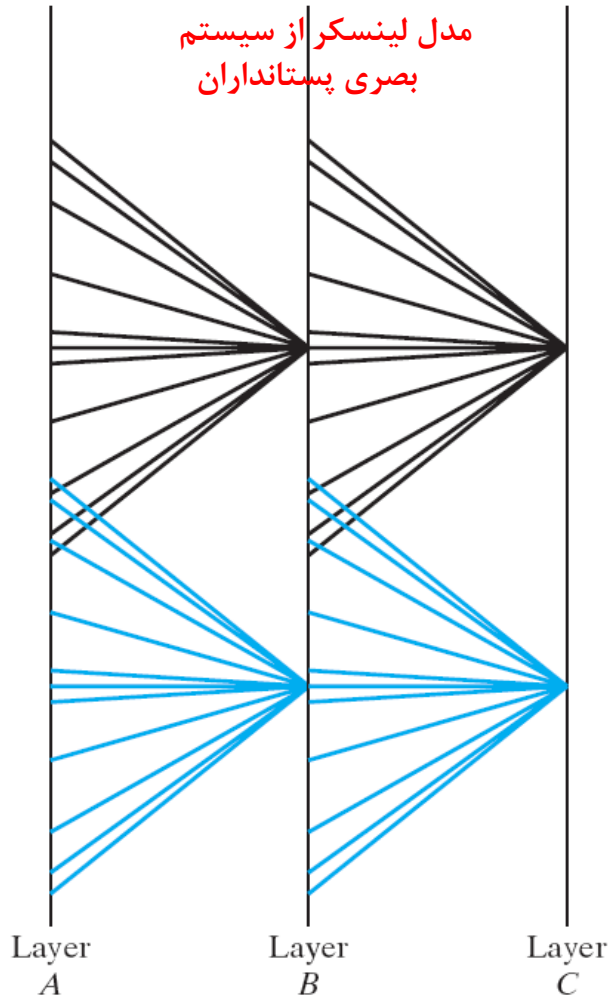


مثال: نشان داده شده که سیستم بصری پستانداران، سیستمی خودسازمانده است.

- در این سیستم بصری، پردازش داده‌ها به طور مرحله‌ای از یک لایه به لایه دیگر صورت می‌گیرد.
- ویژگی‌های ساده تصویر، شبیه به کنتراست و وضعیت لبه‌ها در لایه‌های اول استخراج می‌شود و ویژگی‌های پیچیده‌تر در لایه‌های بعدی.
- در مدل لینسکر، هر سلول به شکل ترکیب‌کننده خطی عمل می‌کند.

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

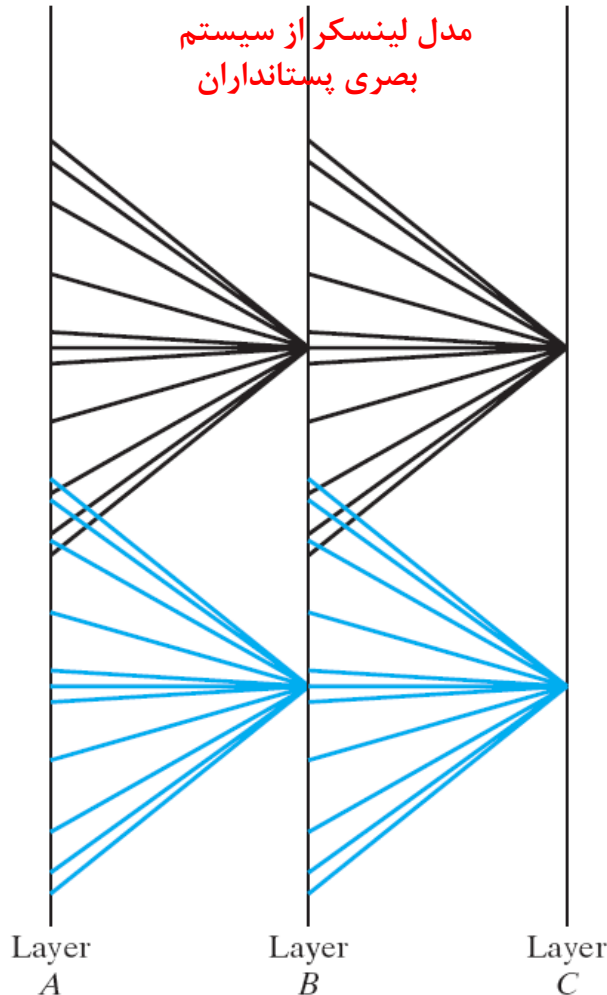
مدل لینسکر از سیستم
بصری پستانداران



– سلول j در لایه B را در نظر بگیرید. فرض کنید که ورودی‌های اعمال شده به این سلول x_1, \dots, x_m باشد. در این صورت، خروجی این سلول برابر است با:

سیستم‌های خودسازمانده (Self-Organizing Systems)

