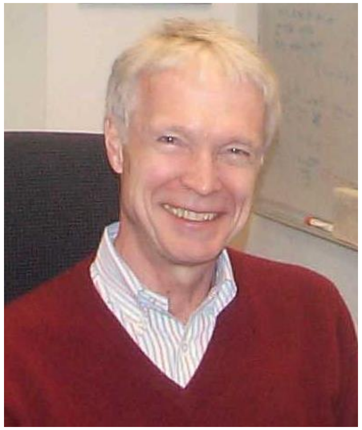
شبکه‌های عصبی مصنوعی

جلسه شانزدهم:
شبکه هوپفیلد (۱)
(Hopfield Network)

محمد فرخی (farrokhi AT iust.ac.ir)

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

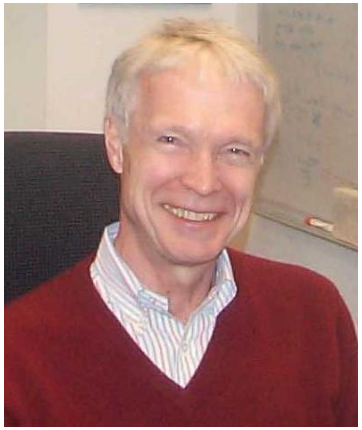
شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)



John J. Hopfield

– این شبکه که در سال ۱۹۸۲ توسط جان هوپفیلد ابداع شد، جزو دسته شبکه‌های دینامیکی است که گاهی به آن‌ها شبکه‌های برمبنای انرژی (Energy-based Networks) نیز می‌گویند.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

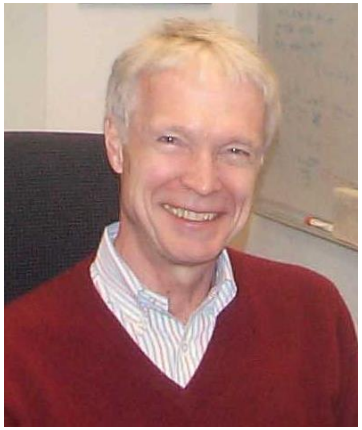


John J. Hopfield

– این شبکه که در سال ۱۹۸۲ توسط جان هوپفیلد ابداع شد، جزو دسته شبکه‌های دینامیکی است که گاهی به آن‌ها شبکه‌های برمبنای انرژی (Energy-based Networks) نیز می‌گویند.

– شبکه هوپفیلد ساده‌ترین شبکه‌ای است که برمبنای انرژی کار می‌کند.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)



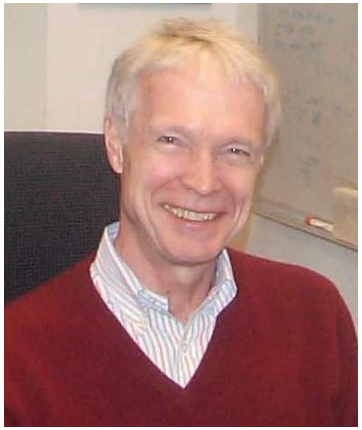
John J. Hopfield

– این شبکه که در سال ۱۹۸۲ توسط جان هوپفیلد ابداع شد، جزو دسته شبکه‌های دینامیکی است که گاهی به آن‌ها شبکه‌های برمبنای انرژی (Energy-based Networks) نیز می‌گویند.

– شبکه هوپفیلد ساده‌ترین شبکه‌ای است که برمبنای انرژی کار می‌کند.

– این شبکه دارای سلول‌های با عملکرد باینری و وزن‌های بازگشتی است.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)


John J. Hopfield

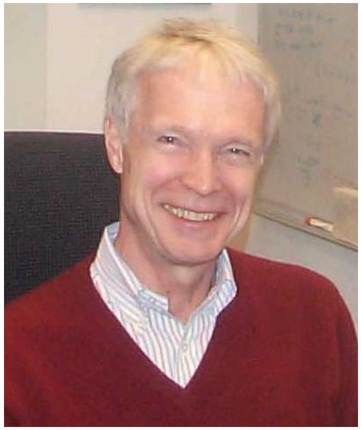
– این شبکه که در سال ۱۹۸۲ توسط جان هوپفیلد ابداع شد، جزو دسته شبکه‌های دینامیکی است که گاهی به آن‌ها شبکه‌های برمبنای انرژی (Energy-based Networks) نیز می‌گویند.

– شبکه هوپفیلد ساده‌ترین شبکه‌ای است که برمبنای انرژی کار می‌کند.

– این شبکه دارای سلول‌های با عملکرد باینری و وزن‌های بازگشتی است.

– تحلیل شبکه‌های بازگشتی با سلول‌های غیرخطی معمولا کار ساده‌ای نیست. رفتار این شبکه‌ها می‌تواند خیلی متفاوت باشد:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)



John J. Hopfield

– این شبکه که در سال ۱۹۸۲ توسط جان هوپفیلد ابداع شد، جزو دسته شبکه‌های دینامیکی است که گاهی به آن‌ها شبکه‌های برمبنای انرژی (Energy-based Networks) نیز می‌گویند.

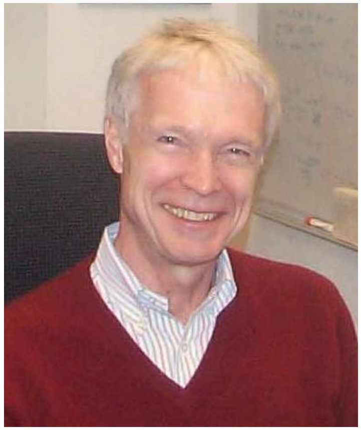
– شبکه هوپفیلد ساده‌ترین شبکه‌ای است که برمبنای انرژی کار می‌کند.

– این شبکه دارای سلول‌های با عملکرد باینری و وزن‌های بازگشتی است.

– تحلیل شبکه‌های بازگشتی با سلول‌های غیرخطی معمولا کار ساده‌ای نیست. رفتار این شبکه‌ها می‌تواند خیلی متفاوت باشد:

- همگرایی به حالت پایدار

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)



John J. Hopfield

– این شبکه که در سال ۱۹۸۲ توسط جان هوپفیلد ابداع شد، جزو دسته شبکه‌های دینامیکی است که گاهی به آن‌ها شبکه‌های برمبنای انرژی (Energy-based Networks) نیز می‌گویند.

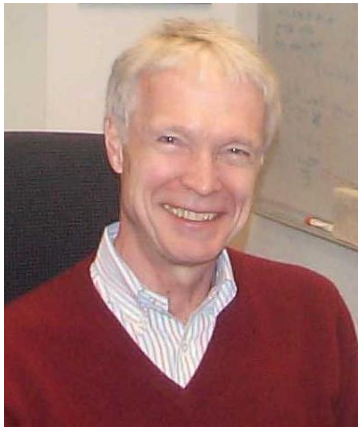
– شبکه هوپفیلد ساده‌ترین شبکه‌ای است که برمبنای انرژی کار می‌کند.

– این شبکه دارای سلول‌های با عملکرد باینری و وزن‌های بازگشتی است.

– تحلیل شبکه‌های بازگشتی با سلول‌های غیرخطی معمولا کار ساده‌ای نیست. رفتار این شبکه‌ها می‌تواند خیلی متفاوت باشد:

- همگرایی به حالت پایدار
- نوسانی‌شدن

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)



John J. Hopfield

– این شبکه که در سال ۱۹۸۲ توسط جان هوپفیلد ابداع شد، جزو دسته شبکه‌های دینامیکی است که گاهی به آن‌ها شبکه‌های برمبنای انرژی (Energy-based Networks) نیز می‌گویند.

– شبکه هوپفیلد ساده‌ترین شبکه‌ای است که برمبنای انرژی کار می‌کند.

– این شبکه دارای سلول‌های با عملکرد باینری و وزن‌های بازگشتی است.

– تحلیل شبکه‌های بازگشتی با سلول‌های غیرخطی معمولا کار ساده‌ای نیست. رفتار این شبکه‌ها می‌تواند خیلی متفاوت باشد:

- همگرایی به حالت پایدار
- نوسانی‌شدن
- حالت آشوبناک پیداکردن به‌طوری که نتوان رفتار آینده آن را پیش‌بینی کرد

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مقالات هوپفیلد:

J. J. Hopfiled, “Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 79, pp. 2554-2558, 1982.

J. J. Hopfiled, “Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 81, pp. 3088-3092, 1984.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

– هوپفیلد دریافت که:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

– هوپفیلد دریافت که:

۱– چنانچه وزن‌ها متقارن باشند، در این‌صورت تابع انرژی فراگیر برای شبکه وجود خواهدداشت.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

- هوپفیلد دریافت که:

۱- چنانچه وزن‌ها متقارن باشند، در این‌صورت تابع انرژی فراگیر برای شبکه وجود خواهدداشت.

