شبکه‌های عصبی مصنوعی

جلسه هفتم:
پرسپترون چند لایه (۳)
(Multi-Layer Perceptron = MLP)

محمد فرخی (farrokhi AT iust.ac.ir)

پرسپترون چندلایه (MLP)

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

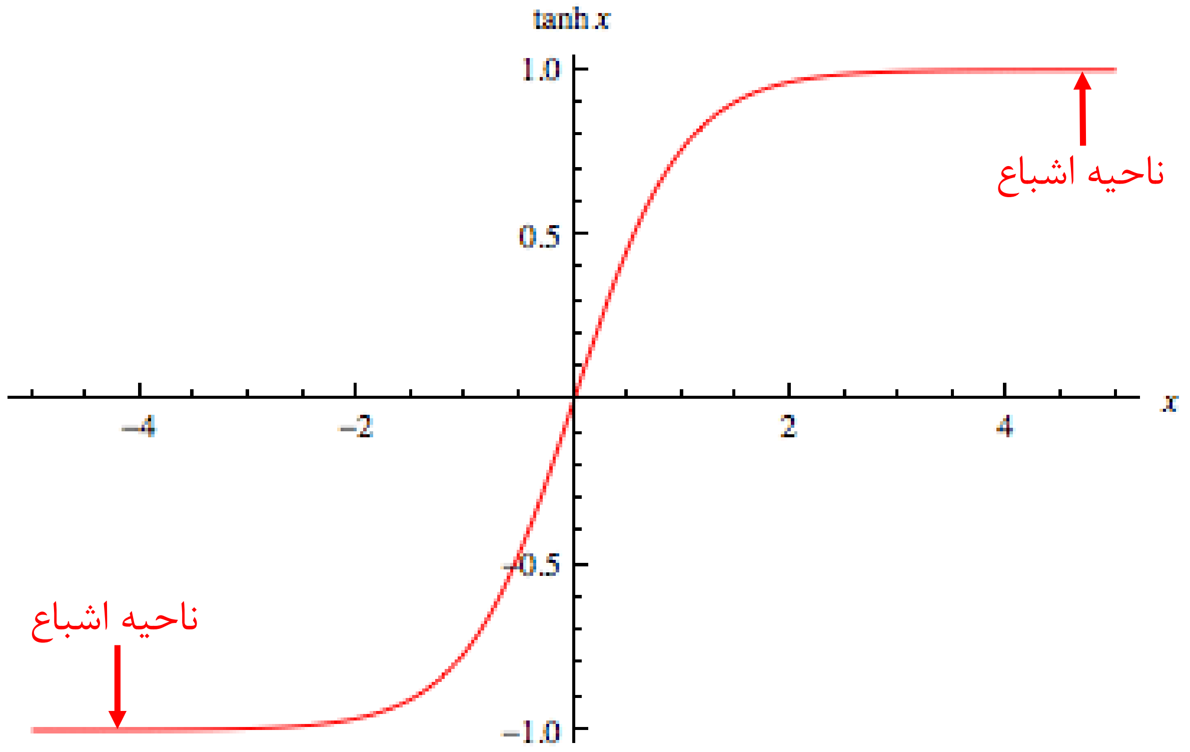
عدم این کار می‌تواند باعث موارد زیر شود:

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

عدم این کار می‌تواند باعث موارد زیر شود:

۱- اشباع سلول‌ها



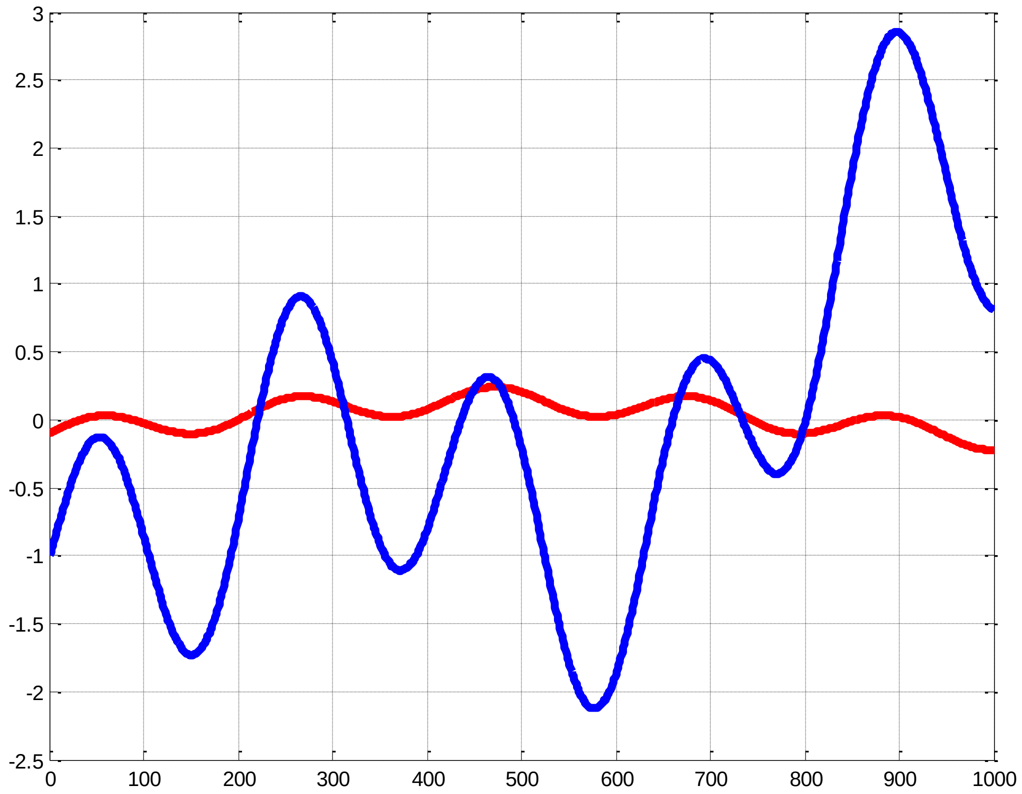
پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

عدم این کار می‌تواند باعث موارد زیر شود:

۱- اشباع سلول‌ها

۲- یکسان موثرنبودن سیگنال‌های ورودی و خروجی



پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های ورودی:

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های ورودی:

$$\bar{x}_i(n) = s_i\, x_i(n) - o_i, \quad \forall i = 1, \ldots, p$$

پرسپترون چندلایه (MLP)

<u>**مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:**</u>

مقیاس‌کردن سیگنال‌های ورودی:

$$\bar{x}_i(n) = s_i x_i(n) - o_i, \quad \forall i = 1, \dots, p$$

s_i ضریب مقیاس (**scale factor**)

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های ورودی:

$$\bar{x}_i(n) = s_i x_i(n) - o_i, \quad \forall i = 1,\ldots,p$$

s_i ضریب مقیاس (scale factor)

o_i مقدار جابه‌جایی (off-set value)

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های ورودی:

$$\bar{x}_i(n) = s_i x_i(n) - o_i, \quad \forall i = 1,\ldots,p$$

s_i ضریب مقیاس (**scale factor**)

o_i مقدار جابه‌جایی (**off-set value**)

$$s_i = \frac{\text{Hi} - \text{Low}}{\text{Max} - \text{Min}}$$

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های ورودی:

$$\bar{x}_i(n) = s_i\, x_i(n) - o_i, \quad \forall i = 1,\ldots, p$$

s_i ضریب مقیاس (scale factor)

o_i مقدار جابه‌جایی (off-set value)

$$s_i = \frac{\mathrm{Hi} - \mathrm{Low}}{\mathrm{Max} - \mathrm{Min}}$$

$$o_i = \frac{\mathrm{Max} \times \mathrm{Low} - \mathrm{Min} \times \mathrm{Hi}}{\mathrm{Max} - \mathrm{Min}}$$

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های ورودی:

$$\bar{x}_i(n) = s_i\, x_i(n) - o_i, \quad \forall i = 1,\ldots, p$$

s_i ضریب مقیاس (**scale factor**)

o_i مقدار جابه‌جایی (**off-set value**)

$$s_i = \frac{\text{Hi} - \text{Low}}{\text{Max} - \text{Min}}$$

$$o_i = \frac{\text{Max} \times \text{Low} - \text{Min} \times \text{Hi}}{\text{Max} - \text{Min}}$$

Max بیشنه مقدار سیگنال

Min کمینه مقدار سیگنال

Hi بیشنیه دلخواه

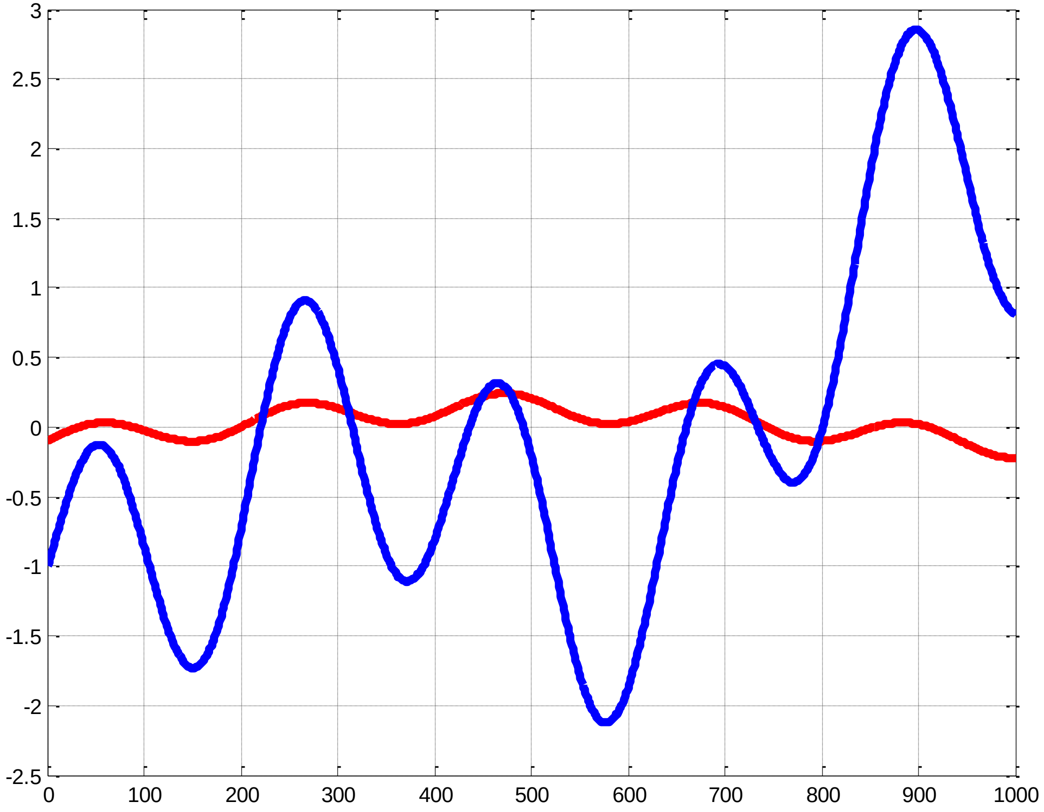
Low کمینه دلخواه

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های ورودی:

پرسپترون چندلایه (MLP)