مدل لینسکر از سیستم
بصری پستانداران



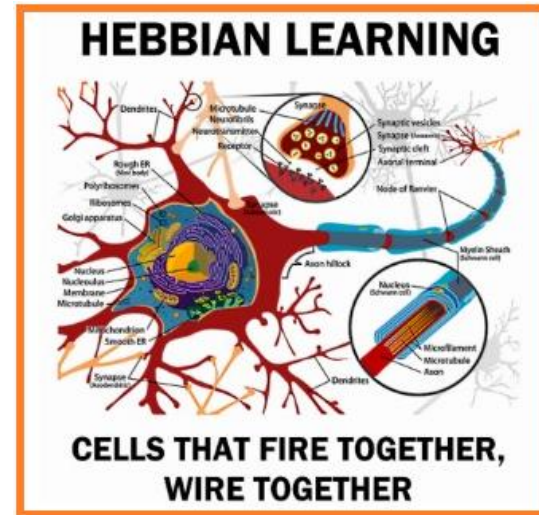
– سلول j در لایه B را در نظر بگیرید. فرض کنید که ورودی‌های اعمال شده به این سلول x_1, \dots, x_m باشد. در این صورت، خروجی این سلول برابر است با:

$$y_j = a_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} x_i$$

a_1 مقدار آستانه (پیش‌قدر) که می‌توان صفر نیز در نظر گرفت.

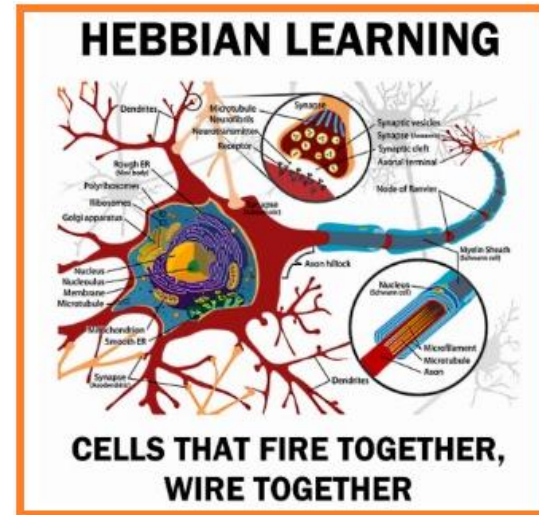
شبکه هب (Hebbian Network)

شبکه هب (Hebbian Network)



– دونالد هب (Donald Hebb) روانشناس کانادایی که در زمینه روانشناسی عصبی کارهای موثری انجام داده است.

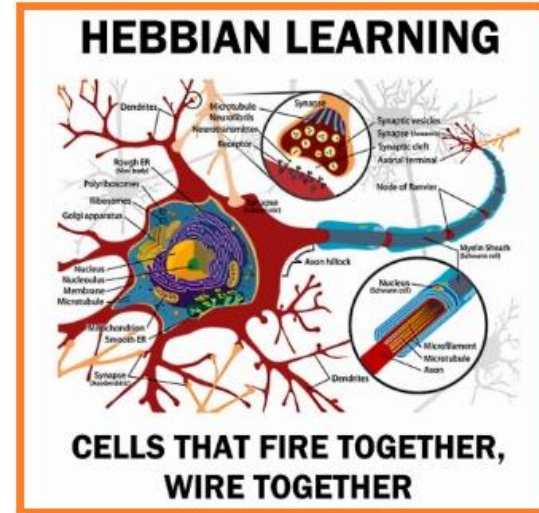
شبکه هب (Hebbian Network)



– دونالد هب (Donald Hebb) روانشناس کانادایی که در زمینه روانشناسی عصبی کارهای موثری انجام داده است.

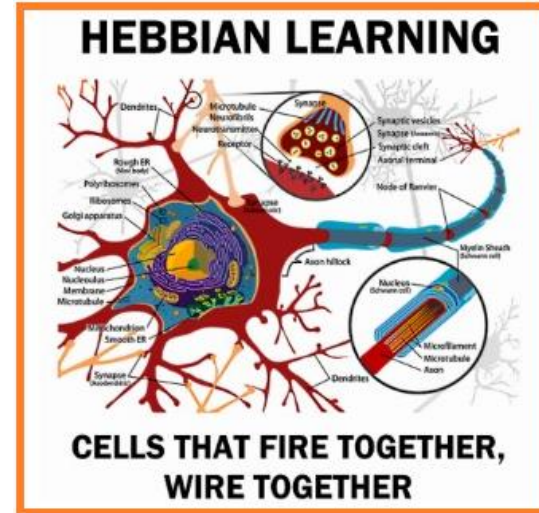
– وی سعی کرد بفهمد که سلول‌ها در فرآیندهای روانشناسی (همانند یادگیری) چگونه عمل می‌کنند.

