شبکه‌های عصبی مصنوعی

جلسه یازدهم:
شبکه با تابع پایه شعاعی (۲)
(Radial-Basis Function Network = RBF Net)

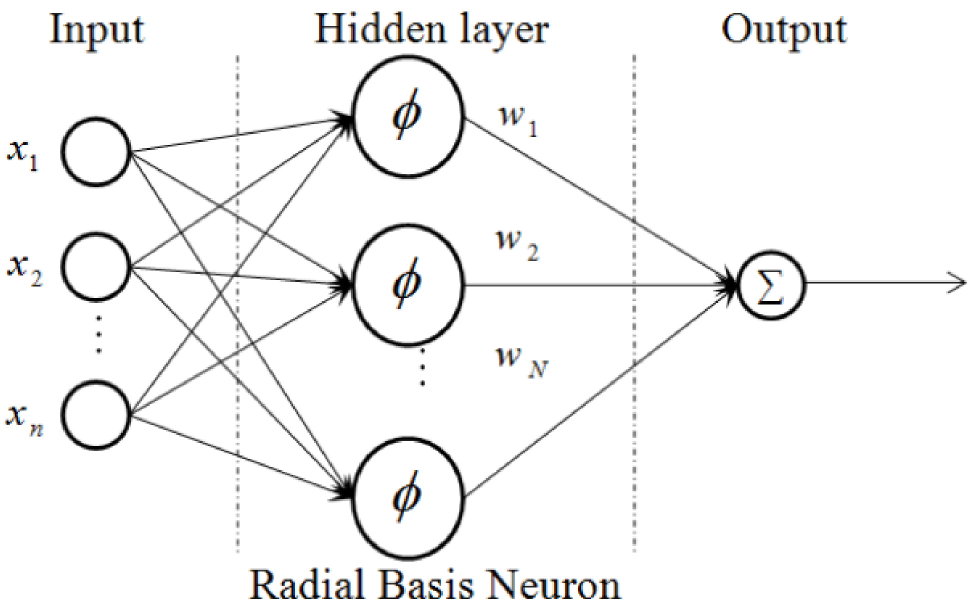
محمد فرخی (farrokhi AT iust.ac.ir)

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

– پارامترهای آزاد شبکه RBF عبارتند از:

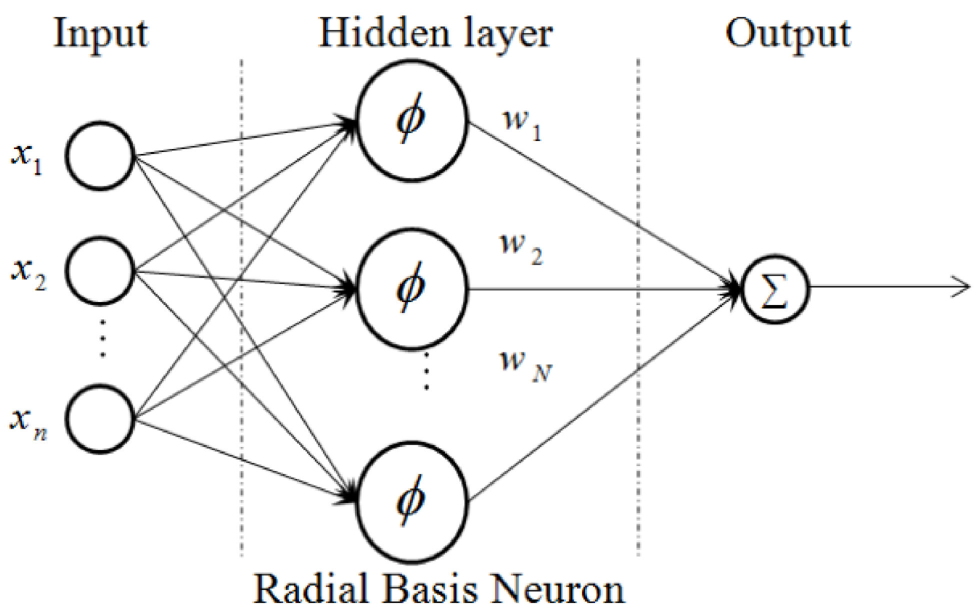
- مرکز توابع گرین $\{ \mathbf{t}_i \mid i = 1, \ldots, M \}$
- پهنای توابع گرین $\{ \sigma_i \mid i = 1, \ldots, M \}$
- وزن‌های لایه خروجی $\mathbf{W}$



شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

– پارامترهای آزاد شبکه RBF عبارتند از:

- مرکز توابع گرین $\{ \mathbf{t}_i \mid i = 1,\ldots,M \}$
- پهنای توابع گرین $\{ \sigma_i \mid i = 1,\ldots,M \}$
- وزن‌های لایه خروجی $\mathbf{w}$



– فرم‌های مختلف آموزش (تعیین) این پارامترها می‌تواند به‌صورت با نظارت (Supervised) و بدون نظارت (Unsupervised) باشد.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱–انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱–انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

آ– مراکز:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱–انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

آ– مراکز:

M مرکز توابع گرین در ماتریس G به‌طور اتفاقی ولی ثابت انتخاب شده و ثابت نگه داشته می‌شود.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G(x_1;t_1) & \dots & G(x_1;t_M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G(x_N;t_1) & \dots & G(x_N;t_M) \end{bmatrix}_{N\times M}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱-انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

آ- مراکز:

M مرکز توابع گرین در ماتریس G به‌طور اتفاقی ولی ثابت انتخاب شده و ثابت نگه داشته می‌شود.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G(x_1;t_1) & \dots & G(x_1;t_M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G(x_N;t_1) & \dots & G(x_N;t_M) \end{bmatrix}_{N\times M}$$

ب- پهنا:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱–انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

آ– مراکز:

M مرکز توابع گرین در ماتریس G به‌طور اتفاقی ولی ثابت انتخاب شده و ثابت نگه داشته می‌شود.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G(x_1;t_1) & \dots & G(x_1;t_M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G(x_N;t_1) & \dots & G(x_N;t_M) \end{bmatrix}_{N\times M}$$

ب– پهنا:

پهنای توابع گرین به‌صورت زیر درنظرگرفته می‌شود:

$$\sigma = \frac{d}{\sqrt{2M}}$$

d بیشینه فاصله بین مراکز

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱-انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

آ- مراکز:

M مرکز توابع گرین در ماتریس G به‌طور اتفاقی ولی ثابت انتخاب شده و ثابت نگه داشته می‌شود.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G(x_1;t_1) & \dots & G(x_1;t_M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G(x_N;t_1) & \dots & G(x_N;t_M) \end{bmatrix}_{N\times M}$$

ب- پهنا:

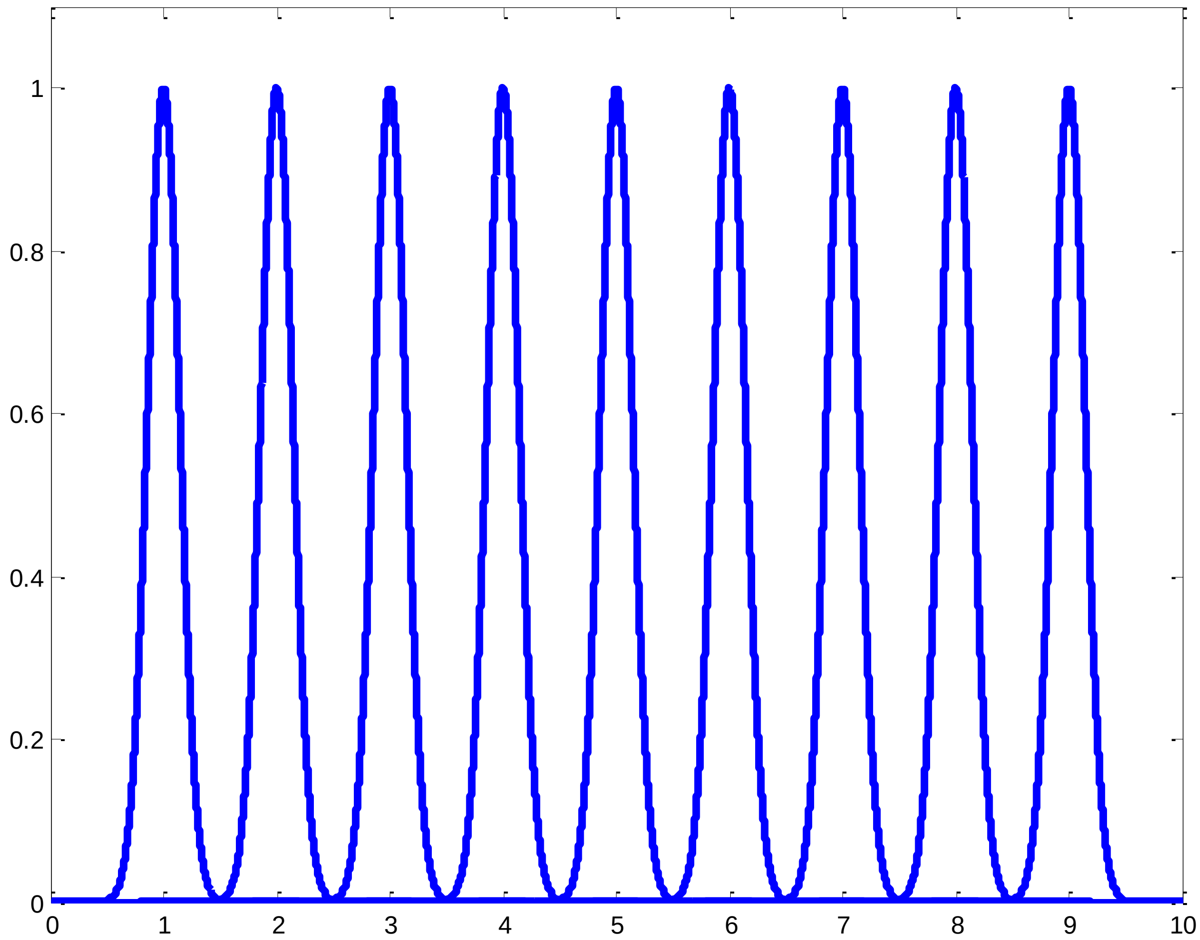
پهنای توابع گرین به‌صورت زیر درنظرگرفته می‌شود:

$$\sigma = \frac{d}{\sqrt{2M}}$$

d بیشینه فاصله بین مراکز

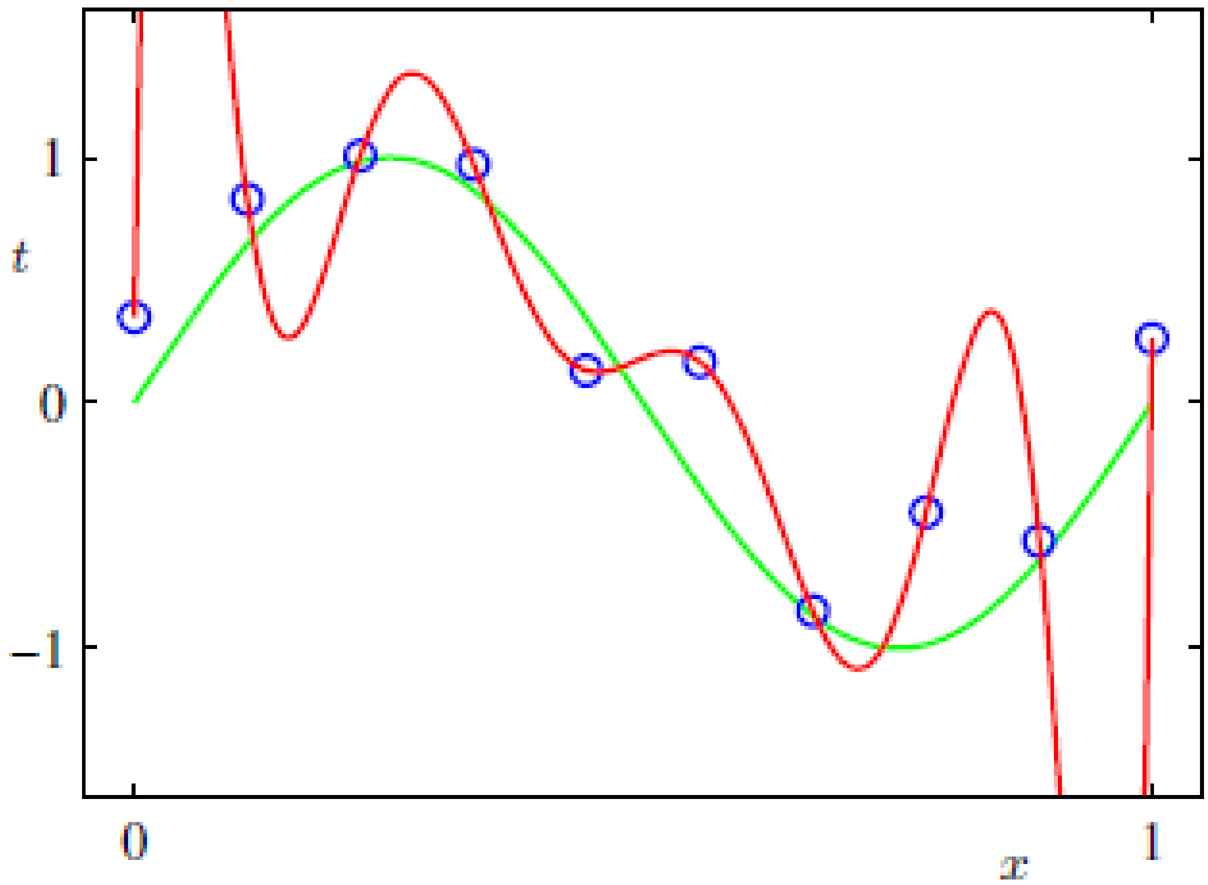
- دلیل درنظرگرفتن پهنای توابع گرین به این‌صورت، ایجاد توابع گوسی قابل قبول (نه خیلی باریک و نه خیلی پهن) است.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)