۲- تابع باینری باعث همگرایی حالت سلول‌ها به انرژی کمینه می‌شود.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

- هوپفیلد دریافت که:

۱- چنانچه وزن‌ها متقارن باشند، در این‌صورت تابع انرژی فراگیر برای شبکه وجود خواهدداشت.

۲- تابع باینری باعث همگرایی حالت سلول‌ها به انرژی کمینه می‌شود.

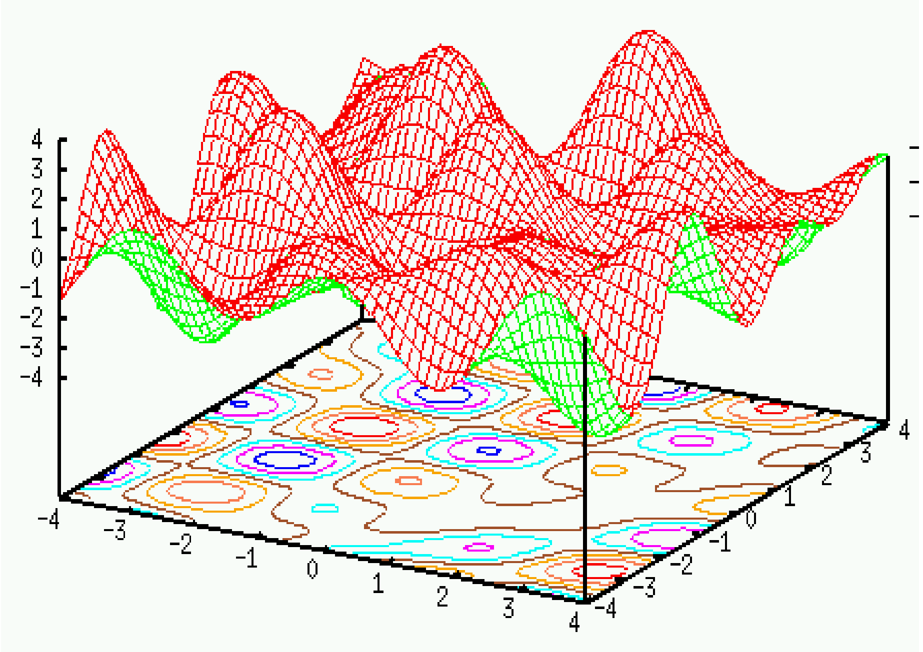
- بنابراین، با استفاده از این خواص، می‌توان شبکه‌ای ساخت که بتوان داده‌ها را در آن ذخیره کرد.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

- هوپفیلد دریافت که:

۱- چنانچه وزن‌ها متقارن باشند، در این‌صورت تابع انرژی فراگیر برای شبکه وجود خواهدداشت.

۲- تابع باینری باعث همگرایی حالت سلول‌ها به انرژی کمینه می‌شود.



- بنابراین، با استفاده از این خواص، می‌توان شبکه‌ای ساخت که بتوان داده‌ها را در آن ذخیره کرد.

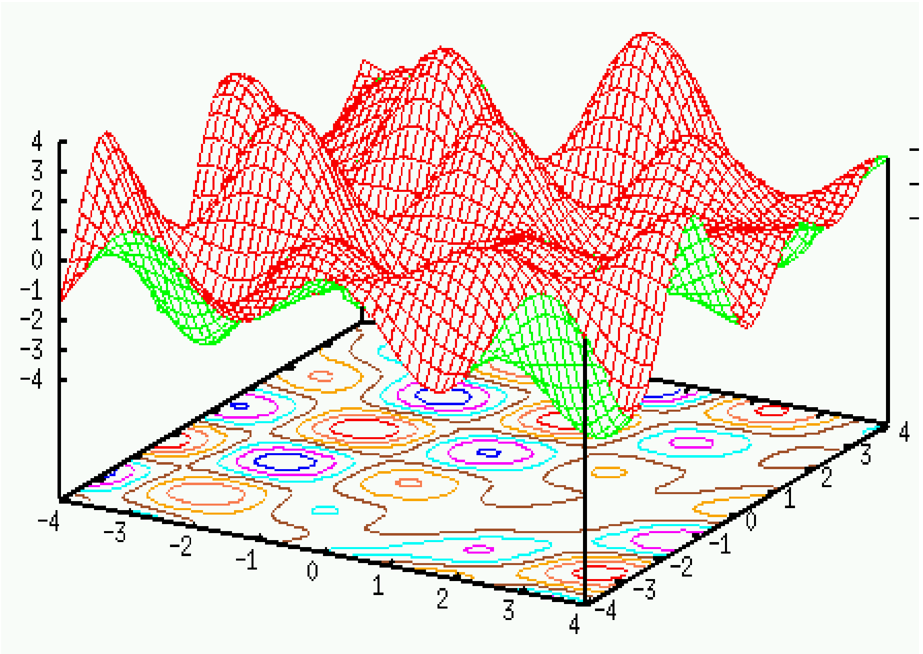
- نقاط با انرژی کم می‌توانند به‌عنوان جاذبه دینامیکی شبکه (داده‌های ذخیره شده) درنظرگرفته شوند.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

– هوپفیلد دریافت که:

۱– چنانچه وزن‌ها متقارن باشند، در این‌صورت تابع انرژی فراگیر برای شبکه وجود خواهدداشت.

۲– تابع باینری باعث همگرایی حالت سلول‌ها به انرژی کمینه می‌شود.



– بنابراین، با استفاده از این خواص، می‌توان شبکه‌ای ساخت که بتوان داده‌ها را در آن ذخیره کرد.

– نقاط با انرژی کم می‌توانند به‌عنوان جاذبه دینامیکی شبکه (داده‌های ذخیره شده) درنظرگرفته شوند.

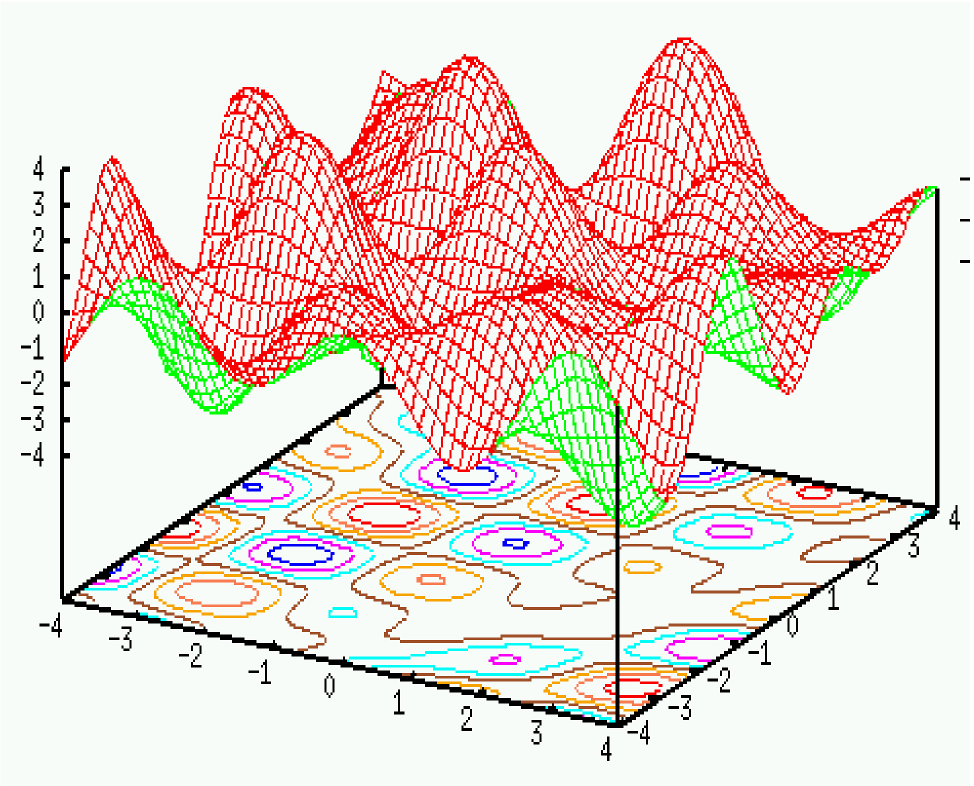
– به این نوع جاذبه، حافظه انجمنی غیرخطی (nonlinear associative memory) یا حافظه غیرخطی نشانی‌پذیر (nonlinear addressable memory) می‌گویند.