شبکه هب (Hebbian Network)



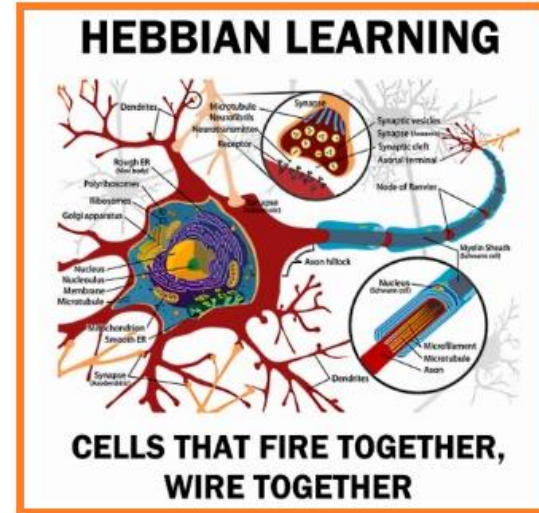
- دونالد هب (Donald Hebb) روانشناس کانادایی که در زمینه روانشناسی عصبی کارهای موثری انجام داده است.
- وی سعی کرد بفهمد که سلول‌ها در فرآیندهای روانشناسی (همانند یادگیری) چگونه عمل می‌کنند.
- وی روش آموزش هب را در سال ۱۹۴۹ ابداع کرد که از این جهت، مشهور به پدر روانشناسی عصبی و شبکه‌های عصبی است.

شبکه هب (Hebbian Network)



فرضیه هب (Hebb Postulate)

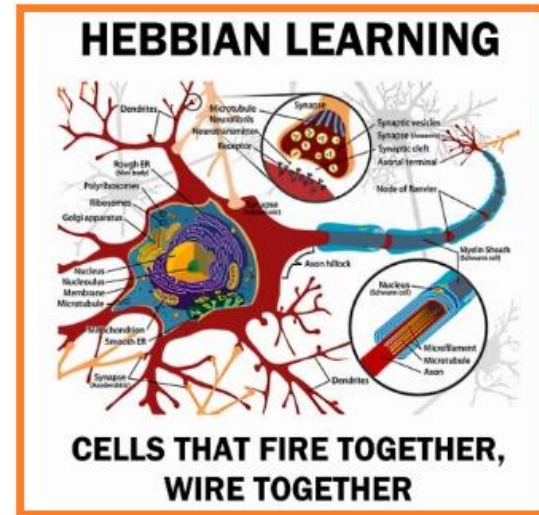
شبکه هب (Hebbian Network)



فرضیه هب (Hebb Postulate)

هنگامی که آکسون سلول A تقریباً نزدیک به تحریک سلول B است و به طور مکرر یا مداوم در آتش کردن آن شرکت می کند، در این صورت فرآیند رشد یا تغییرات متابولیکی در یک یا هر دو سلول رخ می دهد به گونه ای که بازده A به عنوان یکی از سلول های آتش کننده B افزایش می یابد.

شبکه هب (Hebbian Network)



فرضیه هب (Hebb Postulate)

هنگامی که آکسون سلول A تقریباً در آتش کردن آن شرکت می کند، در هر دو سلول رخ می دهد به گونه ای

سلول B است و به طور مکرر یا مداوم رشد یا تغییرات متابولیکی در یک یا

و آن یکی از سلول های آتش کننده B



شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

۱- چنانچه دو سلول A و B در دو طرف یک وزن تقریباً به طور همزمان (با تاخیر خیلی کم) تحریک شوند (آتش شوند) در این صورت استحکام آن وزن تقویت می یابد.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

- ۱- چنانچه دو سلول A و B در دو طرف یک وزن تقریباً به طور همزمان (با تاخیر خیلی کم) تحریک شوند (آتش شوند) در این صورت استحکام آن وزن تقویت می یابد.
- ۲- چنانچه دو سلول A و B در دو طرف یک وزن به طور ناهمزمان تحریک شوند (آتش شوند) در این صورت استحکام آن وزن تضعیف شود یا آن وزن حذف شود.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

- ۱- چنانچه دو سلول A و B در دو طرف یک وزن تقریباً به طور همزمان (با تاخیر خیلی کم) تحریک شوند (آتش شوند) در این صورت استحکام آن وزن تقویت می یابد.
 - ۲- چنانچه دو سلول A و B در دو طرف یک وزن به طور ناهمزمان تحریک شوند (آتش شوند) در این صورت استحکام آن وزن تضعیف شود یا آن وزن حذف شود.
- فرضیه هب قدیمی ترین روش آموزش است و خیلی ها هب را پدر علم آموزش در شبکه های عصبی می دانند

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

- ۱- چنانچه دو سلول A و B در دو طرف یک وزن تقریباً به طور همزمان (با تاخیر خیلی کم) تحریک شوند (آتش شوند) در این صورت استحکام آن وزن تقویت می یابد.
 - ۲- چنانچه دو سلول A و B در دو طرف یک وزن به طور ناهمزمان تحریک شوند (آتش شوند) در این صورت استحکام آن وزن تضعیف شود یا آن وزن حذف شود.
- فرضیه هب قدیمی ترین روش آموزش است و خیلی ها هب را پدر علم آموزش در شبکه های عصبی می دانند
- برای فرموله کردن روش آموزش هب، تغییرات در وزن ها را به صورت زیر در نظر می گیریم:



$$\Delta w_{jk} = f(y_j, x_k)$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