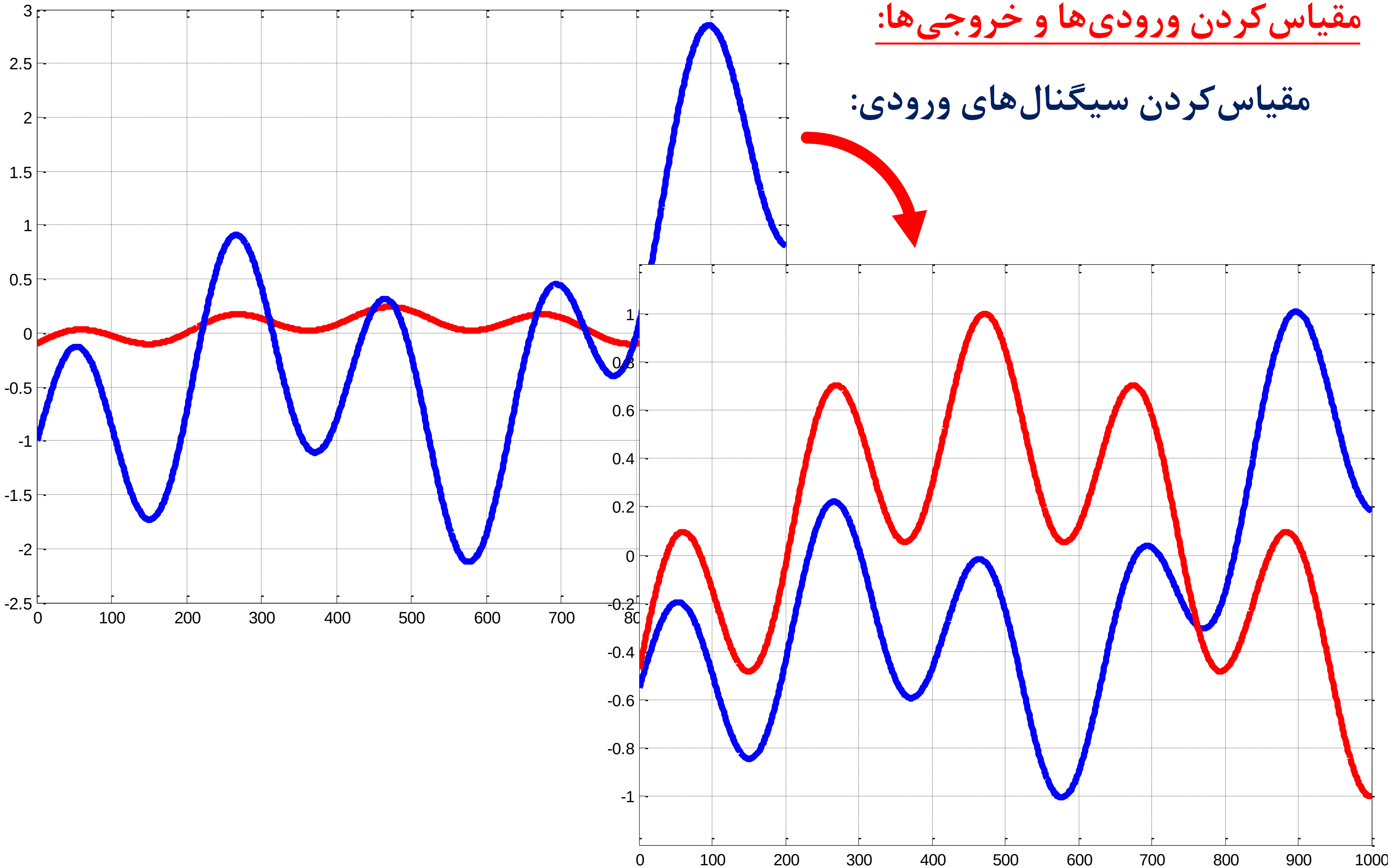
مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های ورودی:

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های ورودی:



پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

پرسپترون چندلایه (MLP)

<u>مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:</u>

مقیاس‌کردن سیگنال‌های خروجی:

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های خروجی:

$$\bar{y}_k(n) = s_k\, y_k(n) - o_k, \quad \forall k = 1, \ldots, m$$

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های خروجی:

$$\bar{y}_k(n) = s_k\, y_k(n) - o_k, \quad \forall k = 1, \ldots, m$$

- چنانچه سلول‌های خروجی از نوع خطی باشند، در این‌صورت نیازی به مقیاس‌کردن سیگنال‌های خروجی نیست.
ولی بهتر است این کار را برای سیگنال‌های خروجی نیز انجام‌داد.

پرسپترون چندلایه (MLP)

مقیاس‌کردن ورودی‌ها و خروجی‌ها:

مقیاس‌کردن سیگنال‌های خروجی:

$$\bar{y}_k(n) = s_k\, y_k(n) - o_k, \quad \forall k = 1, \ldots, m$$

– چنانچه سلول‌های خروجی از نوع خطی باشند، در این‌صورت نیازی به مقیاس‌کردن سیگنال‌های خروجی نیست.
ولی بهتر است این کار را برای سیگنال‌های خروجی نیز انجام‌داد.

– مقدارتقریبی Hi و Low برای ورودی‌ها به‌ترتیب ۱ و ۱− و برای خروجی‌ها به‌ترتیب ۰/۸ و ۰/۸−

پرسپترون چندلایه (MLP)

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– هنوز قاعده مشخص و منظمی در این مورد وجود ندارد و بیشتر با استفاده از تجربه تعیین می‌شود.

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– هنوز قاعده مشخص و منظمی در این مورد وجود ندارد و بیشتر با استفاده از تجربه تعیین می‌شود.

– مواردی را که می‌توان درنظر گرفت:

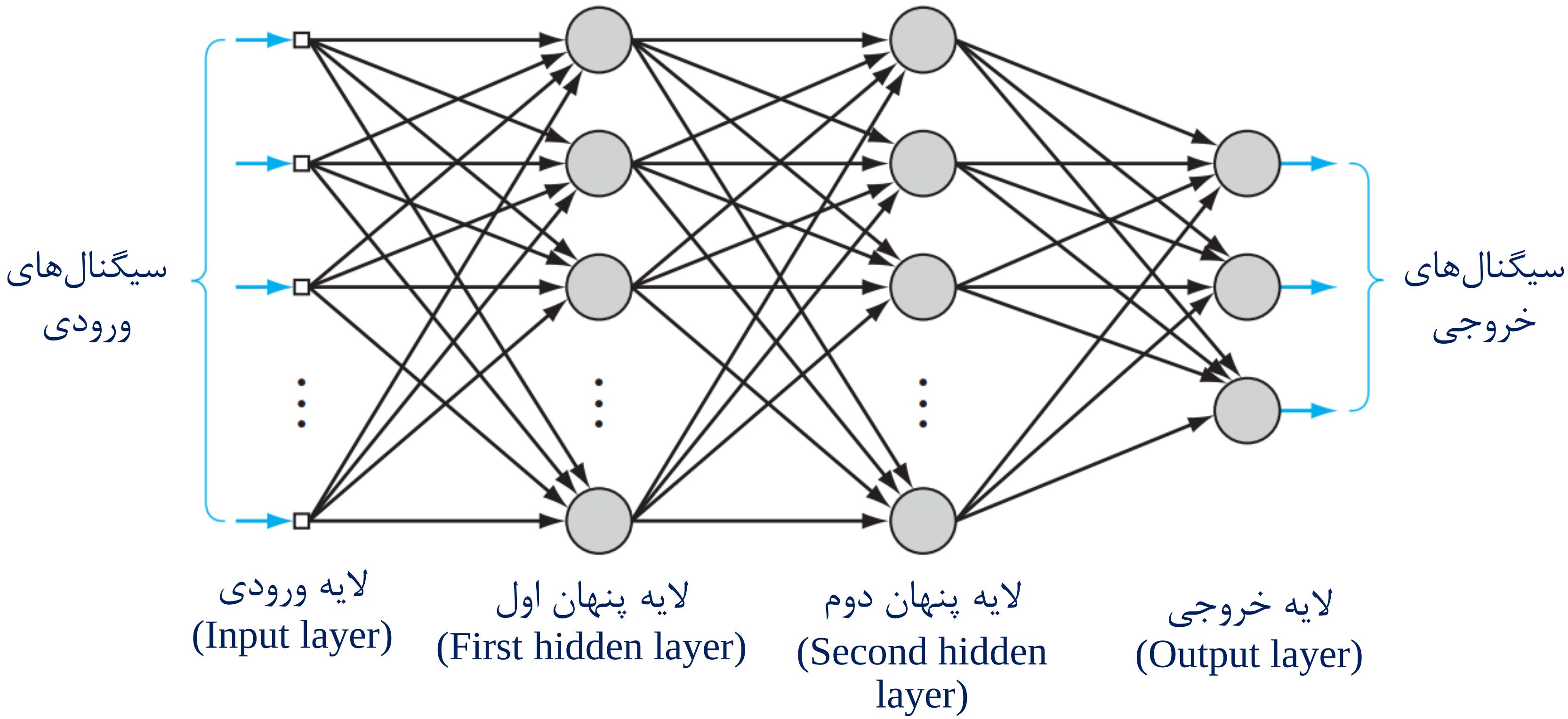
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– هنوز قاعده مشخص و منظمی در این مورد وجود ندارد و بیشتر با استفاده از تجربه تعیین می‌شود.

– مواردی را که می‌توان درنظر گرفت:

• تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها



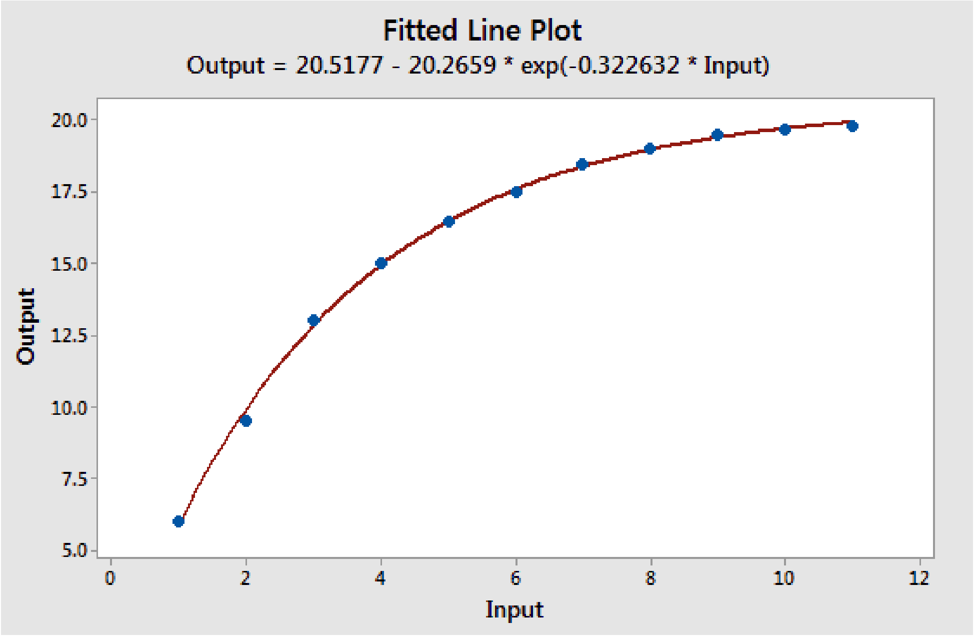
پرسپترون چندلایه (MLP)

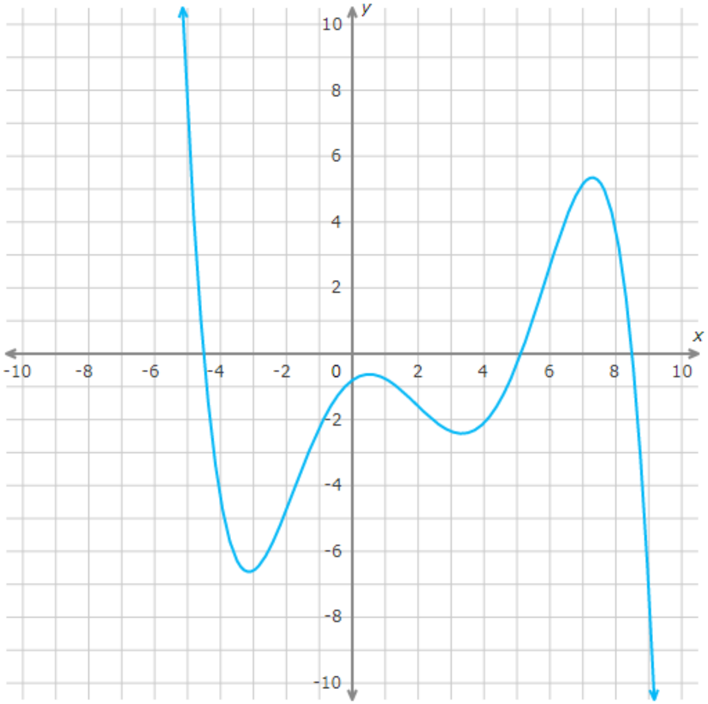
تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– هنوز قاعده مشخص و منظمی در این مورد وجود ندارد و بیشتر با استفاده از تجربه تعیین می‌شود.

– مواردی را که می‌توان درنظر گرفت:

- تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها
- پیچیدگی نگاشت‌های ورودی-خروجی





پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

مثال ۱:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

مثال ۱:

با دو سلول در یک لایه پنهان شروع کرده و به‌تدریج تعداد سلول‌ها را افزایش دهید.