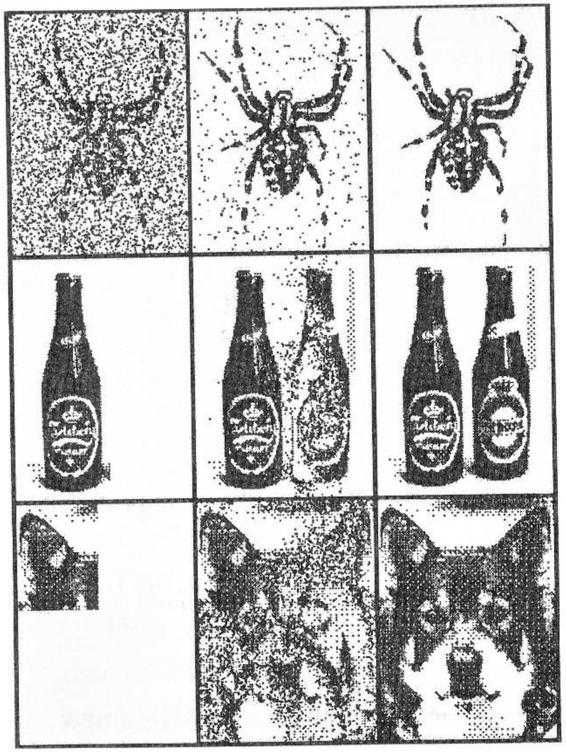
شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

– بدین معنی که بعد از ذخیره‌سازی چند الگو در شبکه، بتوان آن الگوها را از روی الگوهای ناقص یا نویزی بازسازی کرد.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

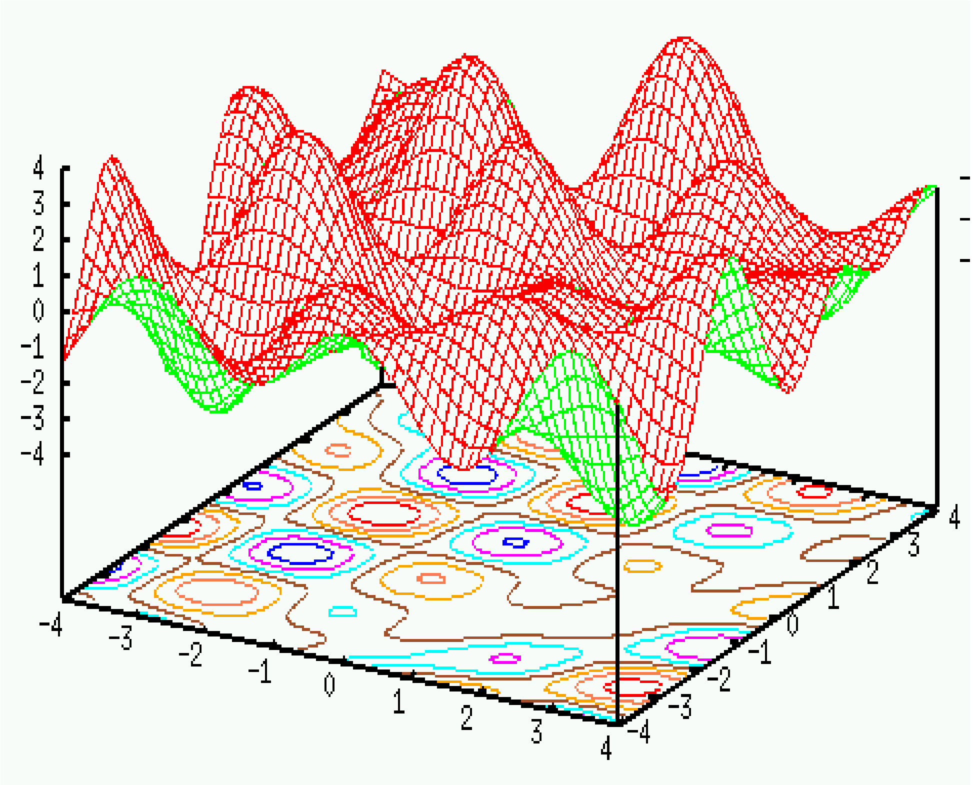
– بدین معنی که بعد از ذخیره‌سازی چند الگو در شبکه، بتوان آن الگوها را از روی الگوهای ناقص یا نویزی بازسازی کرد.

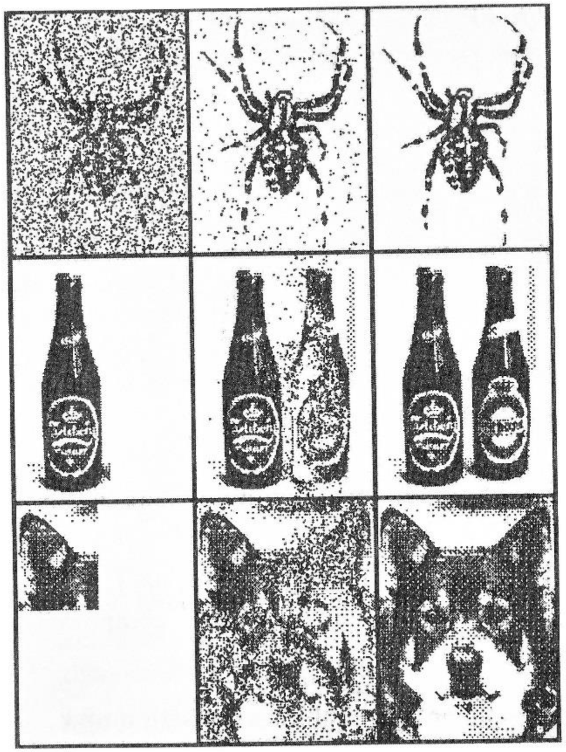




شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

– بدین معنی که بعد از ذخیره‌سازی چند الگو در شبکه، بتوان آن الگوها را از روی الگوهای ناقص یا نویزی بازسازی کرد.





– بنابراین، هرکدام از محل‌های حافظه را می‌توان به یک نقطه جاذبه تشبیه‌کرد که سعی در جذب الگوهای متفاوت از خود را دارند.

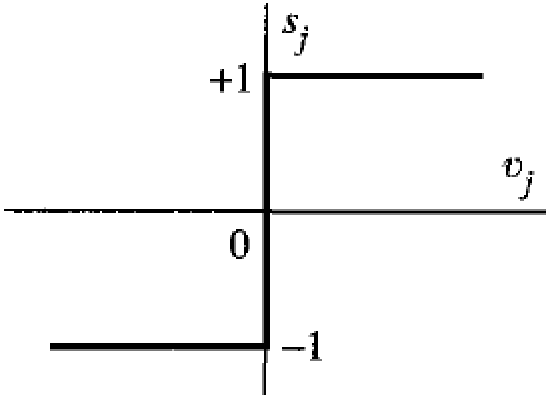
شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

– عملکرد سلول‌های شبکه، به‌صورت باینری است

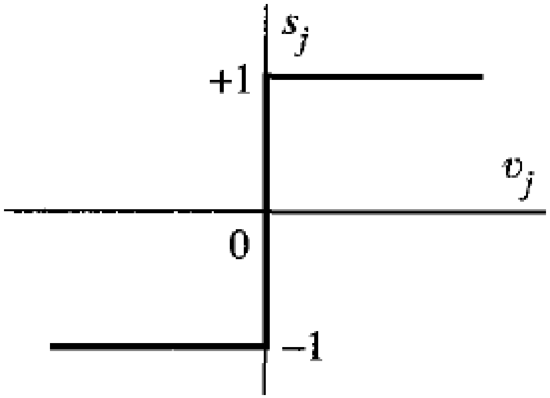


$$s_j = \begin{cases} +1 & \text{if} \quad v_j > 0 \\ -1 & \text{if} \quad v_j < 0 \end{cases}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

– عملکرد سلول‌های شبکه، به‌صورت باینری است



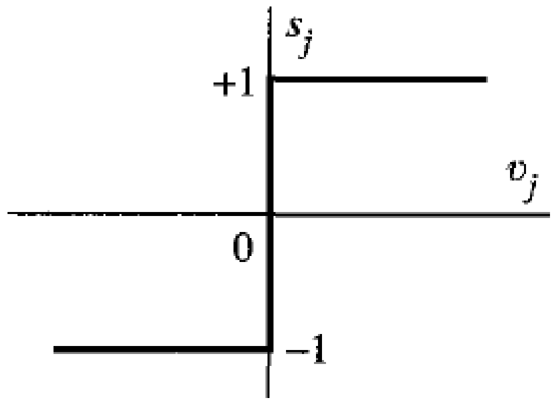
$$s_j = \begin{cases} +1 & \text{if} \quad v_j > 0 \\ -1 & \text{if} \quad v_j < 0 \end{cases}$$

$$s_j = \operatorname{sgn}[v_j]$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