- ۱- چنانچه دو سلول A و B در دو طرف یک وزن تقریباً به طور همزمان (با تاخیر خیلی کم) تحریک شوند (آتش شوند) در این صورت استحکام آن وزن تقویت می یابد.
 - ۲- چنانچه دو سلول A و B در دو طرف یک وزن به طور ناهمزمان تحریک شوند (آتش شوند) در این صورت استحکام آن وزن تضعیف شود یا آن وزن حذف شود.
- فرضیه هب قدیمی ترین روش آموزش است و خیلی ها هب را پدر علم آموزش در شبکه های عصبی می دانند
- برای فرموله کردن روش آموزش هب، تغییرات در وزن ها را به صورت زیر در نظر می گیریم:



$$\Delta w_{jk} = f(y_j, x_k)$$

که در ساده ترین حالت

$$\Delta w_{jk} = \eta y_j x_k$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = \eta y_j x_k$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = \eta y_j x_k$$

– و فرم تعمیم یافته آن را می توان به این صورت نوشت:

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = \eta y_j x_k$$

- و فرم تعمیم یافته آن را می توان به این صورت نوشت:

$$\Delta w_{jk}(n) = a_2(y_j - p)(x_k - q) + a_3$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = \eta y_j x_k$$

- و فرم تعمیم یافته آن را می توان به این صورت نوشت:

$$\Delta w_{jk}(n) = a_2(y_j - p)(x_k - q) + a_3$$

a_2, a_3, p و q ضرایب ثابت اند که با تنظیم آنها می توان رفتارهای مختلفی را ایجاد کرد.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = \eta y_j x_k$$

- و فرم تعمیم یافته آن را می توان به این صورت نوشت:

$$\Delta w_{jk}(n) = a_2(y_j - p)(x_k - q) + a_3$$

a_2, a_3, p و q ضرایب ثابت اند که با تنظیم آن ها می توان رفتارهای مختلفی را ایجاد کرد.
ضریب a_2 مثبت است و نقش ضریب یادگیری را ایفا می کند و در نتیجه باعث تقویت وزن می شود (اصل ۱).

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = \eta y_j x_k$$

- و فرم تعمیم یافته آن را می توان به این صورت نوشت:

$$\Delta w_{jk}(n) = a_2(y_j - p)(x_k - q) + a_3$$

a_2, a_3, p و q ضرایب ثابت اند که با تنظیم آن ها می توان رفتارهای مختلفی را ایجاد کرد. ضریب a_2 مثبت است و نقش ضریب یادگیری را ایفا می کند و در نتیجه باعث تقویت وزن می شود (اصل ۱).

- با فرض عملکرد خطی سلول ها، رابطه اخیر به صورت زیر درمی آید:

$$\Delta w_{jk} = a_2 \left[\sum_{j=1}^m w_{jk} x_k - p \right] [x_k - q] + a_3$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = a_2 \left[\sum_{j=1}^m w_{jk} x_k - p \right] [x_k - q] + a_3$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = a_2 \left[\sum_{j=1}^m w_{jk} x_k - p \right] [x_k - q] + a_3$$

– قبل از ادامه تحلیل، شرایط و قیود زیر را برای تغییرات وزن ها در نظر می گیریم:

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = a_2 \left[\sum_{j=1}^m w_{jk} x_k - p \right] [x_k - q] + a_3$$

– قبل از ادامه تحلیل، شرایط و قیود زیر را برای تغییرات وزن‌ها در نظر می‌گیریم:

- ۱- وزن‌ها نمی‌توانند به دلخواه بزرگ شوند. بنابراین، برای آن‌ها قید اشباع در نظر گرفته می‌شود.
 w^+ برای مقادیر مثبت و w^- برای مقادیر منفی.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = a_2 \left[\sum_{j=1}^m w_{jk} x_k - p \right] [x_k - q] + a_3$$

– قبل از ادامه تحلیل، شرایط و قیود زیر را برای تغییرات وزن‌ها در نظر می‌گیریم:

۱- وزن‌ها نمی‌توانند به دلخواه بزرگ شوند. بنابراین، برای آن‌ها قید اشباع در نظر گرفته می‌شود.
 w^+ برای مقادیر مثبت و w^- برای مقادیر منفی.

۲- تغییرات در وزن‌ها از یک دسته ورودی به دسته دیگر به‌طور آهسته صورت می‌گیرد.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = a_2 \left[\sum_{j=1}^m w_{jk} x_k - p \right] [x_k - q] + a_3$$

– قبل از ادامه تحلیل، شرایط و قیود زیر را برای تغییرات وزن‌ها در نظر می‌گیریم:

- ۱- وزن‌ها نمی‌توانند به دلخواه بزرگ شوند. بنابراین، برای آن‌ها قید اشباع در نظر گرفته می‌شود.
 w^+ برای مقادیر مثبت و w^- برای مقادیر منفی.
- ۲- تغییرات در وزن‌ها از یک دسته ورودی به دسته دیگر به‌طور آهسته صورت می‌گیرد.
- ۳- تغییرات در وزن‌ها به‌طور لایه-به-لایه انجام می‌شود. یعنی ابتدا وزن‌های یک لایه تغییر کرده و به مقدار نهایی خود می‌رسند و سپس وزن‌های لایه بعدی و الی آخر.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = a_2 \left[\sum_{j=1}^m w_{jk} x_k - p \right] [x_k - q] + a_3$$

– قبل از ادامه تحلیل، شرایط و قیود زیر را برای تغییرات وزن ها در نظر می گیریم:

۱- وزن ها نمی توانند به دلخواه بزرگ شوند. بنابراین، برای آن ها قید اشباع در نظر گرفته می شود.
 w^+ برای مقادیر مثبت و w^- برای مقادیر منفی.