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

پرسپترون چندلایه (MLP)

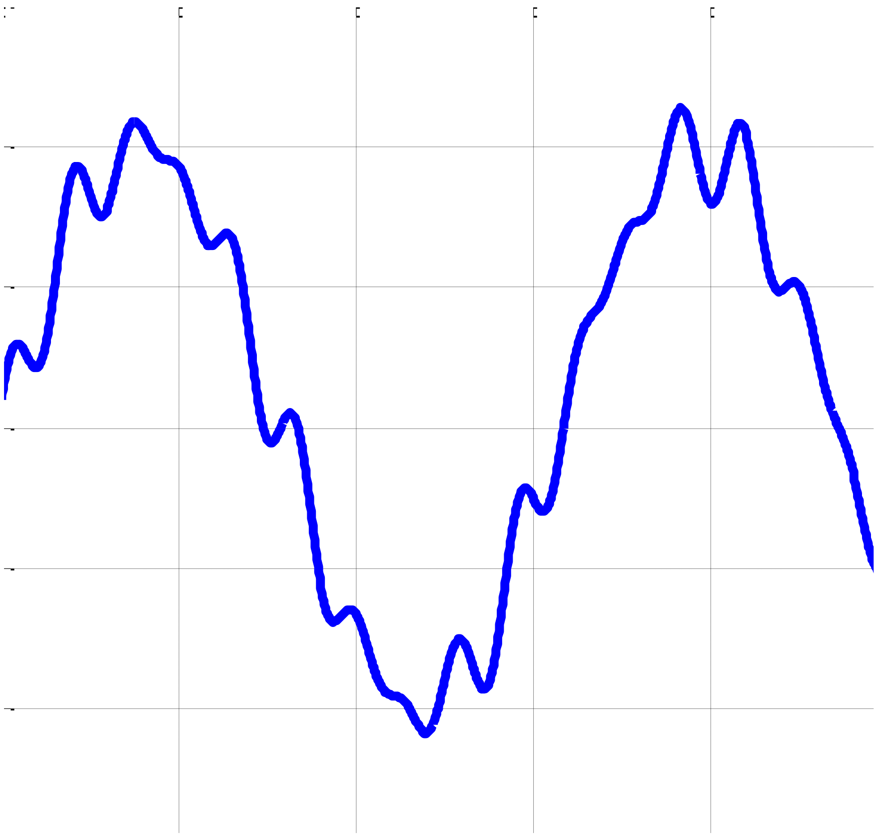
تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

مثال ۲:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

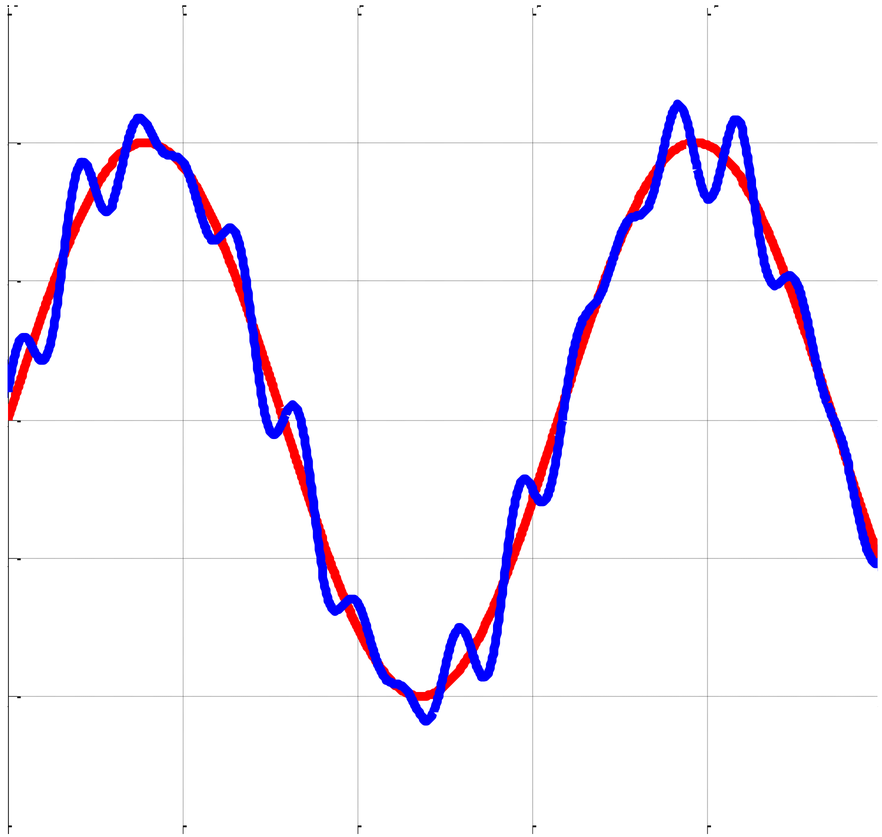
مثال ۲:



- احتمالا نیاز به دولایه پنهان است.

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

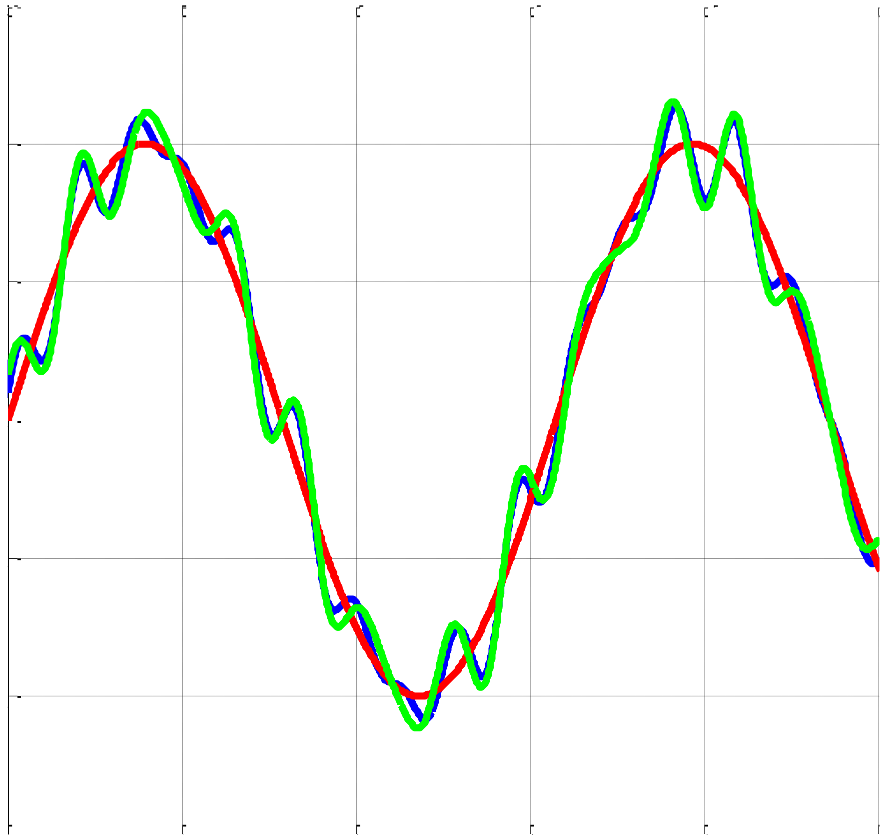


مثال ۲:

- **احتمالا نیاز به دولایه پنهان است.**
- **در لایه اول، تقریبی کلی از نگاشت به دست می‌آید (نمودار قرمز).**

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

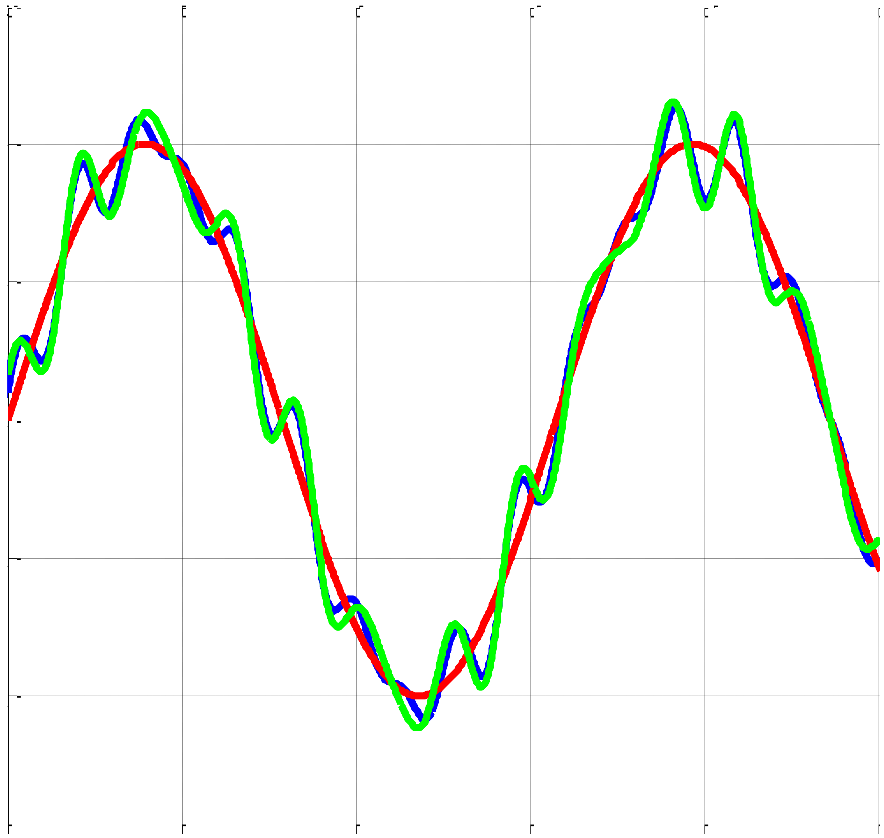


مثال ۲:

- احتمالا نیاز به دولایه پنهان است.
- در لایه اول، تقریبی کلی از نگاشت به دست می‌آید (نمودار قرمز).
- سپس در لایه دوم، جزییات نگاشت حاصل می‌شود (نمودار سبز).

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:



مثال ۲:

- احتمالا نیاز به دولایه پنهان است.
- در لایه اول، تقریبی کلی از نگاشت به دست می‌آید (نمودار قرمز).
- سپس در لایه دوم، جزییات نگاشت حاصل می‌شود (نمودار سبز).
- توجه کنید که یک لایه با تعداد سول کم (نمودار قرمز) ممکن است برای مواردی نظیر فیلترکردن داده‌ها مناسب باشد (طراحی فیلترهای غیرخطی).

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

پرسپترون چندلایه (MLP)

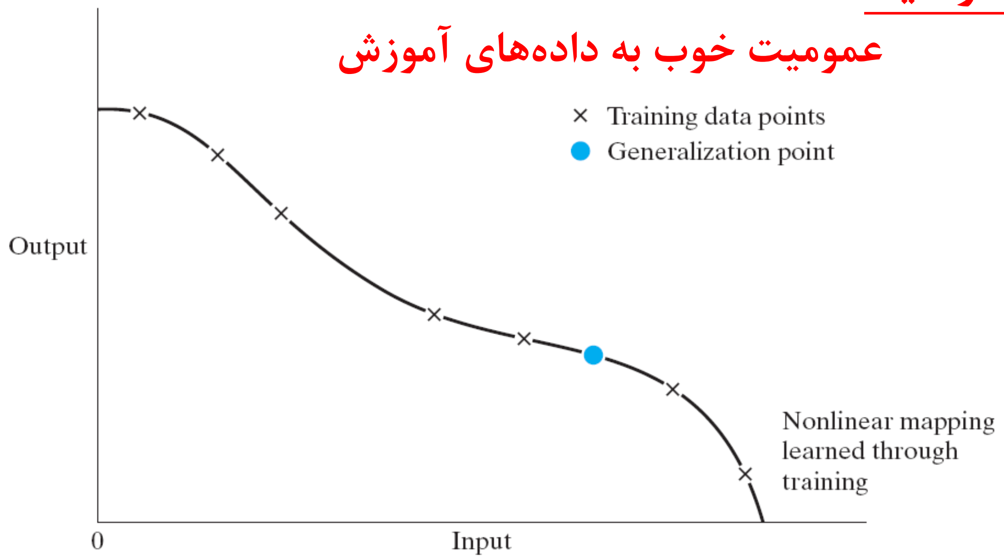
تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– تعداد زیاد سلول‌ها و لایه‌های پنهان می‌تواند منجر به بیش‌برازش شود که معمولا نامناسب است.

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

عمومیت خوب به داده‌های آموزش



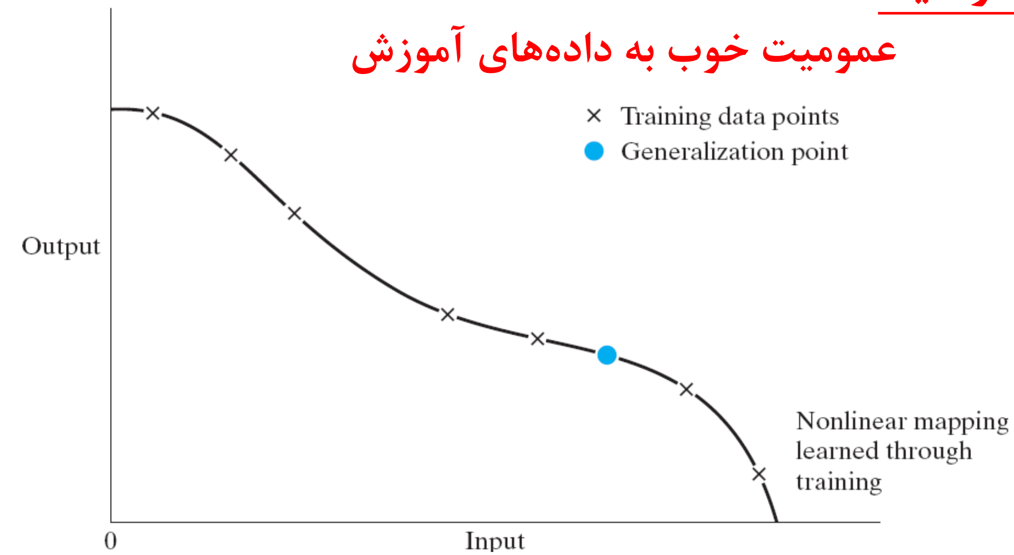
– تعداد زیاد سلول‌ها و لایه‌های پنهان می‌تواند منجر به بیش‌برازش شود که معمولا نامناسب است.