– عملکرد سلول‌های شبکه، به‌صورت باینری است

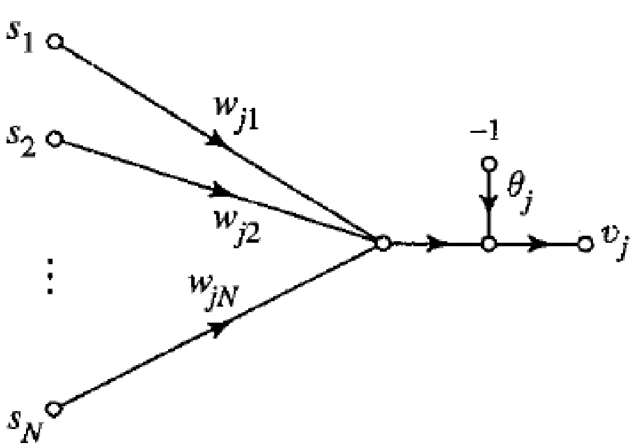


$$s_j = \begin{cases} +1 & \text{if} \quad v_j > 0 \\ -1 & \text{if} \quad v_j < 0 \end{cases}$$

$$s_j = \operatorname{sgn}[v_j]$$

v_j جمع کل سیگنال‌های ورودی به سلول j و برابر است با

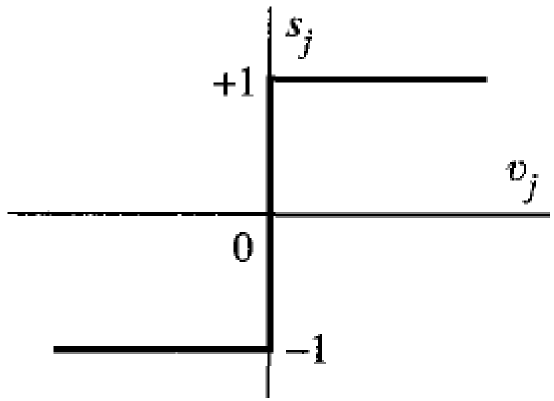
$$v_j = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} s_i - \theta_j$$



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

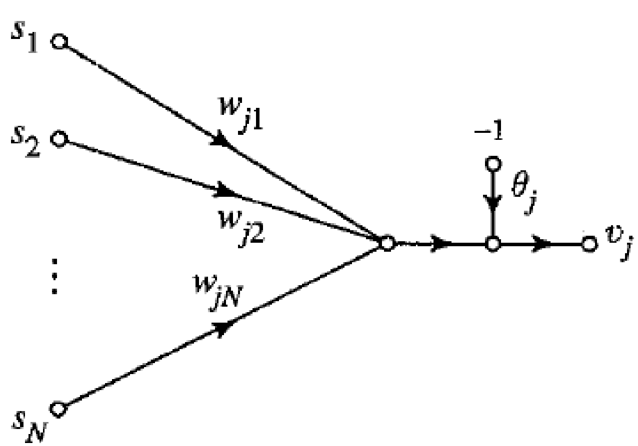
– عملکرد سلول‌های شبکه، به‌صورت باینری است



$$s_j = \begin{cases} +1 & \text{if} \quad v_j > 0 \\ -1 & \text{if} \quad v_j < 0 \end{cases}$$

$$s_j = \mathrm{sgn}[v_j]$$

v_j جمع کل سیگنال‌های ورودی به سلول j و برابر است با



$$v_j = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} s_i - \theta_j$$

– درنتیجه

$$s_j = \mathrm{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} s_i - \theta_j\right]$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

$$s_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} s_i - \theta_j\right]$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

$$s_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} s_i - \theta_j\right]$$

– حالت خاص: $v_j = 0$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

$$s_j = \mathrm{sgn}\left[\sum\nolimits_{i=1}^{N} w_{ji} s_i - \theta_j\right]$$

– حالت خاص: $v_j = 0$

s_j را می‌توان ۱+ یا ۱– درنظرگرفت، ولی قرارداد این است که مقدار قبلی خود را حفظ کند.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

$$s_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} s_i - \theta_j\right]$$

– حالت خاص: $v_j = 0$

s_j را می‌توان ۱+ یا ۱– درنظرگرفت، ولی قرارداد این است که مقدار قبلی خود را حفظ کند.

– دو فاز کلی را می‌توان در عملکرد شبکه هوپفیلد درنظرگرفت:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

$$s_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} s_i - \theta_j\right]$$

– حالت خاص: $v_j = 0$

s_j را می‌توان ۱+ یا ۱– درنظرگرفت، ولی قرارداد این است که مقدار قبلی خود را حفظ کند.

– دو فاز کلی را می‌توان در عملکرد شبکه هوپفیلد درنظرگرفت:

۱– فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase)

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

$$s_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} s_i - \theta_j\right]$$

– حالت خاص: $v_j = 0$

s_j را می‌توان ۱+ یا ۱– درنظرگرفت، ولی قرارداد این است که مقدار قبلی خود را حفظ کند.

– دو فاز کلی را می‌توان در عملکرد شبکه هوپفیلد درنظرگرفت:

۱– فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase)

۲– فاز بازیابی (Retrieval Phase)

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

طرزکار شبکه هوپفیلد:

$$s_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} s_i - \theta_j\right]$$

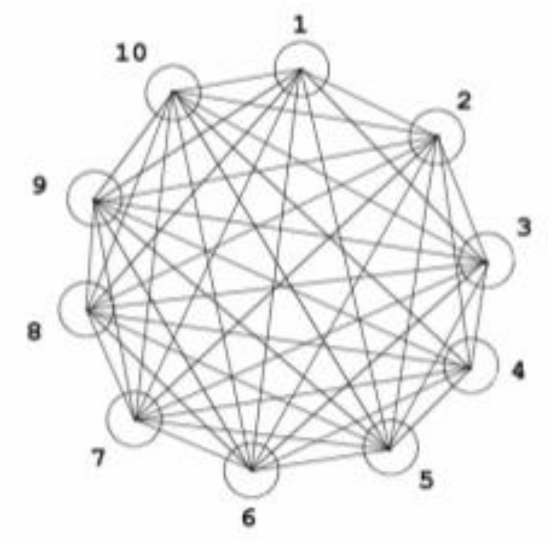
– حالت خاص: $v_j = 0$

s_j را می‌توان ۱+ یا ۱– درنظرگرفت، ولی قرارداد این است که مقدار قبلی خود را حفظ کند.

– دو فاز کلی را می‌توان در عملکرد شبکه هوپفیلد درنظرگرفت:

۱– فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase)

۲– فاز بازیابی (Retrieval Phase)



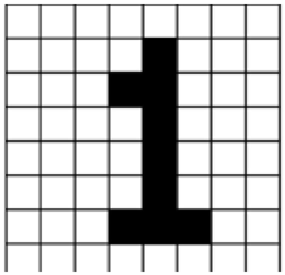
شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

- فرض‌کنید در ساده‌ترین حالت می‌خواهیم در شبکه‌ای با N سلول، یک الگو را ذخیره کنیم



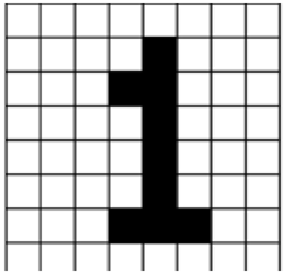
$$\underline{\xi} = [\xi_1 \quad \cdots \quad \xi_N]^T$$

توجه کنید که درایه‌های این بردار ۱+ یا ۱- هستند.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

– فرض‌کنید در ساده‌ترین حالت می‌خواهیم در شبکه‌ای با N سلول، یک الگو را ذخیره کنیم



$$\underline{\xi} = [\xi_1 \quad \cdots \quad \xi_N]^T$$

توجه کنید که درایه‌های این بردار ۱+ یا ۱- هستند.

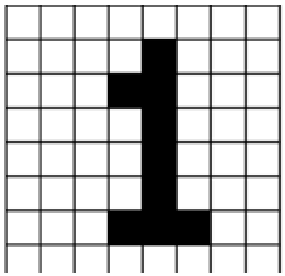
– برای این‌که این الگو حالت پایدار شبکه باشد باید رابطه زیر برای تمام سلول‌ها برقرار باشد:

$$\operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji}\xi_i\right] = ??$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

- فرض‌کنید در ساده‌ترین حالت می‌خواهیم در شبکه‌ای با N سلول، یک الگو را ذخیره کنیم



$$\underline{\xi} = [\xi_1 \quad \cdots \quad \xi_N]^T$$

توجه کنید که درایه‌های این بردار ۱+ یا ۱- هستند.