۲- تغییرات در وزن ها از یک دسته ورودی به دسته دیگر به طور آهسته صورت می گیرد.

۳- تغییرات در وزن ها به طور لایه-به-لایه انجام می شود. یعنی ابتدا وزن های یک لایه تغییر کرده و به مقدار نهایی خود می رسند و سپس وزن های لایه بعدی و الی آخر.

– حال، میانگین تغییرات در وزن ها را در اثر اعمال یک ورودی به شبکه را به دست می آوریم:

$$E[\Delta w_{jk}] = E \left\{ a_2 \left[\sum_{i=1}^m w_{ji} x_i - p \right] [x_k - q] + a_3 \right\}$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$\Delta w_{jk} = a_2 \left[\sum_{j=1}^m w_{jk} x_k - p \right] [x_k - q] + a_3$$

– قبل از ادامه تحلیل، شرایط و قیود زیر را برای تغییرات وزن‌ها در نظر می‌گیریم:

۱- وزن‌ها نمی‌توانند به دلخواه بزرگ شوند. بنابراین، برای آن‌ها قید اشباع در نظر گرفته می‌شود.
 w^+ برای مقادیر مثبت و w^- برای مقادیر منفی.

۲- تغییرات در وزن‌ها از یک دسته ورودی به دسته دیگر به‌طور آهسته صورت می‌گیرد.

۳- تغییرات در وزن‌ها به‌طور لایه-به-لایه انجام می‌شود. یعنی ابتدا وزن‌های یک لایه تغییر کرده و به مقدار نهایی خود می‌رسند و سپس وزن‌های لایه بعدی و الی آخر.

– حال، میانگین تغییرات در وزن‌ها را در اثر اعمال یک ورودی به شبکه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} E[\Delta w_{jk}] &= E \left\{ a_2 \left[\sum_{i=1}^m w_{ji} x_i - p \right] [x_k - q] + a_3 \right\} \\ &= k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji} \end{aligned}$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E[\Delta w_{jk}] = k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji}$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E[\Delta w_{jk}] = k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji}$$

ضرایب k_1 و k_2 بر حسب ضرایب قبلی a_2, a_3, p و q به دست می آیند.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E[\Delta w_{jk}] = k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji}$$

ضرایب k_1 و k_2 برحسب ضرایب قبلی a_2, a_3, p و q به دست می آیند.

C_{ik} کوواریانس (واریانس مشترک) بین سلول i و k است:

$$C_{ik} = E[(x_i - \bar{x})(x_k - \bar{x})]$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E[\Delta w_{jk}] = k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji}$$

ضرایب k_1 و k_2 برحسب ضرایب قبلی a_2, a_3, p و q به دست می آیند.

C_{ik} کوواریانس (واریانس مشترک) بین سلول i و k است:

$$C_{ik} = E[(x_i - \bar{x})(x_k - \bar{x})]$$

\bar{x} میانگین ورودی اعمالی x_i (برای تمام ورودی ها یکسان فرض می شود)

$$\bar{x} = E[x_i] \quad \forall i$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E[\Delta w_{jk}] = k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji}$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E[\Delta w_{jk}] = k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji}$$

– می توان نشان داد که تغییرات در وزن ها به فرم بالا، برابر است با محاسبه گرادیان نزولی

$$\Delta w_{jk} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{jk}}$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E[\Delta w_{jk}] = k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji}$$

– می توان نشان داد که تغییرات در وزن ها به فرم بالا، برابر است با محاسبه گرادیان نزولی

$$\Delta w_{jk} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{jk}}$$

برروی تابع هزینه زیر:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} + \frac{\lambda}{2} \left(\mu - \sum_{i=1}^m w_{ji} \right)^2$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E[\Delta w_{jk}] = k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji}$$

– می توان نشان داد که تغییرات در وزن ها به فرم بالا، برابر است با محاسبه گرادیان نزولی

$$\Delta w_{jk} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{jk}}$$

برروی تابع هزینه زیر:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} + \frac{\lambda}{2} \left(\mu - \sum_{i=1}^m w_{ji} \right)^2$$

\mathbf{C} ماتریس کوواریانس

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E[\Delta w_{jk}] = k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji}$$

– می توان نشان داد که تغییرات در وزن ها به فرم بالا، برابر است با محاسبه گرادیان نزولی

$$\Delta w_{jk} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{jk}}$$

برروی تابع هزینه زیر:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} + \frac{\lambda}{2} \left(\mu - \sum_{i=1}^m w_{ji} \right)^2$$