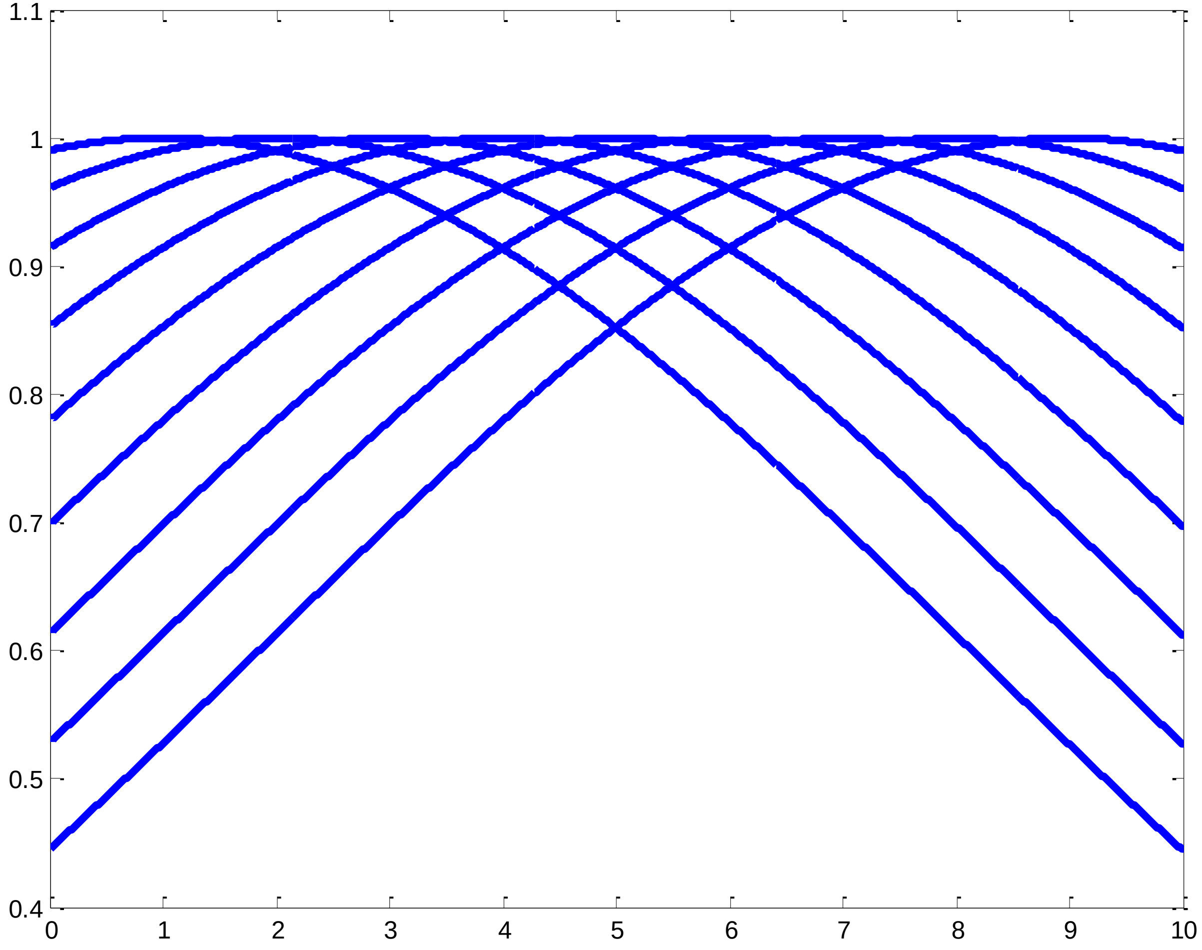
پهنای بسیار کوچک که باعث غیرخطی شدن زیاد از حد می‌شود.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)