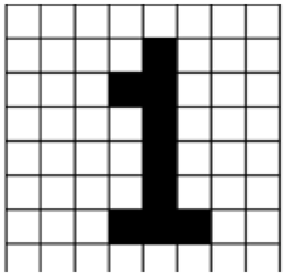
- برای این‌که این الگو حالت پایدار شبکه باشد باید رابطه زیر برای تمام سلول‌ها برقرار باشد:

$$\operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji}\xi_i\right] = \xi_j \qquad j = 1,\ldots,N$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

- فرض‌کنید در ساده‌ترین حالت می‌خواهیم در شبکه‌ای با N سلول، یک الگو را ذخیره کنیم



$$\underline{\xi} = [\xi_1 \quad \cdots \quad \xi_N]^T$$

توجه کنید که درایه‌های این بردار ۱+ یا ۱- هستند.

- برای این‌که این الگو حالت پایدار شبکه باشد باید رابطه زیر برای تمام سلول‌ها برقرار باشد:

$$\operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji}\xi_i\right] = \xi_j \qquad j = 1, \ldots, N$$

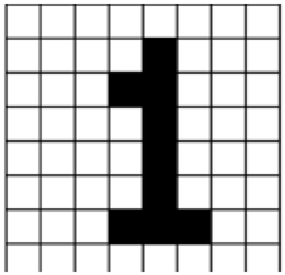
- واضح است که وزن‌های شبکه باید رابطه مستقیمی با حالت‌های شبکه داشته باشد

$$w_{ji} \sim \xi_j \xi_i$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

– فرض‌کنید در ساده‌ترین حالت می‌خواهیم در شبکه‌ای با N سلول، یک الگو را ذخیره کنیم



$$\underline{\xi} = [\xi_1 \quad \cdots \quad \xi_N]^T$$

توجه کنید که درایه‌های این بردار ۱+ یا ۱- هستند.

– برای این‌که این الگو حالت پایدار شبکه باشد باید رابطه زیر برای تمام سلول‌ها برقرار باشد:

$$\mathrm{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji}\xi_i\right] = \xi_j \qquad j = 1,\ldots,N$$

– واضح است که وزن‌های شبکه باید رابطه مستقیمی با حالت‌های شبکه داشته باشد

$$w_{ji} \sim \xi_j \xi_i$$

که برای شبکه‌ای با N سلول

$$w_{ji} = \frac{1}{N}\xi_j \xi_i$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

– و در حالت کلی برای P الگو

$$w_{ji} = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P}\xi_{\mu j}\xi_{\mu i}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

– و در حالت کلی برای P الگو

$$w_{ji} = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P} \xi_{\mu j}\xi_{\mu i}$$

– یکی از شرایط تضمین پایداری در شبکه هوپفیلد، عدم وجود خودپسخورد است

$$w_{ii} = 0 \quad \forall i$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

- و در حالت کلی برای P الگو

$$w_{ji} = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P} \xi_{\mu j}\xi_{\mu i}$$

- یکی از شرایط تضمین پایداری در شبکه هوپفیلد، عدم وجود خودپسخورد است

$$w_{ii} = 0 \quad \forall i$$

- با تلفیق دو رابطه بالا و نوشتن آن به‌صورت بردار-ماتریسی

$$\mathbf{W} = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P} \underline{\xi}_{\mu}\underline{\xi}_{\mu}^{T} - \frac{P}{N}\mathbf{I}$$

I ماتریس همانی

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

– و در حالت کلی برای P الگو

$$w_{ji} = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P}\xi_{\mu j}\xi_{\mu i}$$

– یکی از شرایط تضمین پایداری در شبکه هوپفیلد، عدم وجود خودپسخورد است

$$w_{ii} = 0 \quad \forall i$$

– با تلفیق دو رابطه بالا و نوشتن آن به‌صورت بردار-ماتریسی

$$\mathbf{W} = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P}\underline{\xi}_{\mu}\underline{\xi}_{\mu}^{T} - \frac{P}{N}\mathbf{I}$$

$\mathbf{I}$ ماتریس همانی

– بنابراین، ماتریس وزن‌ها، ماتریسی متقارن با مقادیر صفر برروی قطر خواهدبود.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۱- فاز ذخیره‌سازی (Storage Phase):

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \cdots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \cdots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad w_{ij} = w_{ji} \quad \forall i,j = 1,\ldots,N$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}^T$$

- متقارن‌بودن ماتریس W یعنی این‌که سلول j همان اثری برروی سلول i دارد که سلول i برروی سلول j دارد.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲- فاز بازیابی (Retrieval Phase):

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲- فاز بازیابی (Retrieval Phase):

- **در این فاز، بردار آزمایشی x با ابعاد N به‌عنوان بردار حالت اولیه به شبکه اعمال می‌شود. (درایه‌های این بردار مقادیر ۱+ یا ۱- می‌باشند)**

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲- فاز بازیابی (Retrieval Phase):

- در این فاز، بردار آزمایشی x با ابعاد N به‌عنوان بردار حالت اولیه به شبکه اعمال می‌شود. (درایه‌های این بردار مقادیر ۱+ یا ۱- می‌باشند)

- سپس، یکی از سلول‌ها به‌طور اتفاقی انتخاب شده و حالت آن تعیین می‌شود

$$\begin{cases} v_j > 0 \Rightarrow s_j = +1 \\ v_j < 0 \Rightarrow s_j = -1 \\ v_j = 0 \Rightarrow s_j = \text{same as before} \end{cases}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲– فاز بازیابی (Retrieval Phase):

– در این فاز، بردار آزمایشی $\mathbf{x}$ با ابعاد N به‌عنوان بردار حالت اولیه به شبکه اعمال می‌شود. (درایه‌های این بردار مقادیر ۱+ یا ۱– می‌باشند)

– سپس، یکی از سلول‌ها به‌طور اتفاقی انتخاب شده و حالت آن تعیین می‌شود

$$\begin{cases} v_j > 0 \;\Rightarrow\; s_j = +1 \\ v_j < 0 \;\Rightarrow\; s_j = -1 \\ v_j = 0 \;\Rightarrow\; s_j = \text{same as before} \end{cases}$$

– سپس، یک سلول دیگر به‌طور اتفاقی انتخاب شده و حالت آن طبق دستور بالا تعیین می‌شود.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲- فاز بازیابی (Retrieval Phase):

- در این فاز، بردار آزمایشی x با ابعاد N به‌عنوان بردار حالت اولیه به شبکه اعمال می‌شود. (درایه‌های این بردار مقادیر ۱+ یا ۱- می‌باشند)

- سپس، یکی از سلول‌ها به‌طور اتفاقی انتخاب شده و حالت آن تعیین می‌شود

$$\begin{cases} v_j > 0 \Rightarrow s_j = +1 \\ v_j < 0 \Rightarrow s_j = -1 \\ v_j = 0 \Rightarrow s_j = \text{same as before} \end{cases}$$

- سپس، یک سلول دیگر به‌طور اتفاقی انتخاب شده و حالت آن طبق دستور بالا تعیین می‌شود.

- این عمل پیاپی (sequential) یا ناهمزمان (asynchronous) تعیین حالت سلول‌ها آنقدر ادامه یافته تا این که هیچ تغییری در حالت سلول‌ها پدید نیاید.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲– فاز بازیابی (Retrieval Phase):

– به‌عبارت دیگر، بااعمال بردار x ، در نهایت شبکه بردار حالت تغییرناپذیر با زمان y را تولید می‌کند که درایه‌های آن، شرط پایداری را برآورده می‌کنند

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲- فاز بازیابی (Retrieval Phase):

- به‌عبارت دیگر، بااعمال بردار x ، در نهایت شبکه بردار حالت تغییرناپذیر با زمان y را تولید می‌کند که درایه‌های آن، شرط پایداری را برآورده می‌کنند

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

- به بردار حالت y که شرط پایداری را برآورده کند، حالت پایدار یا نقطه ثابت شبکه گویند.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲– فاز بازیابی (Retrieval Phase):

– به‌عبارت دیگر، بااعمال بردار x ، در نهایت شبکه بردار حالت تغییرناپذیر با زمان y را تولید می‌کند که درایه‌های آن، شرط پایداری را برآورده می‌کنند

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1,\ldots,N$$

– به بردار حالت y که شرط پایداری را برآورده کند، حالت پایدار یا نقطه ثابت شبکه گویند.

– نتیجه‌گیری:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲- فاز بازیابی (Retrieval Phase):

- به‌عبارت دیگر، بااعمال بردار x، در نهایت شبکه بردار حالت تغییرناپذیر با زمان y را تولید می‌کند که درایه‌های آن، شرط پایداری را برآورده می‌کنند

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum\nolimits_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

- به بردار حالت y که شرط پایداری را برآورده کند، حالت پایدار یا نقطه ثابت شبکه گویند.