\mathbf{C} ماتریس کوواریانس

\mathbf{w} بردار وزن های شبکه

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E[\Delta w_{jk}] = k_1 + \sum_{i=1}^m w_{ji} C_{ik} + \frac{k_2}{m} \sum_{i=1}^m w_{ji}$$

– می توان نشان داد که تغییرات در وزن ها به فرم بالا، برابر است با محاسبه گرادیان نزولی

$$\Delta w_{jk} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{jk}}$$

برروی تابع هزینه زیر:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} + \frac{\lambda}{2} \left(\mu - \sum_{i=1}^m w_{ji} \right)^2$$

\mathbf{C} ماتریس کوواریانس

\mathbf{w} بردار وزن های شبکه

μ, λ ضرایب ثابت که برحسب ضرایب قبلی (k_1 و k_2) به دست می آیند.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} + \frac{\lambda}{2} \left(\mu - \sum_{i=1}^m w_{ji} \right)^2$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} + \frac{\lambda}{2} \left(\mu - \sum_{i=1}^m w_{ji} \right)^2$$

- بنابراین می توان چنین تعبیر کرد که روش آموزش هب معادل است با مساله بهینه سازی به صورت زیر:

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} + \frac{\lambda}{2} \left(\mu - \sum_{i=1}^m w_{ji} \right)^2$$

- بنابراین می توان چنین تعبیر کرد که روش آموزش هب معادل است با مساله بهینه سازی به صورت زیر:

بیشینه کردن $\mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w}$ (واریانس خروجی سلول ها) با قیود $\mu = \sum_{i=1}^m w_{ji}$ و $w^- \leq w_{jk} \leq w^+$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} + \frac{\lambda}{2} \left(\mu - \sum_{i=1}^m w_{ji} \right)^2$$

- بنابراین می توان چنین تعبیر کرد که روش آموزش هب معادل است با مساله بهینه سازی به صورت زیر:

بیشینه کردن $\mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w}$ (واریانس خروجی سلول ها) با قیود $\mu = \sum_{i=1}^m w_{ji}$ و $w^- \leq w_{jk} \leq w^+$

$$\begin{aligned} & \max \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \mu = \sum_{i=1}^m w_{ji} \\ w^- \leq w_{jk} \leq w^+ \end{cases} \end{aligned}$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} + \frac{\lambda}{2} \left(\mu - \sum_{i=1}^m w_{ji} \right)^2$$

- بنابراین می توان چنین تعبیر کرد که روش آموزش هب معادل است با مساله بهینه سازی به صورت زیر:

بیشینه کردن $\mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w}$ (واریانس خروجی سلول ها) با قیود $\mu = \sum_{i=1}^m w_{ji}$ و $w^- \leq w_{jk} \leq w^+$

$$\begin{aligned} & \max \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \mu = \sum_{i=1}^m w_{ji} \\ w^- \leq w_{jk} \leq w^+ \end{cases} \end{aligned}$$

- به عبارت دیگر، تحت آموزش هب، هر سلول سعی در بیشینه کردن واریانس خروجی خود با در نظر گرفتن قیود معینی را دارد.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} + \frac{\lambda}{2} \left(\mu - \sum_{i=1}^m w_{ji} \right)^2$$

- بنابراین می توان چنین تعبیر کرد که روش آموزش هب معادل است با مساله بهینه سازی به صورت زیر:

بیشینه کردن $\mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w}$ (واریانس خروجی سلول ها) با قیود $\mu = \sum_{i=1}^m w_{ji}$ و $w^- \leq w_{jk} \leq w^+$

$$\begin{aligned} & \max \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{w} \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \mu = \sum_{i=1}^m w_{ji} \\ w^- \leq w_{jk} \leq w^+ \end{cases} \end{aligned}$$

- به عبارت دیگر، تحت آموزش هب، هر سلول سعی در بیشینه کردن واریانس خروجی خود با در نظر گرفتن قیود معینی را دارد.

- البته باید توجه داشت که این بیشینه ممکن است بیشینه مکانی باشد و نه فراگیر.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول ها و اهمیت آن ها در استخراج ویژگی های الگوها:

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول ها و اهمیت آن ها در استخراج ویژگی های الگوها:

– ماتریس کوواریانس (یا به عبارتی ماتریس همبستگی Correlation Matrix) را در نظر بگیرید:

$$\mathbf{C} = E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}^T - \bar{\mathbf{x}})]$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول ها و اهمیت آن ها در استخراج ویژگی های الگوها:

– ماتریس کوواریانس (یا به عبارتی ماتریس همبستگی Correlation Matrix) را در نظر بگیرید:

$$\mathbf{C} = E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}^T - \bar{\mathbf{x}})]$$

بافرض صفر بودن میانگین

$$\mathbf{C} = E[\mathbf{x} \mathbf{x}^T]$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:

– ماتریس کوواریانس (یا به عبارتی ماتریس همبستگی Correlation Matrix) را در نظر بگیرید:

$$\mathbf{C} = E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}^T - \bar{\mathbf{x}})]$$