پهنای بسیار کوچک که باعث غیرخطی شدن زیاد از حد می‌شود.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)



پهنای بسیار زیاد که باعث از دست‌رفتن تابع می‌شود. یعنی تغییرات بسیار اندک یا تقریبا ثابت.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱–انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱-انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

- بنابراین، توابع گوسی به این‌صورت درنظرگرفته می‌شوند:

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{t}_i) = \exp - \left(\frac{M}{d^2} \left\| \mathbf{x} - \mathbf{t}_i \right\|^2 \right)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱–انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

– بنابراین، توابع گوسی به این‌صورت درنظرگرفته می‌شوند:

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{t}_i) = \exp - \left(\frac{M}{d^2} \left\| \mathbf{x} - \mathbf{t}_i \right\|^2 \right)$$

پ– وزن‌ها:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱-انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

- بنابراین، توابع گوسی به این‌صورت درنظرگرفته می‌شوند:

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{t}_i) = \exp - \left(\frac{M}{d^2} \left\| \mathbf{x} - \mathbf{t}_i \right\|^2 \right)$$

پ- وزن‌ها:

در انتها، وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی ماتریس G به‌دست می‌آیند:

$$\mathbf{w} = \mathbf{G}^{+}\mathbf{d}$$

$$\mathbf{G}^{+} = \left(\mathbf{G}^{T}\mathbf{G} \right)^{-1} \mathbf{G}^{T}\mathbf{d}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱–انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

– بنابراین، توابع گوسی به این‌صورت درنظرگرفته می‌شوند:

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{t}_i) = \exp-\left(\frac{M}{d^2}\|\mathbf{x} - \mathbf{t}_i\|^2\right)$$

پ– وزن‌ها:

در انتها، وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی ماتریس G به‌دست می‌آیند:

$$\mathbf{w} = \mathbf{G}^{+}\mathbf{d}$$

$$\mathbf{G}^{+} = \left(\mathbf{G}^{T}\mathbf{G}\right)^{-1}\mathbf{G}^{T}\mathbf{d}$$

که درایه‌های ماتریس G برابراند با:

$$g_{ji} = \exp-\left(\frac{M}{d^2}\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|^2\right) \quad \begin{cases} j = 1, \ldots, N \\ i = 1, \ldots, M \end{cases}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱-انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

- **وارون جعلی ماتریس G را می‌توان با استفاده از تجزیه به مقادیر تکین** (Singular-Value Decomposition) **نیز به‌دست‌آورد:**

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱–انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

– **وارون جعلی ماتریس G را می‌توان با استفاده از تجزیه به مقادیر تکین (Singular-Value Decomposition) نیز به‌دست‌آورد:**