پرسپترون چندلایه (MLP)

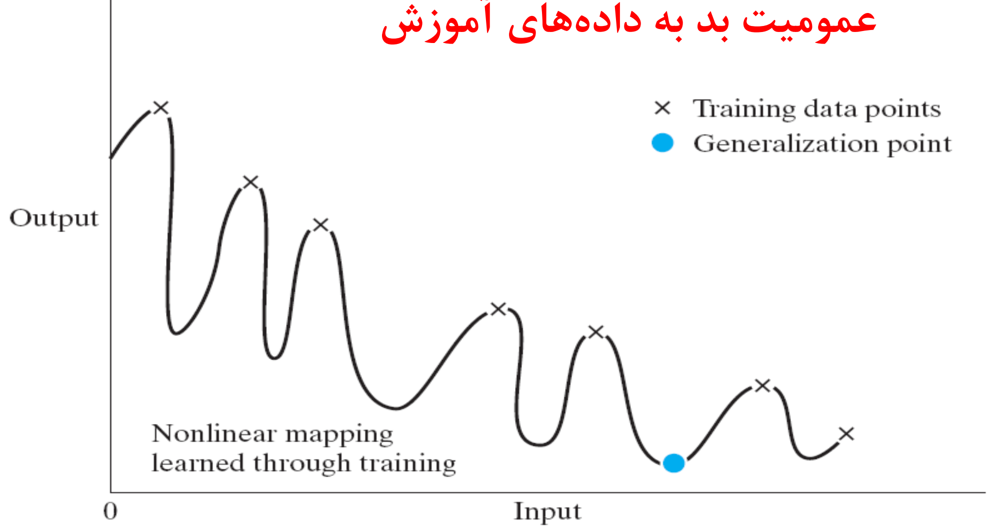
تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

- تعداد زیاد سلول‌ها و لایه‌های پنهان می‌تواند منجر به بیش‌برازش شود که معمولا نامناسب است.

عمومیت خوب به داده‌های آموزش



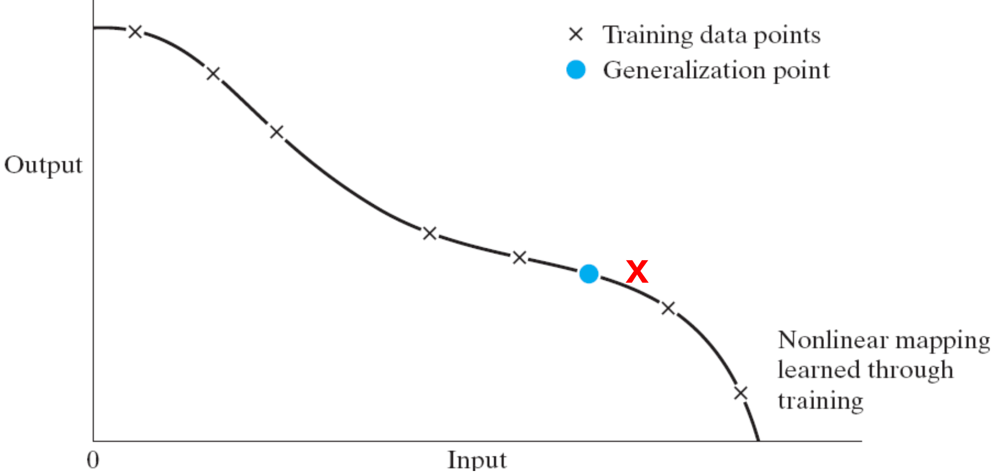
عمومیت بد به داده‌های آموزش



پرسپترون چندلایه (MLP)

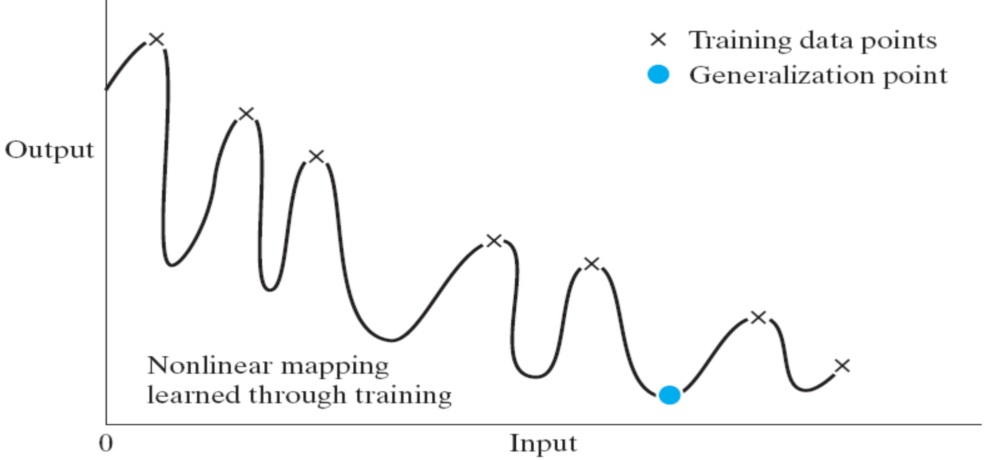
<u>تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:</u>

عمومیت خوب به داده‌های آموزش



– تعداد زیاد سلول‌ها و لایه‌های پنهان می‌تواند منجر به بیش‌برازش شود که معمولا نامناسب است.

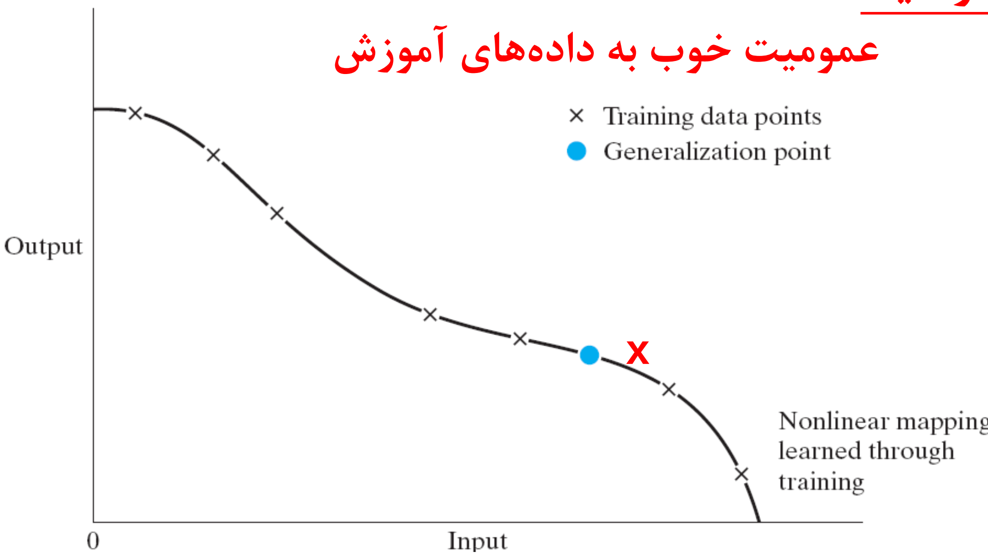
عمومیت بد به داده‌های آموزش

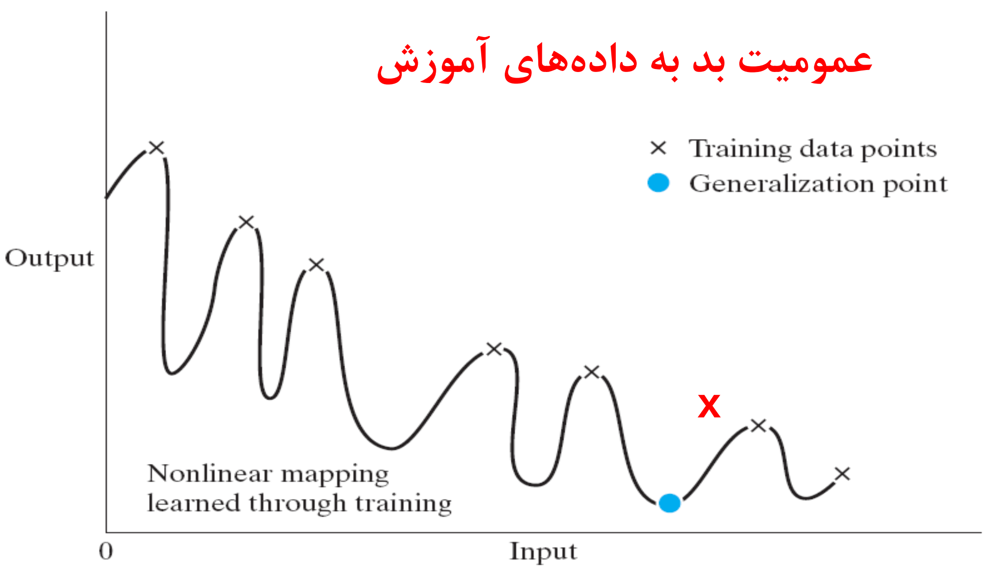


پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– تعداد زیاد سلول‌ها و لایه‌های پنهان می‌تواند منجر به بیش‌برازش شود که معمولا نامناسب است.

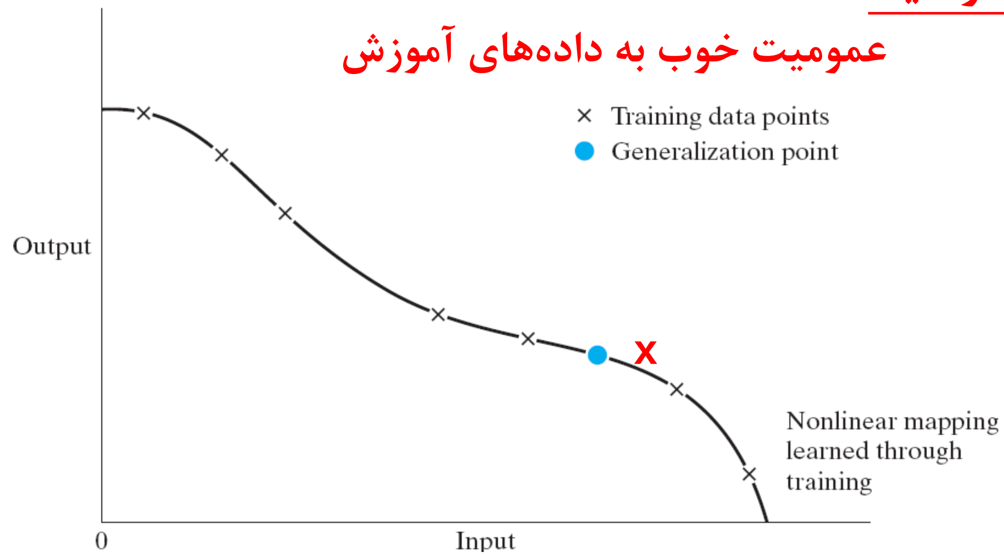




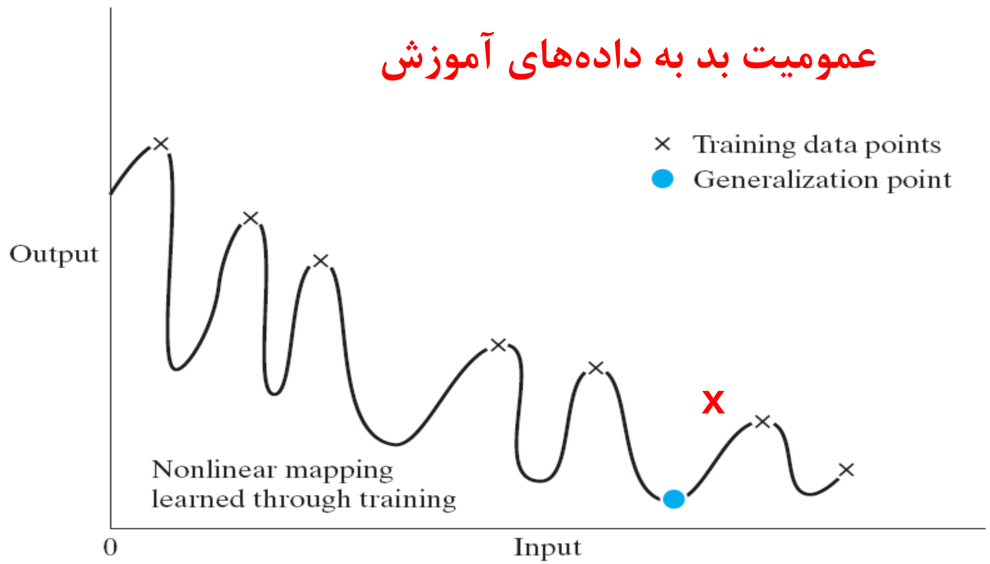
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

عمومیت خوب به داده‌های آموزش



عمومیت بد به داده‌های آموزش



– تعداد زیاد سلول‌ها و لایه‌های پنهان می‌تواند منجر به بیش‌برازش شود که معمولا نامناسب است.