بافرض صفر بودن میانگین

$$\mathbf{C} = E[\mathbf{x} \mathbf{x}^T]$$

ماتریس \mathbf{C} متقارن و مثبت نیمه معین است

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}^T$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:

– ماتریس کوواریانس (یا به عبارتی ماتریس همبستگی Correlation Matrix) را در نظر بگیرید:

$$\mathbf{C} = E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}^T - \bar{\mathbf{x}})]$$

بافرض صفر بودن میانگین

$$\mathbf{C} = E[\mathbf{x} \mathbf{x}^T]$$

ماتریس \mathbf{C} متقارن و مثبت نیمه معین است

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}^T$$

– با استفاده از تبدیل متعامد مشابه (Orthogonal Similar Transformation) می‌توان این ماتریس را به بردارها و مقادیر ویژه به صورت زیر تجزیه کرد:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول ها و اهمیت آن ها در استخراج ویژگی های الگوها:

$$C = U \Lambda U^T$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول ها و اهمیت آن ها در استخراج ویژگی های الگوها:

$$C = U \Lambda U^T$$

- ماتریس $U = [u_1, \dots, u_m]$ ماتریسی است که

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T$$

- ماتریس $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_m]$ ماتریسی است که

۱- ستون‌های آن متعامداند

۲- اندازه بردارهای آن برابر واحد است

$$\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_j = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

$$\|\mathbf{u}\| = (\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_i)^{1/2} \quad i = 1, \dots, m$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T$$

- ماتریس $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_m]$ ماتریسی است که

۱- ستون‌های آن متعامداند

۲- اندازه بردارهای آن برابر واحد است

$$\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_j = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

$$\|\mathbf{u}\| = (\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_i)^{1/2} \quad i = 1, \dots, m$$

- بنابراین، وارون \mathbf{C} برابر است با ترانیهاده آن

$$\mathbf{U}^{-1} = \mathbf{U}^T$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول ها و اهمیت آن ها در استخراج ویژگی های الگوها:

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:
- برطبق خاصیت مثبت نیمه‌معین بودن C ، تمام مقادیر ویژه مثبت‌اند.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:

- برطبق خاصیت مثبت نیمه‌معین بودن C ، تمام مقادیر ویژه مثبت‌اند.
- همچنین، چنانچه فرض کنیم C دارای m مقدار ویژه مجزا باشد، در این صورت می‌توان این مقادیر ویژه را به صورت زیر منظم کرد:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_m$$

شبکه هب (Hebbian Network)

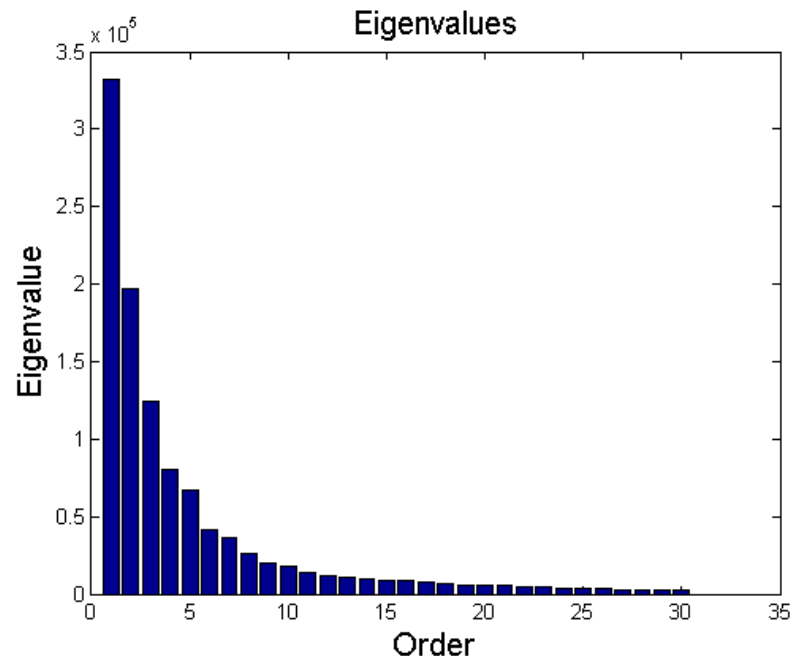
روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:

– برطبق خاصیت مثبت نیمه‌معین بودن C ، تمام مقادیر ویژه مثبت‌اند.

– همچنین، چنانچه فرض کنیم C دارای m مقدار ویژه مجزا باشد، در این صورت می‌توان این مقادیر ویژه را به صورت زیر منظم کرد:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_m$$



شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:

– برطبق خاصیت مثبت نیمه‌معین بودن C ، تمام مقادیر ویژه مثبت‌اند.