- نتیجه‌گیری:

۱- شروط مهم هوپفیلد برای پایداری شبکه:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲- فاز بازیابی (Retrieval Phase):

– به‌عبارت دیگر، بااعمال بردار x ، در نهایت شبکه بردار حالت تغییرناپذیر با زمان y را تولید می‌کند که درایه‌های آن، شرط پایداری را برآورده می‌کنند

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

– به بردار حالت y که شرط پایداری را برآورده کند، حالت پایدار یا نقطه ثابت شبکه گویند.

– نتیجه‌گیری:

۱- شروط مهم هوپفیلد برای پایداری شبکه:

- در فاز ذخیره‌سازی: عدم وجود خودپسخورد

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲- فاز بازیابی (Retrieval Phase):

– به‌عبارت دیگر، بااعمال بردار x ، در نهایت شبکه بردار حالت تغییرناپذیر با زمان y را تولید می‌کند که درایه‌های آن، شرط پایداری را برآورده می‌کنند

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

– به بردار حالت y که شرط پایداری را برآورده کند، حالت پایدار یا نقطه ثابت شبکه گویند.

– نتیجه‌گیری:

۱- شروط مهم هوپفیلد برای پایداری شبکه:

- در فاز ذخیره‌سازی: عدم وجود خودپسخورد
- در فاز بازیابی: تعیین حالت سلول ها به صورت متوالی (پیاپی)

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲- فاز بازیابی (Retrieval Phase):

- به‌عبارت دیگر، بااعمال بردار x ، در نهایت شبکه بردار حالت تغییرناپذیر با زمان y را تولید می‌کند که درایه‌های آن، شرط پایداری را برآورده می‌کنند

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1,\ldots,N$$

- به بردار حالت y که شرط پایداری را برآورده کند، حالت پایدار یا نقطه ثابت شبکه گویند.

- نتیجه‌گیری:

۱- شروط مهم هوپفیلد برای پایداری شبکه:

- در فاز ذخیره‌سازی: عدم وجود خودپسخورد
- در فاز بازیابی: تعیین حالت سلول ها به صورت متوالی (پیاپی)

۲- بردارها (الگوهای) ذخیره‌شده از جاذبه‌های دینامیکی (نقاط با انرژی کمینه) شبکه هستند.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

۲- فاز بازیابی (Retrieval Phase):

- به‌عبارت دیگر، بااعمال بردار x ، در نهایت شبکه بردار حالت تغییرناپذیر با زمان y را تولید می‌کند که درایه‌های آن، شرط پایداری را برآورده می‌کنند

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1,\dots,N$$

- به بردار حالت y که شرط پایداری را برآورده کند، حالت پایدار یا نقطه ثابت شبکه گویند.

- نتیجه‌گیری:

۱- شروط مهم هوپفیلد برای پایداری شبکه:

- در فاز ذخیره‌سازی: عدم وجود خودپسخورد
- در فاز بازیابی: تعیین حالت سلول ها به صورت متوالی (پیاپی)

۲- بردارها (الگوهای) ذخیره‌شده از جاذبه‌های دینامیکی (نقاط با انرژی کمینه) شبکه هستند.

۳- سایر بردارها (الگوهای ذخیره‌نشده) به یکی از جاذبه‌های دینامیکی شبکه همگراخواهندشد.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– در شبکه هوپفیلد با ۳ سلول می‌خواهیم الگوهای زیر را ذخیره‌کنیم

$$\underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$
$$\underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad -1]^T$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– در شبکه هوپفیلد با ۳ سلول می‌خواهیم الگوهای زیر را ذخیره‌کنیم

$$\underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$
$$\underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad -1]^T$$

۱– ذخیره‌سازی:

$$\mathbf{W} = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P} \underline{\xi}_\mu \underline{\xi}_\mu^T - \frac{P}{N}\mathbf{I}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– در شبکه هوپفیلد با ۳ سلول می‌خواهیم الگوهای زیر را ذخیره‌کنیم

$$\underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$
$$\underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad -1]^T$$

۱– ذخیره‌سازی:

$$\mathbf{W} = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P} \underline{\xi}_\mu \underline{\xi}_\mu^T - \frac{P}{N}\mathbf{I}$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{3}\left\{\begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} +1 & -1 & +1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & +1 & -1 \end{bmatrix}\right\} - \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– در شبکه هوپفیلد با ۳ سلول می‌خواهیم الگوهای زیر را ذخیره‌کنیم

$$\underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$
$$\underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad -1]^T$$

۱– ذخیره‌سازی:

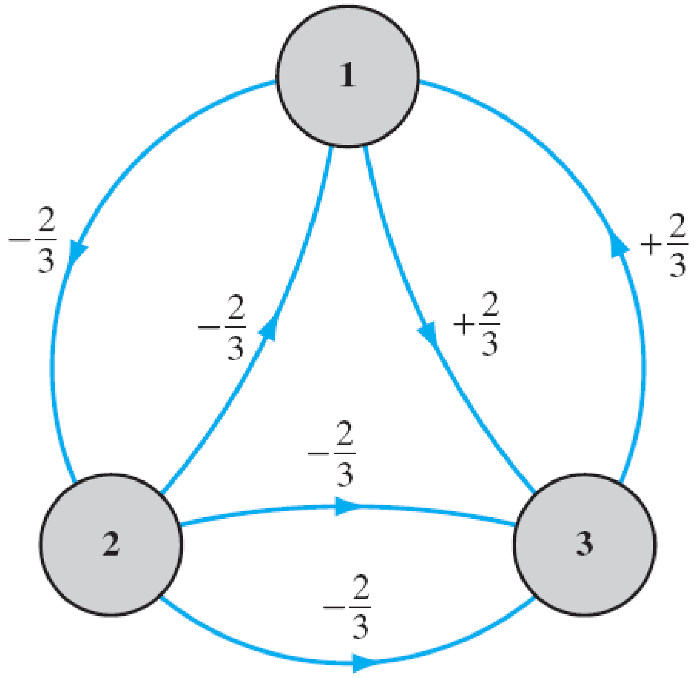
$$\mathbf{W} = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P} \underline{\xi}_\mu \underline{\xi}_\mu^T - \frac{P}{N}\mathbf{I}$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{3}\left\{\begin{bmatrix}+1\\-1\\+1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}+1 & -1 & +1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-1\\+1\\-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & +1 & -1\end{bmatrix}\right\} - \frac{2}{3}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3}\begin{bmatrix}0 & -2 & +2\\-2 & 0 & -2\\+2 & -2 & 0\end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:



$$\mathbf{W} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -2 & +2 \\ -2 & 0 & -2 \\ +2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

۲- بازیابی:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

۲- بازیابی:

- الگوهای ذخیره‌شده، جاذبه‌های دینامیکی شبکه‌اند. یعنی چنانچه همان بردارها را به‌عنوان حالت اولیه سلول‌ها به شبکه بدهیم، هیچ تغییری در حالت‌ها پدید نخواهد آمد:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

۲- بازیابی:

- الگوهای ذخیره‌شده، جاذبه‌های دینامیکی شبکه‌اند. یعنی چنانچه همان بردارها را به‌عنوان حالت اولیه سلول‌ها به شبکه بدهیم، هیچ تغییری در حالت‌ها پدید نخواهد آمد:

$$\mathbf{x} = \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

۲- بازیابی:

- الگوهای ذخیره‌شده، جاذبه‌های دینامیکی شبکه‌اند. یعنی چنانچه همان بردارها را به‌عنوان حالت اولیه سلول‌ها به شبکه بدهیم، هیچ تغییری در حالت‌ها پدید نخواهد آمد:

$$\mathbf{x} = \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

۲- بازیابی:

- الگوهای ذخیره‌شده، جاذبه‌های دینامیکی شبکه‌اند. یعنی چنانچه همان بردارها را به‌عنوان حالت اولیه سلول‌ها به شبکه بدهیم، هیچ تغییری در حالت‌ها پدید نخواهد آمد:

$$\mathbf{x} = \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

سلول ۲ :

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

۲- بازیابی:

- الگوهای ذخیره‌شده، جاذبه‌های دینامیکی شبکه‌اند. یعنی چنانچه همان بردارها را به‌عنوان حالت اولیه سلول‌ها به شبکه بدهیم، هیچ تغییری در حالت‌ها پدید نخواهد آمد:

$$\mathbf{x} = \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

سلول ۲ : $$y_2 = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{3} w_{ji} y_i - \theta_j\right]$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

۲- بازیابی:

- الگوهای ذخیره‌شده، جاذبه‌های دینامیکی شبکه‌اند. یعنی چنانچه همان بردارها را به‌عنوان حالت اولیه سلول‌ها به شبکه بدهیم، هیچ تغییری در حالت‌ها پدید نخواهد آمد:

$$\mathbf{x} = \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

سلول ۲ :

$$y_2 = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{3} w_{ji} y_i - \theta_j\right]$$

$$= \operatorname{sgn}\left[\frac{1}{3}\left(w_{21} y_1 + w_{22} y_2 + w_{23} y_3\right)\right]$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

۲- بازیابی:

- الگوهای ذخیره‌شده، جاذبه‌های دینامیکی شبکه‌اند. یعنی چنانچه همان بردارها را به‌عنوان حالت اولیه سلول‌ها به شبکه بدهیم، هیچ تغییری در حالت‌ها پدید نخواهد آمد:

$$\mathbf{x} = \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

سلول ۲ :

$$y_2 = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{3} w_{ji} y_i - \theta_j\right]$$

$$= \operatorname{sgn}\left[\frac{1}{3}\left(w_{21}y_1 + w_{22}y_2 + w_{23}y_3\right)\right]$$

$$= \operatorname{sgn}\left\{\frac{1}{3}\begin{bmatrix}-2 & 0 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}+1 \\ -1 \\ +1\end{bmatrix}\right\} = -1$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -2 & +2 \\ -2 & 0 & -2 \\ +2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

۲- بازیابی:

- الگوهای ذخیره‌شده، جاذبه‌های دینامیکی شبکه‌اند. یعنی چنانچه همان بردارها را به‌عنوان حالت اولیه سلول‌ها به شبکه بدهیم، هیچ تغییری در حالت‌ها پدید نخواهد آمد:

$$\mathbf{x} = \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

$$y_j = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i - \theta_j\right] \qquad j = 1, \ldots, N$$

سلول ۲ :

$$y_2 = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{3} w_{ji} y_i - \theta_j\right]$$

$$= \operatorname{sgn}\left[\frac{1}{3}\left(w_{21}y_1 + w_{22}y_2 + w_{23}y_3\right)\right]$$

$$= \operatorname{sgn}\left\{\frac{1}{3}\underbrace{\begin{bmatrix}-2 & 0 & -2\end{bmatrix}}_{\text{سطر دوم ماتریس وزن‌ها}}\begin{bmatrix}+1 \\ -1 \\ +1\end{bmatrix}\right\} = -1$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -2 & +2 \\ -2 & 0 & -2 \\ +2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

سلول ۱ :

$$y_1 = \mathrm{sgn}\left\{\frac{1}{3}\begin{bmatrix}0 & -2 & +2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}+1\\-1\\+1\end{bmatrix}\right\} = +1$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

سلول ۱ :

$$y_1 = \text{sgn}\left\{\frac{1}{3}\begin{bmatrix}0 & -2 & +2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}+1\\-1\\+1\end{bmatrix}\right\} = +1$$

سلول ۳ :

$$y_3 = \text{sgn}\left\{\frac{1}{3}\begin{bmatrix}+2 & -2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}+1\\-1\\+1\end{bmatrix}\right\} = +1$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

سلول ۱ :
$$y_1 = \operatorname{sgn}\left\{\frac{1}{3}\begin{bmatrix}0 & -2 & +2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}+1\\-1\\+1\end{bmatrix}\right\} = +1$$

سلول ۳ :
$$y_3 = \operatorname{sgn}\left\{\frac{1}{3}\begin{bmatrix}+2 & -2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}+1\\-1\\+1\end{bmatrix}\right\} = +1$$

حالت نهایی سلول‌ها:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix}+1 & -1 & +1\end{bmatrix}^T = \underline{\xi}_1$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– یکی از بردارهای ذخیره نشده:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– یکی از بردارهای ذخیره نشده:

$$\mathbf{x} = [+1 \quad +1 \quad +1]^T$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -2 & +2 \\ -2 & 0 & -2 \\ +2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– یکی از بردارهای ذخیره نشده:

$$\mathbf{x} = [+1 \quad +1 \quad +1]^T \quad \Rightarrow \quad \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -2 & +2 \\ -2 & 0 & -2 \\ +2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– یکی از بردارهای ذخیره نشده:

$$\mathbf{x} = [+1 \quad +1 \quad +1]^T \quad \Rightarrow \quad \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

$$\mathbf{x} = [-1 \quad -1 \quad -1]^T$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -2 & +2 \\ -2 & 0 & -2 \\ +2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

- یکی از بردارهای ذخیره نشده:

$$\mathbf{x} = [+1 \quad +1 \quad +1]^T \quad \Rightarrow \quad \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

$$\mathbf{x} = [-1 \quad -1 \quad -1]^T \quad \Rightarrow \quad \underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad -1]^T$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -2 & +2 \\ -2 & 0 & -2 \\ +2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

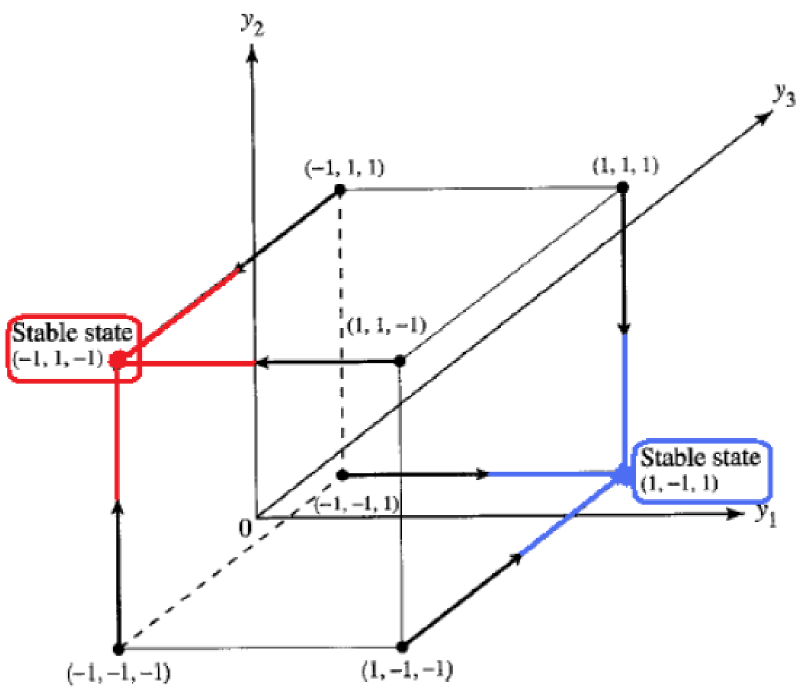
مثال:

– یکی از بردارهای ذخیره نشده:

$$\mathbf{x} = [+1 \quad +1 \quad +1]^T \quad \Rightarrow \quad \underline{\xi}_1 = [+1 \quad -1 \quad +1]^T$$

$$\mathbf{x} = [-1 \quad -1 \quad -1]^T \quad \Rightarrow \quad \underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad -1]^T$$

– و در نهایت برای تمامی بردارها:



$$\mathbf{W} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -2 & +2 \\ -2 & 0 & -2 \\ +2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– فرض کنید دو بردار [1− 1+] و [1+ 1−] را در شبکه هوپفیلد با ۲ سلول ذخیره کنیم.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

- فرض کنید دو بردار $[+1 \quad -1]$ و $[-1 \quad +1]$ را در شبکه هوپفیلد با ۲ سلول ذخیره کنیم.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

- فرض کنید دو بردار $[+1 \quad -1]$ و $[-1 \quad +1]$ را در شبکه هوپفیلد با ۲ سلول ذخیره کنیم.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- حال در مرحله بازیابی، به‌جای تعیین حالت سلول‌ها به‌طور پیاپی، آن‌ها را به‌طور همزمان تغییر دهیم:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– فرض کنید دو بردار $[-1 \quad +1]$ و $[+1 \quad -1]$ را در شبکه هوپفیلد با ۲ سلول ذخیره کنیم.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

– حال در مرحله بازیابی، به‌جای تعیین حالت سلول‌ها به‌طور پیاپی، آن‌ها را به‌طور همزمان تغییر دهیم:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– فرض کنید دو بردار $[-1 \quad +1]$ و $[+1 \quad -1]$ را در شبکه هوپفیلد با ۲ سلول ذخیره کنیم.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

– حال در مرحله بازیابی، به‌جای تعیین حالت سلول‌ها به‌طور پیاپی، آن‌ها را به‌طور همزمان تغییر دهیم:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– فرض کنید دو بردار $[-1 \quad +1]$ و $[+1 \quad -1]$ را در شبکه هوپفیلد با ۲ سلول ذخیره کنیم.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