– به‌طور کلی:

برای نگاشت‌های نسبتا ساده:
با یک لایه پنهان و تعداد سلول کم شروع کرده و به‌تدریج آن را زیاد کنید.

برای نگاشت‌های پیچیده:
با یک لایه پنهان و تعداد سلول کم شروع کرده و به‌تدریج تعداد سلول و لایه پنهان را زیاد.

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

- یکی از راه‌های ساده‌کردن ساختار شبکه و به‌دست‌آوردن تقریب مناسب:

پرسپترون چندلایه (MLP)

<u>**تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:**</u>

– **یکی از راه‌های ساده‌کردن ساختار شبکه و به‌دست‌آوردن تقریب مناسب:**

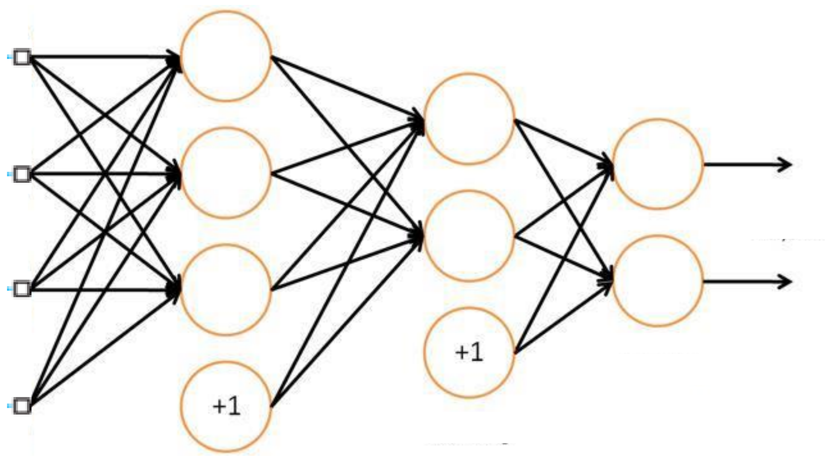
<u>**برای تقریب سیستمی با p ورودی و m خروجی، می‌توان از m شبکه MLP با p ورودی و تنها یک خروجی استفاده کرد.**</u>

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– یکی از راه‌های ساده‌کردن ساختار شبکه و به‌دست‌آوردن تقریب مناسب:

برای تقریب سیستمی با p ورودی و m خروجی، می‌توان از m شبکه MLP با p ورودی و تنها یک خروجی استفاده کرد.

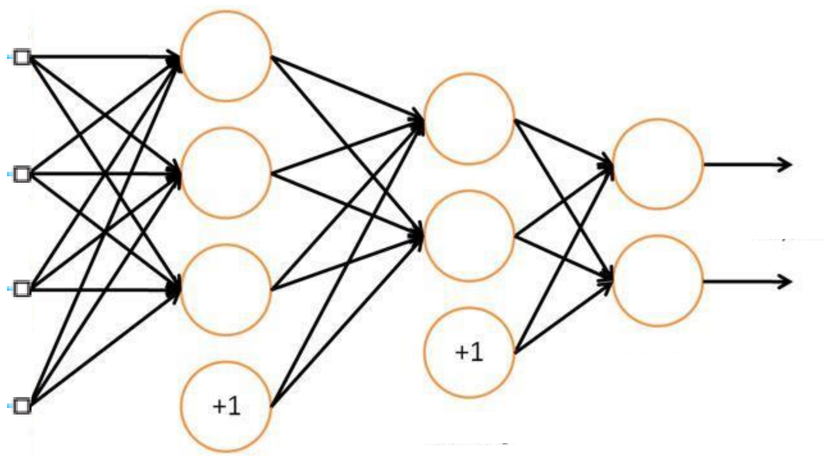


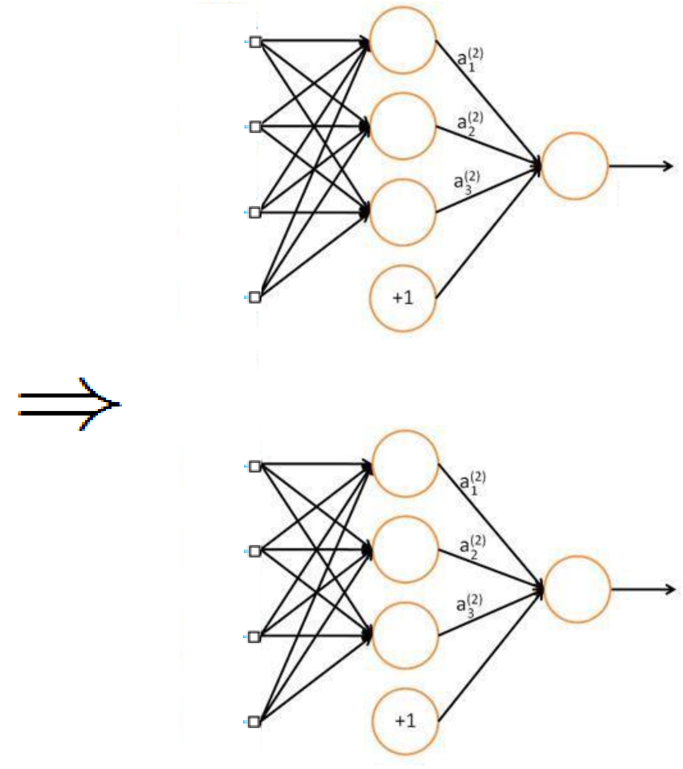
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

- یکی از راه‌های ساده‌کردن ساختار شبکه و به‌دست‌آوردن تقریب مناسب:

برای تقریب سیستمی با p ورودی و m خروجی، می‌توان از m شبکه MLP با p ورودی و تنها یک خروجی استفاده کرد.





پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

- نکات بسیار مهم:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

- نکات بسیار مهم:

۱- حداکثر تعداد لایه‌های پنهان که می‌توانید استفاده کنید، دو لایه است. این نکته، ریشه در قضیه کولموگروف دارد (بعدا خواهیم دید).

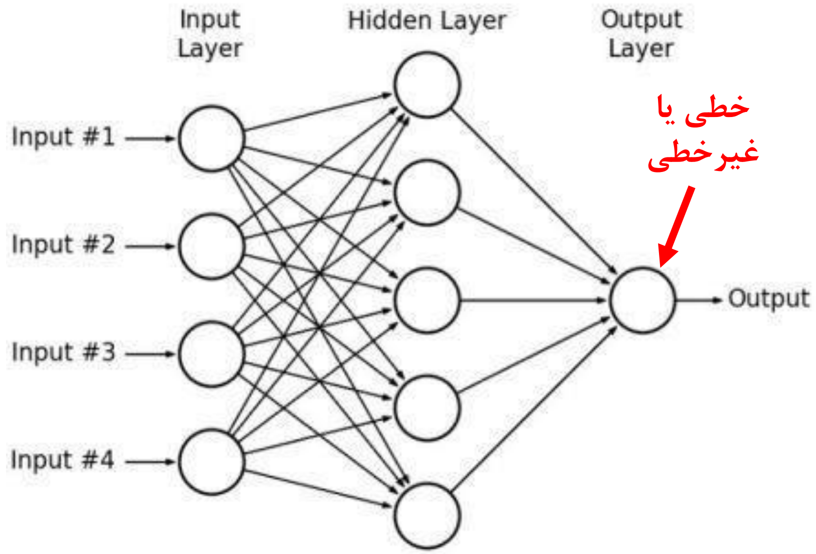
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– نکات بسیار مهم:

۱– حداکثر تعداد لایه‌های پنهان که می‌توانید استفاده کنید، دو لایه است.
این نکته، ریشه در قضیه کولموگروف دارد (بعدا خواهیم دید).

۲– یک لایه پنهان:
تابع فعال‌ساز سلول‌های خروجی می‌توانند خطی یا غیرخطی (سیگموید) باشند.
این نکته، ریشه در قضیه کولموگروف دارد (بعدا خواهیم دید).



پرسپترون چندلایه (MLP)

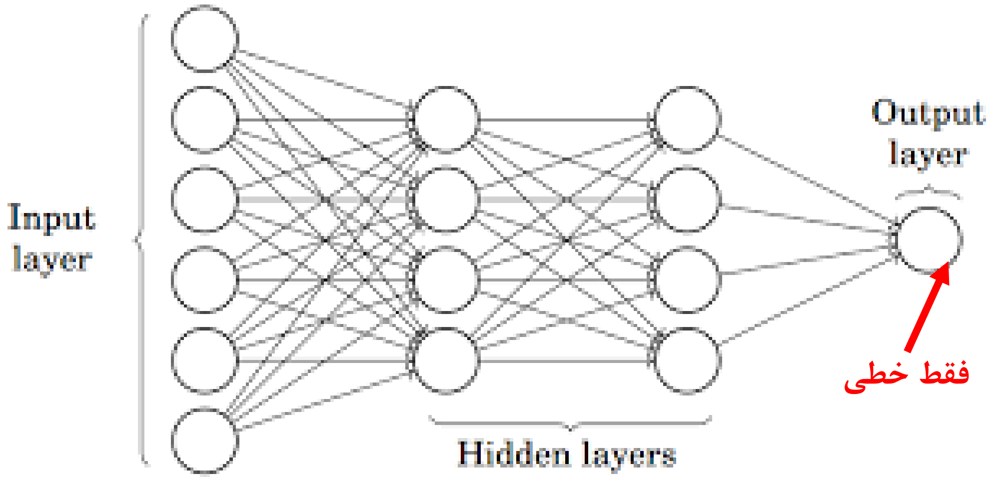
تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

- نکات بسیار مهم:

۱- حداکثر تعداد لایه‌های پنهان که می‌توانید استفاده کنید، دو لایه است.
این نکته، ریشه در قضیه کولموگروف دارد (بعدا خواهیم دید).

۲- یک لایه پنهان:
تابع فعال‌ساز سلول‌های خروجی می‌توانند خطی یا غیرخطی (سیگموید) باشند.
این نکته، ریشه در قضیه کولموگروف دارد (بعدا خواهیم دید).

۳- دو لایه پنهان:
تابع فعال‌ساز سلول‌های خروجی باید فقط خطی باشند.
این نکته، ریشه در قضیه کولموگروف دارد (بعدا خواهیم دید).



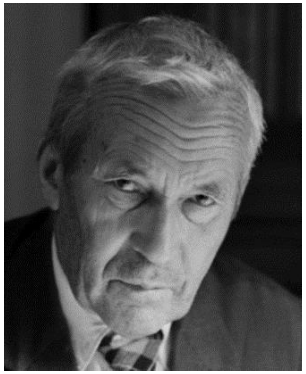
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

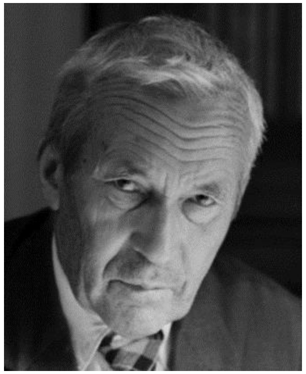
قضیه کولموگوروف (Kolmogorov)



Andrei Kolmogorov

پرسپترون چندلایه (MLP)

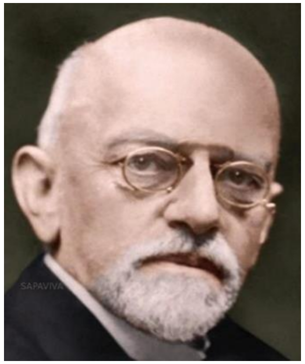
تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:



Andrei Kolmogorov

قضیه کولموگوروف (Kolmogorov)

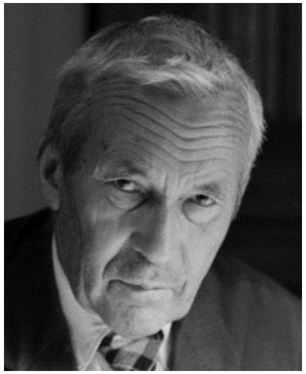
مساله سیزدهم هیلبرت در کنگره ریاضی در پاریس سال ۱۹۰۰:



David Hilbert

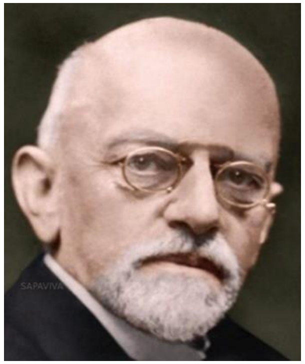
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:



Andrei Kolmogorov

قضیه کولموگوروف (Kolmogorov)



David Hilbert

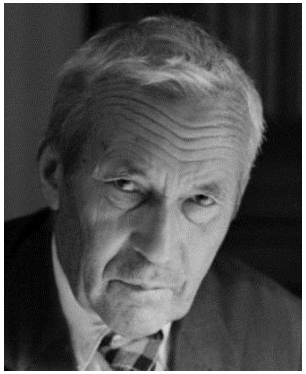
مساله سیزدهم هیلبرت در کنگره ریاضی در پاریس سال ۱۹۰۰:

غیرقابل حل بودن معادلات عمومی از درجه ۷ و بالاتر به‌کمک جمع محدودی از توابع با فقط دو متغیر

پرسپترون چندلایه (MLP)

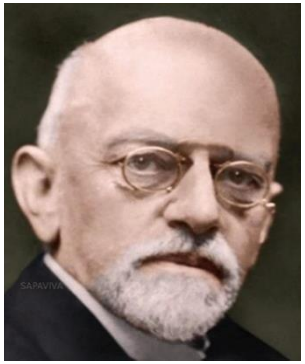
تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

قضیه کولموگوروف (Kolmogorov)



Andrei Kolmogorov

مساله سیزدهم هیلبرت در کنگره ریاضی در پاریس سال ۱۹۰۰:



David Hilbert

غیرقابل حل بودن معادلات عمومی از درجه ۷ و بالاتر به‌کمک جمع محدودی از توابع با فقط دو متغیر

مثال: معادله درجه ۷ با ۳ متغیر

$$x^7 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$$

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

غیرقابل حل بودن معادلات عمومی از درجه ۷ و بالاتر به کمک جمع محدودی از توابع با فقط دو متغیر

مثال: معادله درجه ۷ با ۳ متغیر $x^7 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

غیرقابل حل بودن معادلات عمومی از درجه ۷ و بالاتر به کمک جمع محدودی از توابع با فقط دو متغیر

مثال: معادله درجه ۷ با ۳ متغیر $x^7 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$

کولموگوروف (ریاضی‌دان روسی) در سال ۱۹۵۷ نه تنها اثبات‌کرد که این کار امکان پذیر است، بلکه ثابت‌کرد که:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

غیرقابل حل بودن معادلات عمومی از درجه ۷ و بالاتر به کمک جمع محدودی از توابع با فقط دو متغیر

مثال: معادله درجه ۷ با ۳ متغیر $x^7 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$

کولموگوروف (ریاضی‌دان روسی) در سال ۱۹۵۷ نه تنها اثبات‌کرد که این کار امکان پذیر است، بلکه ثابت‌کرد که:

هر تابع پیوسته حقیقی دلخواه با هر تعداد متغیر را می‌توان با جمع محدودی از توابع پیوسته حقیقی با فقط یک متغیر ارایه کرد.

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

غیرقابل حل بودن معادلات عمومی از درجه ۷ و بالاتر به کمک جمع محدودی از توابع با فقط دو متغیر

مثال: معادله درجه ۷ با ۳ متغیر $x^7 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$

کولموگوروف (ریاضی‌دان روسی) در سال ۱۹۵۷ نه تنها اثبات‌کرد که این کار امکان پذیر است، بلکه ثابت‌کرد که:

هر تابع پیوسته حقیقی دلخواه با هر تعداد متغیر را می‌توان با جمع محدودی از توابع پیوسته حقیقی با فقط یک متغیر ارایه کرد.

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{1 \le i \le 2n} \phi\left[\sum_{1 \le j \le n} \lambda_{(i,j)} \psi\left(x_j + i\varepsilon\right)\right]$$

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

غیرقابل حل بودن معادلات عمومی از درجه ۷ و بالاتر به کمک جمع محدودی از توابع با فقط دو متغیر

مثال: معادله درجه ۷ با ۳ متغیر $x^7 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$

کولموگوروف (ریاضی‌دان روسی) در سال ۱۹۵۷ نه تنها اثبات‌کرد که این کار امکان پذیر است، بلکه ثابت‌کرد که:

هر تابع پیوسته حقیقی دلخواه با هر تعداد متغیر را می‌توان با جمع محدودی از توابع پیوسته حقیقی با فقط یک متغیر ارایه کرد.

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{1\le i\le 2n} \phi\left[\sum_{1\le j\le n} \lambda_{(i,j)} \psi\left(x_j + i\,\varepsilon\right)\right]$$

$f(\mathbf{x})$ تابع پیوسته حقیقی دلخواه با n متغیر

$\left.\begin{array}{l}\phi(\cdot)\\ \psi(\cdot)\end{array}\right\}$ توابع پیوسته، حقیقی و افزایشی یکنواخت با یک متغیر

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

غیرقابل حل بودن معادلات عمومی از درجه ۷ و بالاتر به کمک جمع محدودی از توابع با فقط دو متغیر

مثال: معادله درجه ۷ با ۳ متغیر $x^7 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$

کولموگوروف (ریاضی‌دان روسی) در سال ۱۹۵۷ نه تنها اثبات‌کرد که این کار امکان پذیر است، بلکه ثابت‌کرد که:

هر تابع پیوسته حقیقی دلخواه با هر تعداد متغیر را می‌توان با جمع محدودی از توابع پیوسته حقیقی با فقط یک متغیر ارایه کرد.

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{1 \le i \le 2n} \phi\left[\sum_{1 \le j \le n} \lambda_{(i,j)} \psi\left(x_j + i\,\varepsilon \right) \right]$$

$f(\mathbf{x})$ تابع پیوسته حقیقی دلخواه با n متغیر

$\left.\begin{array}{l}\phi(\cdot)\\ \psi(\cdot)\end{array}\right\}$ توابع پیوسته، حقیقی و افزایشی یکنواخت با یک متغیر

$\lambda_{(i,j)}$ ضرایب

$0 < \varepsilon \le \delta$

δ عدد از پیش تعیین شده

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

قضیه کولموگوروف (Kolmogorov)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{1\le i\le 2n} \phi\left[\sum_{1\le j\le n} \lambda_{(i,j)} \psi\left(x_j + i\,\varepsilon \right) \right]$$

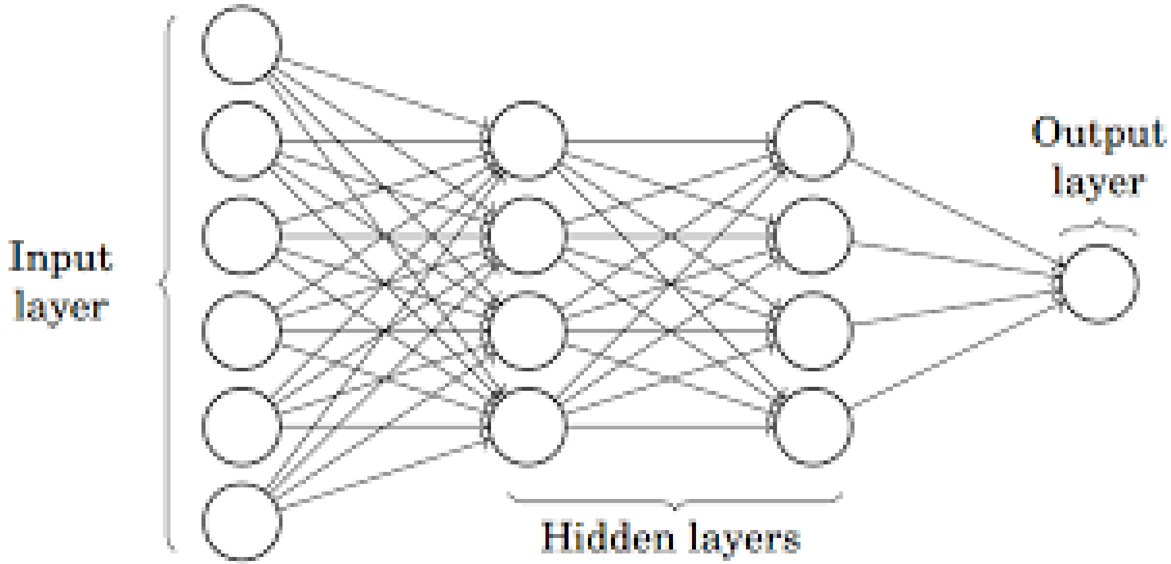
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

قضیه کولموگوروف (Kolmogorov)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{1\leq i\leq 2n} \phi\left[\sum_{1\leq j\leq n} \lambda_{(i,j)}\psi\left(x_j + i\,\varepsilon\right)\right]$$

در قالب شبکه عصبی MLP، این قضیه یعنی



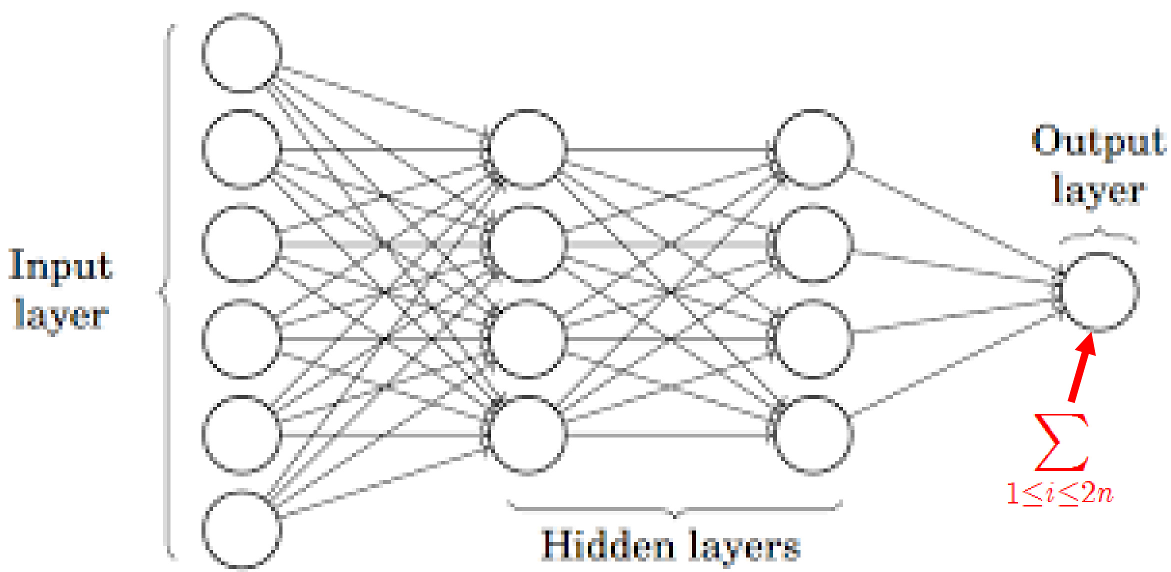
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

قضیه کولموگوروف (Kolmogorov)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{1\leq i\leq 2n} \phi\left[\sum_{1\leq j\leq n} \lambda_{(i,j)} \psi\left(x_j + i\,\varepsilon \right) \right]$$

در قالب شبکه عصبی MLP، این قضیه یعنی



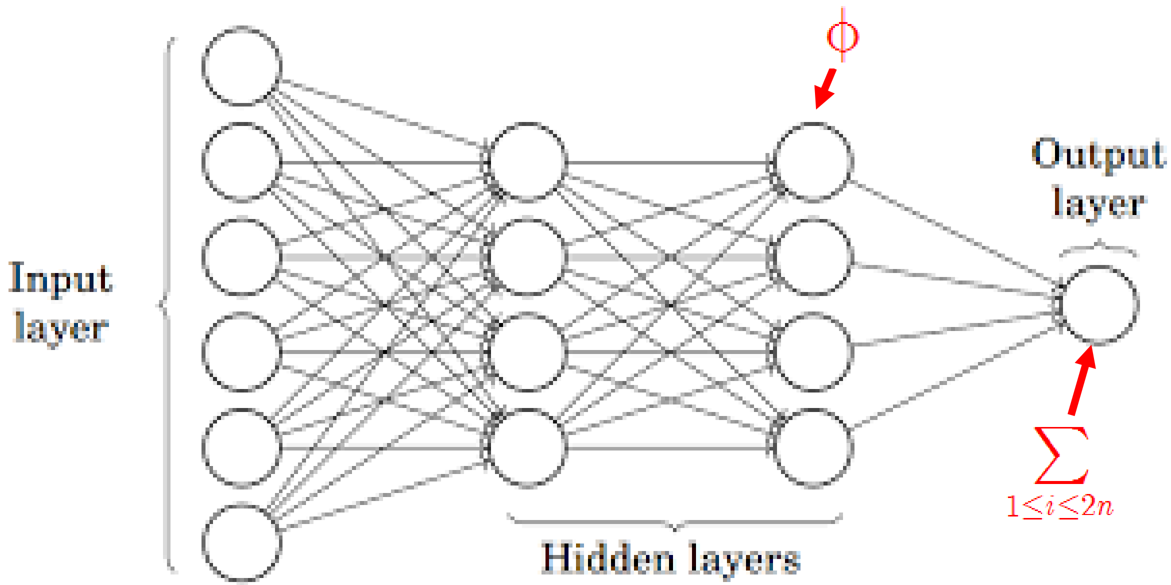
پرسپترون چندلایه (MLP)