– همچنین، چنانچه فرض کنیم C دارای m مقدار ویژه مجزا باشد، در این صورت می‌توان این مقادیر ویژه را به صورت زیر منظم کرد:

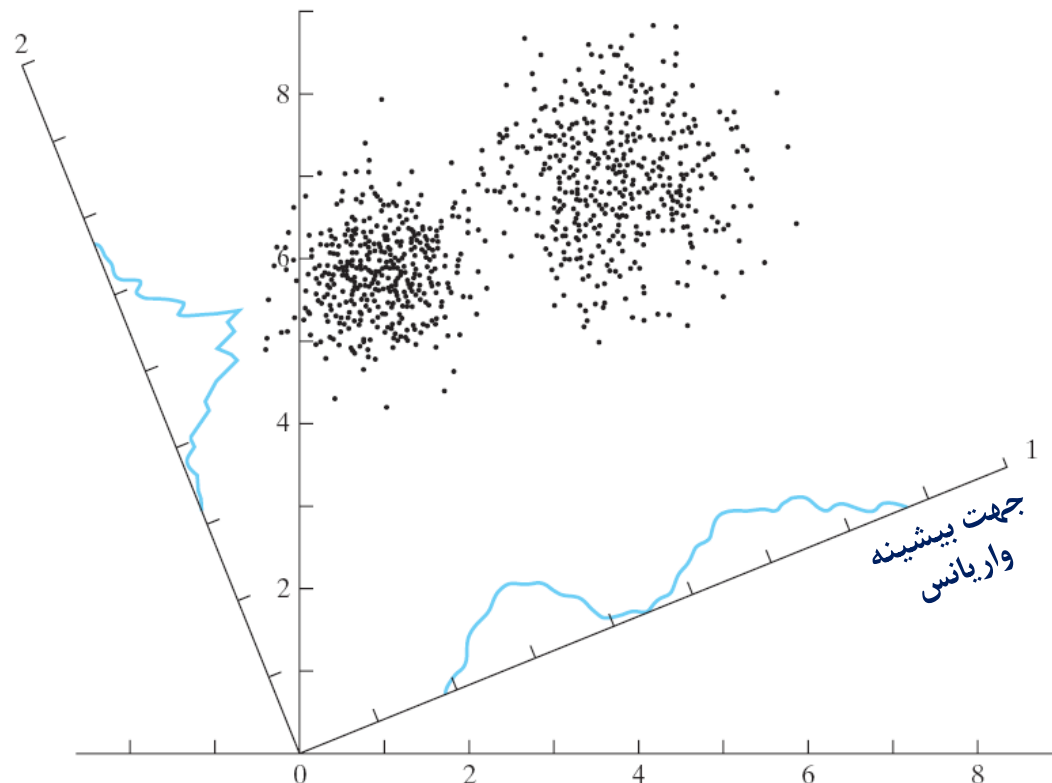
$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_m$$

– توجه کنید که این مقادیر ویژه، همان واریانس خروجی سلول‌ها هستند که از فضای داده‌ها به فضای «ویژگی داده‌ها» انتقال یافته‌اند و در این فضا، این واریانس‌ها مقدار بیشینه خود را یافته‌اند.

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:



شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:

- بر طبق خاصیت مثبت نیمه‌معین بودن C ، تمام مقادیر ویژه مثبت‌اند.
- همچنین، چنانچه فرض کنیم C دارای m مقدار ویژه مجزا باشد، در این صورت می‌توان این مقادیر ویژه را به صورت زیر منظم کرد:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_m$$

- توجه کنید که این مقادیر ویژه، همان واریانس خروجی سلول‌ها هستند که از فضای داده‌ها به فضای «ویژگی داده‌ها» انتقال یافته‌اند و در این فضا، این واریانس‌ها مقدار بیشینه خود را یافته‌اند.
- مقادیر ویژه بزرگتر نماینده ویژگی‌های مهم‌تری از بردار ورودی هستند. برای درک بهتر این موضوع، تجزیه ماتریس C را به صورت زیر در نظر بگیرید:

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول ها و اهمیت آن ها در استخراج ویژگی های الگوها:

$$C = U \Lambda U^T$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول ها و اهمیت آن ها در استخراج ویژگی های الگوها:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_m] \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T \\ \mathbf{u}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{u}_m^T \end{bmatrix}$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول ها و اهمیت آن ها در استخراج ویژگی های الگوها:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_m] \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T \\ \mathbf{u}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{u}_m^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T + \lambda_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T + \cdots + \lambda_m \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^T$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول ها و اهمیت آن ها در استخراج ویژگی های الگوها:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_m] \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T \\ \mathbf{u}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{u}_m^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T + \lambda_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T + \cdots + \lambda_m \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^T$$

$$\hat{\mathbf{C}} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T + \lambda_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T + \cdots + \lambda_l \mathbf{u}_l \mathbf{u}_l^T \quad l < m$$

شبکه هب (Hebbian Network)

روش آموزش هب:

واریانس خروجی سلول‌ها و اهمیت آن‌ها در استخراج ویژگی‌های الگوها:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_m] \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T \\ \mathbf{u}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{u}_m^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T + \lambda_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T + \cdots + \lambda_m \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^T$$

$$\hat{\mathbf{C}} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T + \lambda_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T + \cdots + \lambda_l \mathbf{u}_l \mathbf{u}_l^T \quad l < m$$

- به مقادیر ویژه در پردازش تصاویر، مولفه‌های اساسی و انجام این کار را آنالیز مولفه‌های اساسی (Principal Component Analysis \equiv PCA) می‌گویند.