– **برطبق این روش، برای ماتریس G با ابعاد $N \times M$ $(M < N)$ همواره می‌توان دو ماتریس متعامد U و V به‌صوت زیر پیداکرد:**

$$\mathbf{U} = \{\mathbf{u}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_N\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$$

$$\mathbf{V} = \{\mathbf{v}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_M\} \in \mathbb{R}^{M \times M}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱-انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

- وارون جعلی ماتریس G را می‌توان با استفاده از تجزیه به مقادیر تکین (Singular-Value Decomposition) نیز به‌دست‌آورد:

- برطبق این روش، برای ماتریس G با ابعاد $N \times M$ $(M < N)$ همواره می‌توان دو ماتریس متعامد U و V به‌صوت زیر پیداکرد:

$$\mathbf{U} = \left\{ \mathbf{u}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_N \right\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$$

$$\mathbf{V} = \left\{ \mathbf{v}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_M \right\} \in \mathbb{R}^{M \times M}$$

به‌طوری‌که

$$\mathbf{U}^T \mathbf{G} \mathbf{V} = \mathrm{diag}\left(\sigma_1 \quad \cdots \quad \sigma_M \right) \in \mathbb{R}^{N \times M}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱-انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

- وارون جعلی ماتریس G را می‌توان با استفاده از تجزیه به مقادیر تکین (Singular-Value Decomposition) نیز به‌دست‌آورد:

- برطبق این روش، برای ماتریس G با ابعاد $N \times M$ $(M < N)$ همواره می‌توان دو ماتریس متعامد U و V به‌صوت زیر پیداکرد:

$$\mathbf{U} = \{\mathbf{u}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_N\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$$

$$\mathbf{V} = \{\mathbf{v}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_M\} \in \mathbb{R}^{M \times M}$$

به‌طوری‌که

$$\mathbf{U}^T\mathbf{G}\mathbf{V} = \mathrm{diag}(\sigma_1 \quad \cdots \quad \sigma_M) \in \mathbb{R}^{N \times M}$$

که در آن σ_i ها مقادیر تکین هستند به‌طوری‌که

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_M > 0$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱–انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

– **برطبق این تجزیه، می‌توان نشان داد که وارون جعلی ماتریس G برابر است با:**

$$\mathbf{G}^{+} = \mathbf{V}\Sigma^{+}\mathbf{U}^{T}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۱–انتخاب مراکز به‌طور اتفاقی ولی ثابت و تعیین وزن‌ها با استفاده از وارون جعلی (Pseudoinverse)

– برطبق این تجزیه، می‌توان نشان داد که وارون جعلی ماتریس G برابر است با:

$$\mathbf{G}^{+} = \mathbf{V}\Sigma^{+}\mathbf{U}^{T}$$

که در آن

$$\Sigma^{+} = \mathrm{diag}\left(\frac{1}{\sigma_1} \quad \cdots \quad \frac{1}{\sigma_M} \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \right) \in \mathbb{R}^{N\times N}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) **و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت**