<u>تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:</u>

قضیه کولموگوروف (Kolmogorov)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{1\leq i\leq 2n} \phi\left[\sum_{1\leq j\leq n} \lambda_{(i,j)}\psi\left(x_j + i\,\varepsilon\right)\right]$$

در قالب شبکه عصبی MLP، این قضیه یعنی



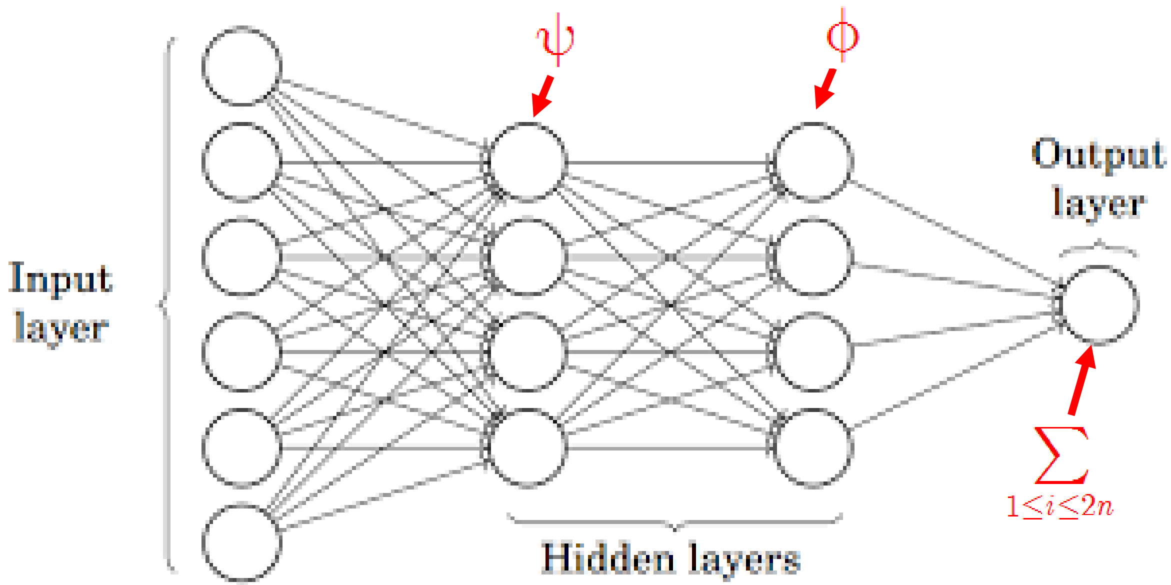
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

قضیه کولموگوروف (Kolmogorov)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{1 \le i \le 2n} \phi\left[\sum_{1 \le j \le n} \lambda_{(i,j)} \psi\left(x_j + i\,\varepsilon\right) \right]$$

در قالب شبکه عصبی MLP، این قضیه یعنی



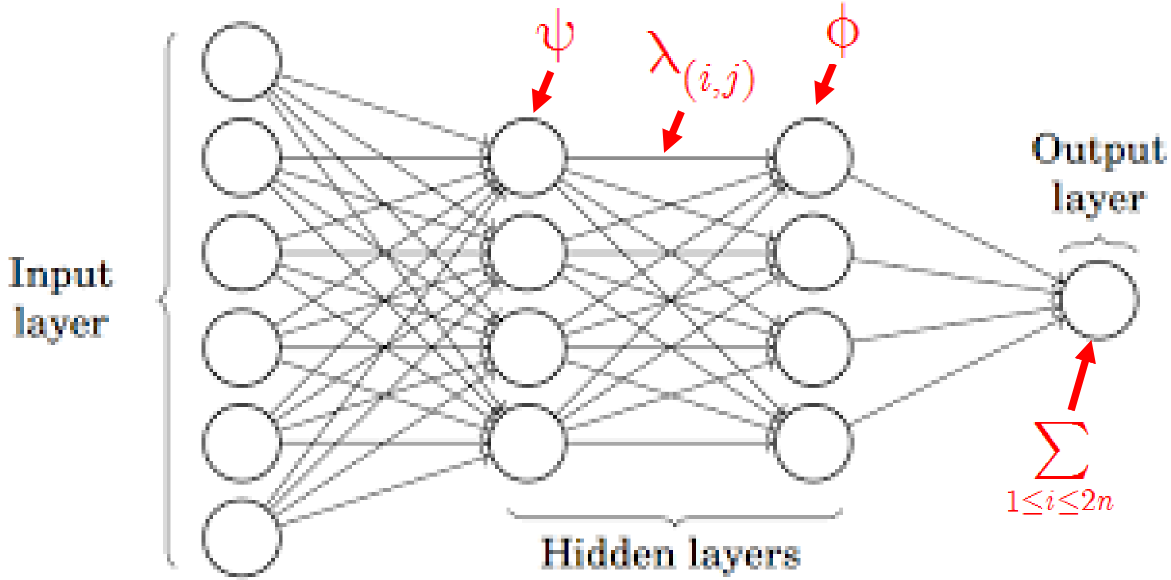
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

قضیه کولموگوروف (Kolmogorov)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{1\le i\le 2n} \phi\left[\sum_{1\le j\le n} \lambda_{(i,j)}\psi\left(x_j + i\,\varepsilon\right)\right]$$

در قالب شبکه عصبی MLP، این قضیه یعنی



پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

قضیه تقریب عمومی:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

قضیه تقریب عمومی:

فرض کنید $\varphi(\cdot)$ تابعی پیوسته، غیرثابت، کراندار، و افزایشی یکنواخت باشد.
چنانچه I_p نشان‌دهنده ابرمکعب (hypercube) واحد با ابعاد *p* باشد(یعنی $[0,1]^p$)
و همچنین فضای پیوسته توابع برروی I_p توسط $C(I_p)$ نشان داده شود، در این
صورت برای هر تابع دلخواه $f \in C(I_p)$ و $\varepsilon > 0$ ، عدد صحیح *m* و ضرایب
حقیقی α_i ،θ_i ،w_{ji} $(j = 1,\dots,m,\ i = 1,\dots,p)$ وجود دارند به‌طوری‌که

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

قضیه تقریب عمومی:

فرض کنید $\varphi(\cdot)$ **تابعی پیوسته، غیرثابت، کراندار، و افزایشی یکنواخت باشد.**

چنانچه I_p **نشان‌دهنده ابرمکعب (hypercube) واحد با ابعاد** p **باشد(یعنی** $[0,1]^p$)

و همچنین فضای پیوسته توابع برروی I_p **توسط** $C(I_p)$ **نشان داده شود، در این صورت برای هر تابع دلخواه** $f \in C(I_p)$ **و** $\varepsilon > 0$ **، عدد صحیح** m **و ضرایب حقیقی** α_i **،** θ_i **،** w_{ji} $(j = 1,\ldots,m,\ i = 1,\ldots,p)$ **وجود دارند به‌طوری‌که**

$$F(x_1,\ldots,x_p) = \sum_{j=1}^{m} \alpha_j \, \varphi\left(\sum_{i=1}^{p} w_{ji}\, x_i - \theta_j \right)$$

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

قضیه تقریب عمومی:

فرض کنید $\varphi(\cdot)$ تابعی پیوسته، غیرثابت، کراندار، و افزایشی یکنواخت باشد. چنانچه I_p نشان‌دهنده ابرمکعب (hypercube) واحد با ابعاد p باشد(یعنی $[0,1]^p$) و همچنین فضای پیوسته توابع برروی I_p توسط $C(I_p)$ نشان داده شود، در این صورت برای هر تابع دلخواه $f \in C(I_p)$ و $\varepsilon > 0$ ، عدد صحیح m و ضرایب حقیقی α_i ، θ_i ، w_{ji} $(j = 1,\dots,m,\ i = 1,\dots,p)$ وجود دارند به‌طوری‌که

$$F(x_1,\dots,x_p) = \sum_{j=1}^{m} \alpha_j \, \varphi\left(\sum_{i=1}^{p} w_{ji} \, x_i - \theta_j \right)$$

تقریب تابع f (.) خواهد بود. یعنی این‌که

$$\left| F(x_1,\dots,x_p) - f(x_1,\dots,x_p) \right| < \varepsilon \quad \forall \{x_1,\dots,x_p\} \in I_p$$

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

$$F(x_1, \ldots, x_p) = \sum_{j=1}^{m} \alpha_j \, \varphi\left(\sum_{i=1}^{p} w_{ji} \, x_i - \theta_j \right)$$

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

$$F(x_1,\ldots,x_p)=\sum_{j=1}^{m}\alpha_j\,\varphi\left(\sum_{i=1}^{p}w_{ji}\,x_i-\theta_j\right)$$

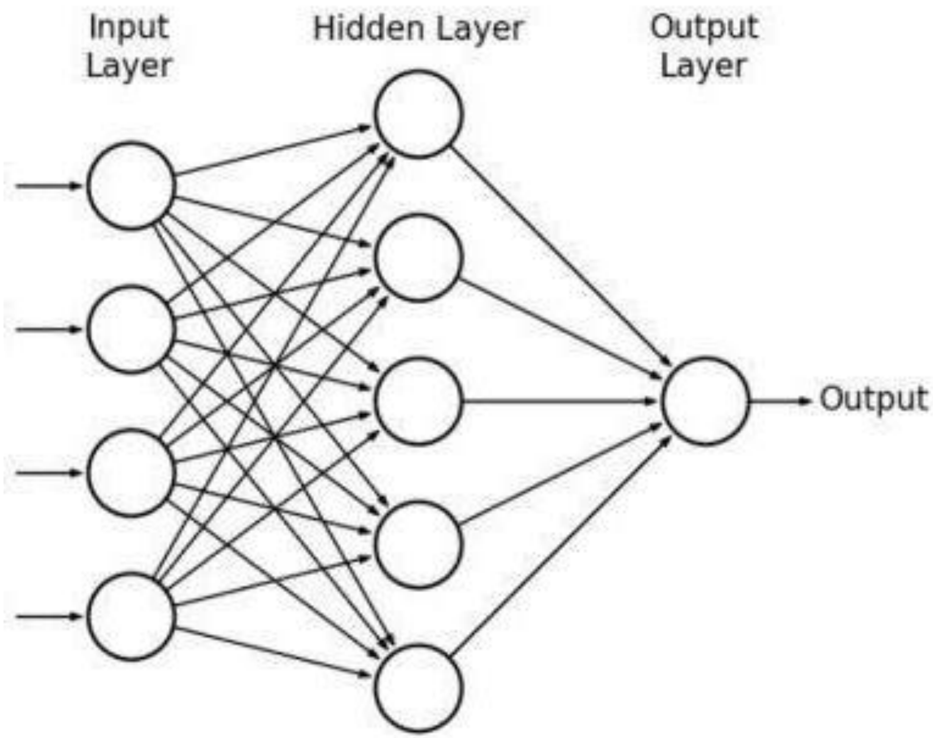
در قالب شبکه عصبی MLP، این قضیه یعنی

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

$$F(x_1,\ldots,x_p)=\sum_{j=1}^{m}\alpha_j\,\varphi\left(\sum_{i=1}^{p}w_{ji}\,x_i-\theta_j\right)$$

در قالب شبکه عصبی MLP، این قضیه یعنی

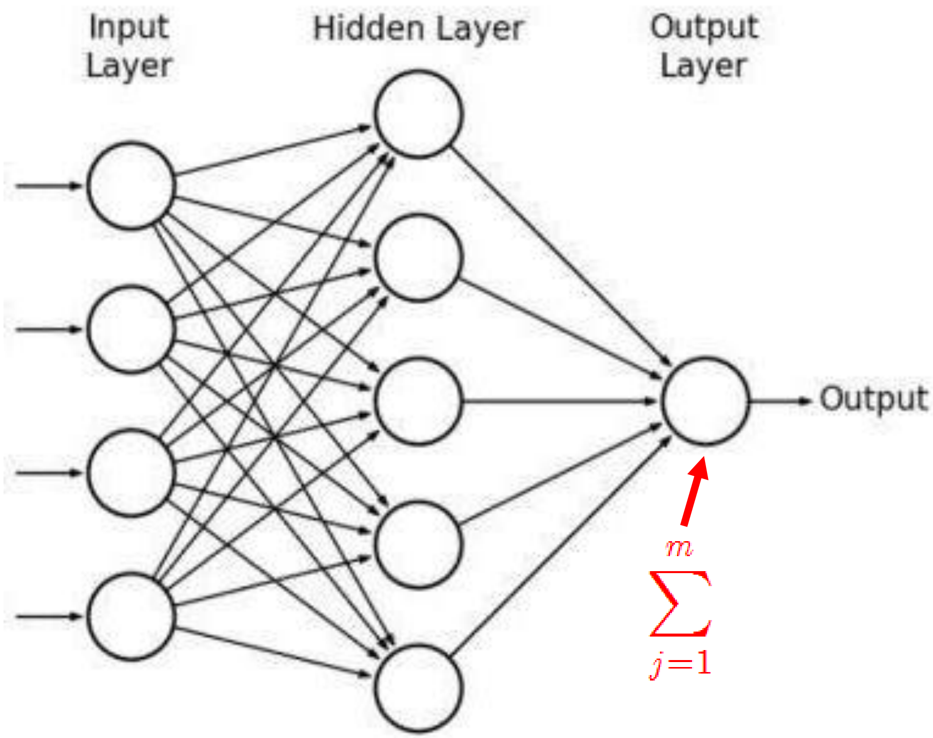


پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

$$F(x_1,\ldots,x_p)=\sum_{j=1}^{m}\alpha_j\,\varphi\left(\sum_{i=1}^{p}w_{ji}\,x_i-\theta_j\right)$$