– حال در مرحله بازیابی، به‌جای تعیین حالت سلول‌ها به‌طور پیاپی، آن‌ها را به‌طور همزمان تغییر دهیم:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– فرض کنید دو بردار $[-1\ \ +1]$ و $[+1\ \ -1]$ را در شبکه هوپفیلد با ۲ سلول ذخیره کنیم.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

– حال در مرحله بازیابی، به‌جای تعیین حالت سلول‌ها به‌طور پیاپی، آن‌ها را به‌طور همزمان تغییر دهیم:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– فرض کنید دو بردار $[-1 \quad +1]$ و $[+1 \quad -1]$ را در شبکه هوپفیلد با ۲ سلول ذخیره کنیم.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

– حال در مرحله بازیابی، به‌جای تعیین حالت سلول‌ها به‌طور پیاپی، آن‌ها را به‌طور همزمان تغییر دهیم:

$$\left.\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} &\Rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} &\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}\right\}$$

سیکل حدی
(Limit Cycle)
با طول ۲

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

جمع‌بندی شبکه هوپفیلد:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

جمع‌بندی شبکه هوپفیلد:

۱- آموزش (ذخیره‌سازی):

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

جمع‌بندی شبکه هوپفیلد:

۱- آموزش (ذخیره‌سازی):

- برای ذخیره‌سازی P الگو $\{\underline{\xi}_1, \dots, \underline{\xi}_P\}$، وزن‌های شبکه به این‌صورت محاسبه می‌شوند:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

جمع‌بندی شبکه هوپفیلد:

۱- آموزش (ذخیره‌سازی):

- برای ذخیره‌سازی P الگو $\{\underline{\xi}_1, \ldots, \underline{\xi}_P\}$، وزن‌های شبکه به این‌صورت محاسبه می‌شوند:

$$w_{ji} = \begin{cases} \dfrac{1}{N} \sum_{\mu=1}^{P} \xi_{\mu j} \xi_{\mu i} & j \neq i \\ 0 & j = i \end{cases}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

جمع‌بندی شبکه هوپفیلد:

۱- آموزش (ذخیره‌سازی):

- **برای ذخیره‌سازی P الگو $\{\underline{\xi}_1, \ldots, \underline{\xi}_P\}$، وزن‌های شبکه به این‌صورت محاسبه می‌شوند:**

$$w_{ji} = \begin{cases} \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P} \xi_{\mu j}\xi_{\mu i} & j \neq i \\ 0 & j = i \end{cases}$$

- **بعد از محاسبه وزن‌ها، آن‌ها را ثابت نگه می‌داریم.**

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

جمع‌بندی شبکه هوپفیلد:

۱- آموزش (ذخیره‌سازی):

- برای ذخیره‌سازی P الگو $\{\underline{\xi}_1, \ldots, \underline{\xi}_P\}$، وزن‌های شبکه به این‌صورت محاسبه می‌شوند:

$$w_{ji} = \begin{cases} \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P}\xi_{\mu j}\xi_{\mu i} & j \neq i \\ 0 & j = i \end{cases}$$

- بعد از محاسبه وزن‌ها، آن‌ها را ثابت نگه می‌داریم.

۲- اعمال ورودی‌ها و بازیابی:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

جمع‌بندی شبکه هوپفیلد:

۱- آموزش (ذخیره‌سازی):

- برای ذخیره‌سازی P الگو $\{\underline{\xi}_1, \ldots, \underline{\xi}_P\}$، وزن‌های شبکه به این‌صورت محاسبه می‌شوند:

$$w_{ji} = \begin{cases} \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{P} \xi_{\mu j}\xi_{\mu i} & j \neq i \\ 0 & j = i \end{cases}$$

- بعد از محاسبه وزن‌ها، آن‌ها را ثابت نگه می‌داریم.

۲- اعمال ورودی‌ها و بازیابی:

- چنانچه $\mathbf{x}$ بردار ناشناخته با N درایه باشد، در این‌صورت مقدار اولیه بردار حالت شبکه برابر است با

$$y_j(0) = x_j$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

جمع‌بندی شبکه هوپفیلد:

۱- آموزش (ذخیره‌سازی):

- **برای ذخیره‌سازی P الگو $\{\underline{\xi}_1, \dots, \underline{\xi}_P\}$، وزن‌های شبکه به این‌صورت محاسبه می‌شوند:**

$$w_{ji} = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^{P} \xi_{\mu j} \xi_{\mu i} & j \neq i \\ 0 & j = i \end{cases}$$

- **بعد از محاسبه وزن‌ها، آن‌ها را ثابت نگه می‌داریم.**

۲- اعمال ورودی‌ها و بازیابی:

- **چنانچه x بردار ناشناخته با N درایه باشد، در این‌صورت مقدار اولیه بردار حالت شبکه برابر است با**

$$y_j(0) = x_j$$

۳- تکرار تا همگرایی:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

جمع‌بندی شبکه هوپفیلد:

۱- آموزش (ذخیره‌سازی):

- برای ذخیره‌سازی P الگو $\{\underline{\xi}_1, \ldots, \underline{\xi}_P\}$، وزن‌های شبکه به این‌صورت محاسبه می‌شوند:

$$w_{ji} = \begin{cases} \dfrac{1}{N} \sum_{\mu=1}^{P} \xi_{\mu j} \xi_{\mu i} & j \neq i \\ 0 & j = i \end{cases}$$

- بعد از محاسبه وزن‌ها، آن‌ها را ثابت نگه می‌داریم.

۲- اعمال ورودی‌ها و بازیابی:

- چنانچه x بردار ناشناخته با N درایه باشد، در این‌صورت مقدار اولیه بردار حالت شبکه برابر است با

$$y_j(0) = x_j$$

۳- تکرار تا همگرایی:

- درایه‌های بردار حالت y به‌طور ناهمزمان (یعنی به‌طور اتفاقی و یک درایه در هر لحظه) برطبق رابطه زیر محاسبه می‌شوند:

$$y_j(n+1) = \operatorname{sgn}\left[\sum_{i=1}^{N} w_{ji} y_i(n)\right]$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– در شبکه هوپفیلد با ۳ سلول می‌خواهیم الگوهای زیر را ذخیره‌کنیم:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– در شبکه هوپفیلد با ۳ سلول می‌خواهیم الگوهای زیر را ذخیره‌کنیم:

$$\underline{\xi}_1 = [+1 \quad +1 \quad +1]^T$$

$$\underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad +1]^T$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– در شبکه هوپفیلد با ۳ سلول می‌خواهیم الگوهای زیر را ذخیره‌کنیم:

$$\underline{\xi}_1 = [+1 \quad +1 \quad +1]^T$$

$$\underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad +1]^T$$

– دراین‌صورت، بردارهای زیر نیز حافظه پایدار شبکه‌اند (تمرین کنید):

$$\mathbf{y} = [-1 \quad -1 \quad -1]^T$$

$$\mathbf{y} = [+1 \quad -1 \quad -1]^T$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– در شبکه هوپفیلد با ۳ سلول می‌خواهیم الگوهای زیر را ذخیره‌کنیم:

$$\underline{\xi}_1 = [+1 \quad +1 \quad +1]^T$$

$$\underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad +1]^T$$

– دراین‌صورت، بردارهای زیر نیز حافظه پایدار شبکه‌اند (تمرین کنید):

$$\mathbf{y} = [-1 \quad -1 \quad -1]^T$$

$$\mathbf{y} = [+1 \quad -1 \quad -1]^T$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

– در شبکه هوپفیلد با ۳ سلول می‌خواهیم الگوهای زیر را ذخیره‌کنیم:

$$\underline{\xi}_1 = [+1 \quad +1 \quad +1]^T$$

$$\underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad +1]^T$$

– دراین‌صورت، بردارهای زیر نیز حافظه پایدار شبکه‌اند (تمرین کنید):

$$\mathbf{y} = [-1 \quad -1 \quad -1]^T$$

$$\mathbf{y} = [+1 \quad -1 \quad -1]^T$$

– به این جاذبه‌های ناخواسته، حالت‌های بدلی (Spurious States) می‌گویند.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

مثال:

- در شبکه هوپفیلد با ۳ سلول می‌خواهیم الگوهای زیر را ذخیره‌کنیم:

$$\underline{\xi}_1 = [+1 \quad +1 \quad +1]^T$$
$$\underline{\xi}_2 = [-1 \quad +1 \quad +1]^T$$

- دراین‌صورت، بردارهای زیر نیز حافظه پایدار شبکه‌اند (تمرین کنید):

$$\mathbf{y} = [-1 \quad -1 \quad -1]^T$$

$$\mathbf{y} = [+1 \quad -1 \quad -1]^T$$

- به این جاذبه‌های ناخواسته، حالت‌های بدلی (Spurious States) می‌گویند.
- برای تحلیل این حالت‌ها، تابع انرژی را بررسی خواهیم کرد.