آ- مرکز توابع گرین

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آ- مرکز توابع گرین

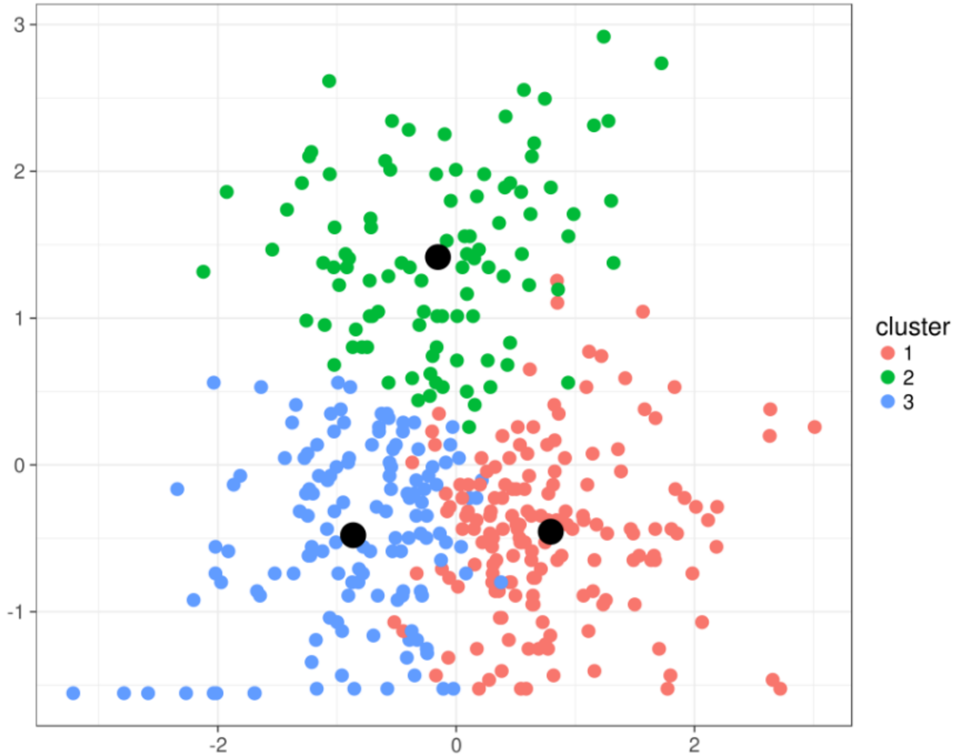
- در این جا از روش خوشه‌سازی K-میانگین (K-means clustering) استفاده می‌کنیم که در واقع نوعی الگوریتم بدون نظارت است.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آ- مرکز توابع گرین

- **در این جا از روش خوشه‌سازی K-میانگین (K-means clustering) استفاده می‌کنیم که در واقع نوعی الگوریتم بدون نظارت است.**



- **الگوریتم K-میانگین ضمن سادگی، بسیار موثر است.**

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) **و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت**

الگوریتم K-میانگین:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم K-میانگین:

- فرض کنید داده های $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^{N}$ را می‌خواهیم به $K < N$ خوشه نقسیم کنیم.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم K-میانگین:

- فرض کنید داده های $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^{N}$ را می‌خواهیم به $K < N$ خوشه تقسیم کنیم.

- فرض کنید رابطه

$$j = C(i)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم K-میانگین:

- فرض کنید داده های $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^{N}$ را می‌خواهیم به $K < N$ خوشه تقسیم کنیم.

- فرض کنید رابطه

$$j = C(i)$$

مشخص‌کننده نگاشت چند-به-یک باشد که $\mathbf{x}_i$ را به خوشه j ام اختصاص می‌دهد.
به j رمزگذار (Encoder) می‌گویند.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم K-میانگین:

- فرض کنید داده های $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^{N}$ را می‌خواهیم به $K < N$ خوشه تقسیم کنیم.

- فرض کنید رابطه

$$j = C(i)$$

مشخص‌کننده نگاشت چند-به-یک باشد که $\mathbf{x}_i$ را به خوشه jام اختصاص می‌دهد.
به j رمزگذار (Encoder) می‌گویند.

- برای این رمزگذاری، نیاز به تعریف «درجه شباهت» بین $\mathbf{x}_i$ و $\mathbf{x}_{i'}$ داریم که آن را با $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i'})$ نشان می‌دهیم.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

__الگوریتم K-میانگین:__

- فرض کنید داده های $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^{N}$ را می‌خواهیم به $K < N$ خوشه تقسیم کنیم.

- فرض کنید رابطه

$$j = C(i)$$

مشخص‌کننده نگاشت چند-به-یک باشد که $\mathbf{x}_i$ را به خوشه j ام اختصاص می‌دهد. به j رمزگذار (Encoder) می‌گویند.

- برای این رمزگذاری، نیاز به تعریف «درجه شباهت» بین $\mathbf{x}_i$ و $\mathbf{x}_{i'}$ داریم که آن را با $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i'})$ نشان می‌دهیم.