در قالب شبکه عصبی MLP، این قضیه یعنی



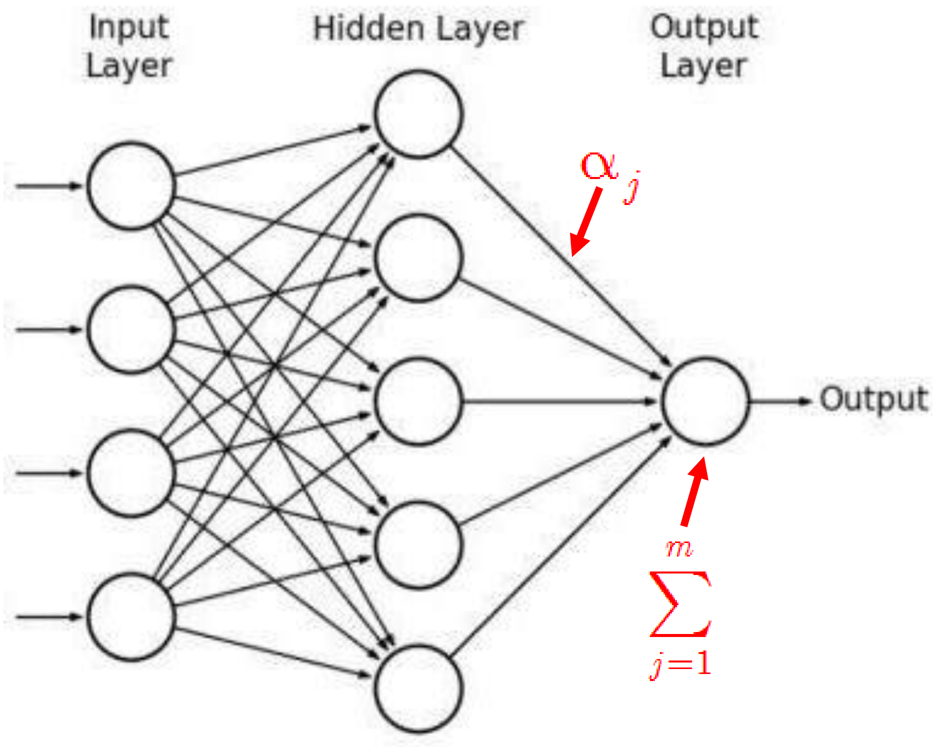
$$\sum_{j=1}^{m}$$

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

$$F(x_1,\ldots,x_p)=\sum_{j=1}^{m}\alpha_j\,\varphi\left(\sum_{i=1}^{p}w_{ji}\,x_i-\theta_j\right)$$

در قالب شبکه عصبی MLP، این قضیه یعنی

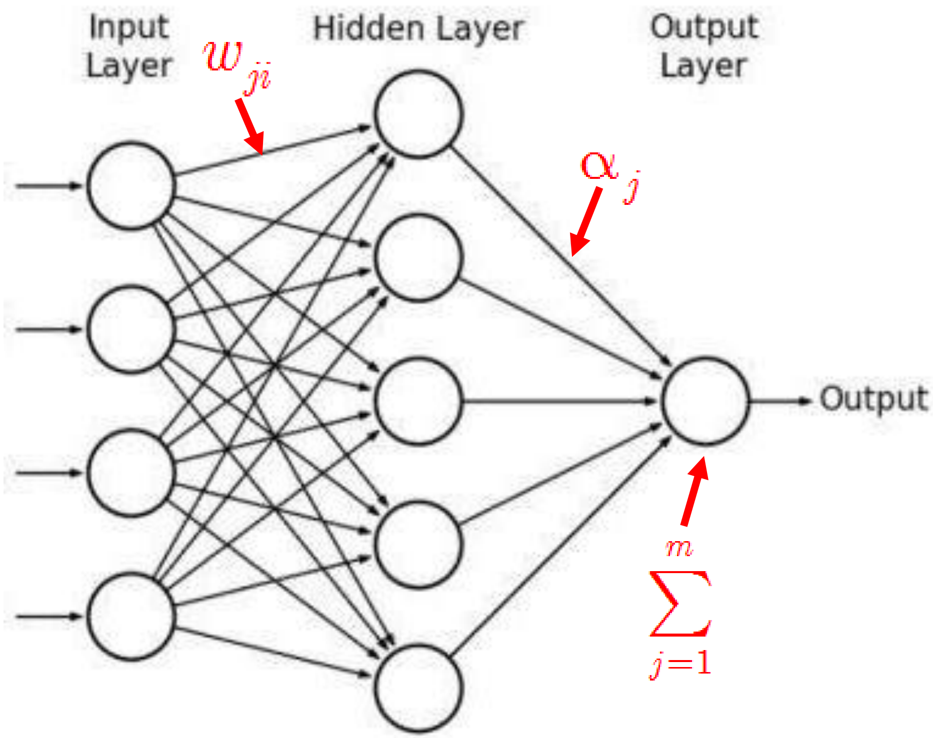


پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

$$F(x_1,\ldots,x_p)=\sum_{j=1}^{m}\alpha_j\,\varphi\left(\sum_{i=1}^{p}w_{ji}\,x_i-\theta_j\right)$$

در قالب شبکه عصبی MLP، این قضیه یعنی



پرسپترون چندلایه (MLP)

<u>تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:</u>

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

سوال:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

سوال:

برطبق قضیه تقریب عمومی، برای تقریب هر تابع دلخواهی با دقت از پیش‌تعیین شده ($\varepsilon > 0$) تنها استفاده از یک لایه پنهان کفایت می‌کند.
پس چرا برطبق قضیه کولموگروف دولایه پنهان نیز استفاده می‌شود؟

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– بیش از دو لایه پنهان در موارد زیر استفاده می‌شود:

پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– بیش از دو لایه پنهان در موارد زیر استفاده می‌شود:

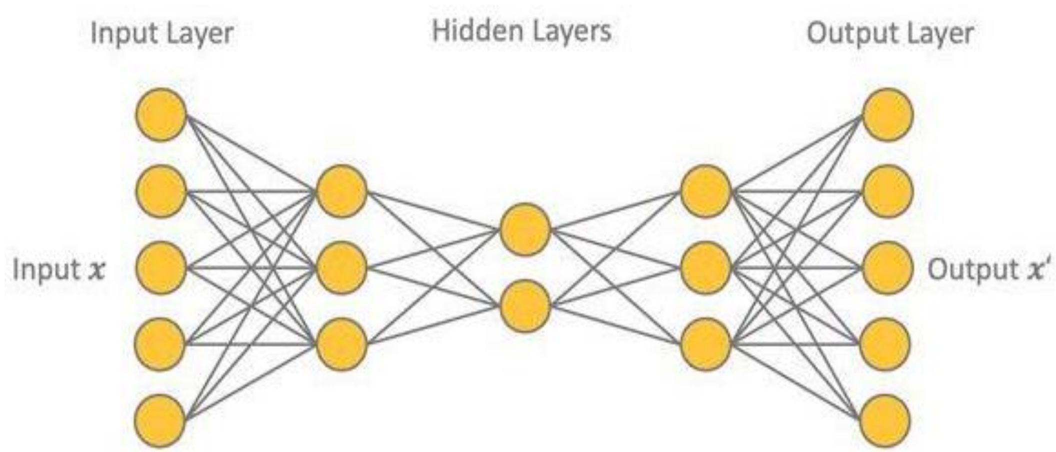
۱ – استخراج ویژگی‌های بردار ورودی یا رمزگذاری

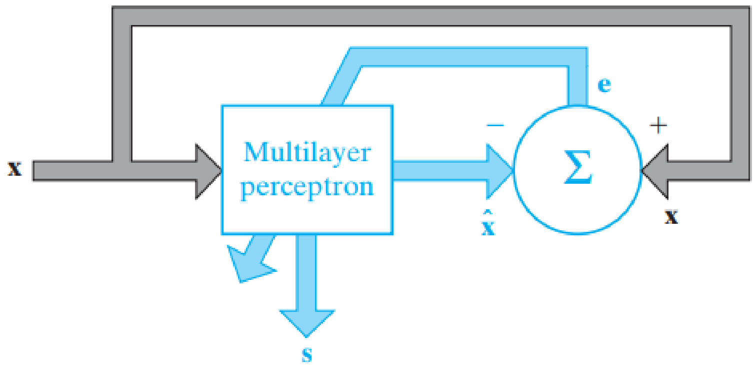
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– بیش از دو لایه پنهان در موارد زیر استفاده می‌شود:

۱ – استخراج ویژگی‌های بردار ورودی یا رمزگذاری



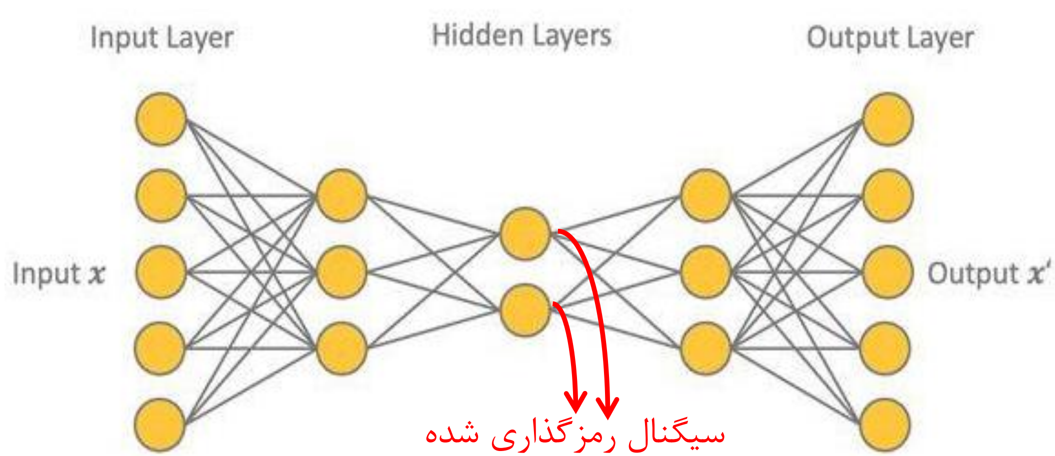


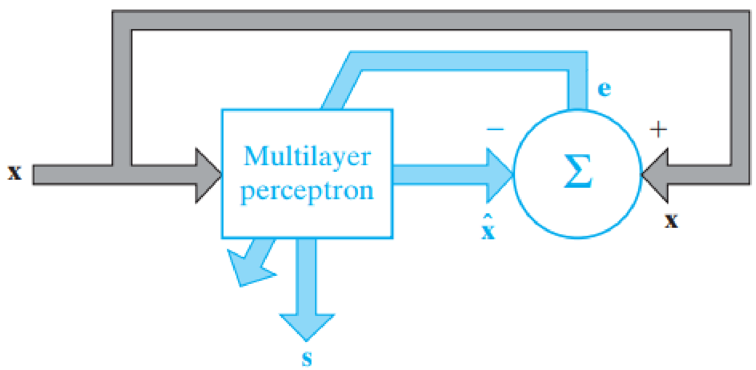
پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

– بیش از دو لایه پنهان در موارد زیر استفاده می‌شود:

۱ – استخراج ویژگی‌های بردار ورودی یا رمزگذاری





پرسپترون چندلایه (MLP)

تعداد لایه‌های پنهان و تعداد سلول‌ها در هر لایه:

- بیش از دو لایه پنهان در موارد زیر استفاده می‌شود:

۲ – یادگیری عمیق (Deep Learning) که از روش‌های یادگیری ماشین (Machine Learning) است که از آن برای استخراج جزییات از داده‌های خیلی بزرگ (تصویر، صوت، . . .) استفاده می‌شود.