- چنانچه d به اندازه کافی کوچک باشد، $\mathbf{x}_i$ و $\mathbf{x}_{i'}$ به یک خوشه اختصاص داده می‌شوند؛ در غیراینصورت، به خوشه‌های متفاوت اختصاص داده می‌شوند.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- برای بهینه‌سازی فرآیند خوشه‌سازی، تابع هزینه زیر را تعریف می‌کنیم:

$$J(C) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{K} \sum_{C(i)=j} \sum_{C(i')=j} d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i'})$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- برای بهینه‌سازی فرآیند خوشه‌سازی، تابع هزینه زیر را تعریف می‌کنیم:

$$J(C) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{K}\sum_{C(i)=j}\sum_{C(i')=j} d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i'})$$

که در آن

$$d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i'}) = \left\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'}\right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- برای بهینه‌سازی فرآیند خوشه‌سازی، تابع هزینه زیر را تعریف می‌کنیم:

$$J(C) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{K}\sum_{C(i)=j}\sum_{C(i')=j} d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i'})$$

که در آن

$$d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i'}) = \left\| \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'} \right\|^2$$

بنابراین

$$J(C) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{K}\sum_{C(i)=j}\sum_{C(i')=j} \left\| \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'} \right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

$$J(C) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{K} \sum_{C(i)=j} \sum_{C(i')=j} \left\| \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'} \right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

$$J(C) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{K}\sum_{C(i)=j}\sum_{C(i')=j}\left\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'}\right\|^2$$

- دو نکته قابل توجه:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

$$J(C) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{K}\sum_{C(i)=j}\sum_{C(i')=j}\left\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'}\right\|^2$$

- دو نکته قابل توجه:

۱- فاصله هندسی بین $\mathbf{x}_i$ و $\mathbf{x}_{i'}$ متقارن است

$$\left\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'}\right\|^2 = \left\|\mathbf{x}_{i'} - \mathbf{x}_i\right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

$$J(C) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{K}\sum_{C(i)=j}\sum_{C(i')=j}\left\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'}\right\|^2$$

- دو نکته قابل توجه:

۱- فاصله هندسی بین $\mathbf{x}_i$ و $\mathbf{x}_{i'}$ متقارن است

$$\left\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'}\right\|^2 = \left\|\mathbf{x}_{i'} - \mathbf{x}_i\right\|^2$$

۲- جمع داخلی

$$\sum_{C(i')=j}\left\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'}\right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

$$J(C) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{K}\sum_{C(i)=j}\sum_{C(i')=j}\left\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'}\right\|^2$$

- دو نکته قابل توجه:

۱- فاصله هندسی بین $\mathbf{x}_i$ و $\mathbf{x}_{i'}$ متقارن است

$$\left\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'}\right\|^2 = \left\|\mathbf{x}_{i'} - \mathbf{x}_i\right\|^2$$

۲- جمع داخلی

$$\sum_{C(i')=j}\left\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i'}\right\|^2$$

این جمع یعنی بردار میانگین در خوشه jام (البته بدون ضریب $1/N_j$)

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- با درنظرگرفتن این دو نکته

$$J(C) = \sum_{j=1}^{K} \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- با درنظرگرفتن این دو نکته

$$J(C)=\sum_{j=1}^{K}\sum_{C(i)=j}\left\|\mathbf{x}_i-\hat{\mu}_j\right\|^2$$

$\hat{\mu}_j$ بردار میانگین تخمین زده شده برای خوشه jام
که می‌تواند به‌عنوان مرکز خوشه jام درنظرگرفته شود.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- با درنظرگرفتن این دو نکته

$$J(C) = \sum_{j=1}^{K} \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

$\hat{\mu}_j$ بردار میانگین تخمین زده شده برای خوشه jام
که می‌تواند به‌عنوان مرکز خوشه jام درنظرگرفته شود.

- بنابراین، مساله خوشه‌سازی را می‌توان به‌صورت زیر بازگویی کرد:

با فرض داشتن N بردار، مساله عبارت است از یافتن رمزگذار C که بردارها را به K خوشه اختصاص دهد به‌طوری‌که در هر خوشه، میانگین درجه شباهت بردارها از میانگین خوشه کمینه شود.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- یک بار دیگر رابطه اخیر را درنظر بگیرید:

$$J(C) = \sum_{j=1}^{K} \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- یک بار دیگر رابطه اخیر را درنظر بگیرید:

$$J(C) = \sum_{j=1}^{K} \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

- جمع داخلی را می‌توان به‌عنوان واریانس بردارهای خوشه jام درنظرگرفت (البته بدون ضریب $1/N_j$)

$$\hat{\sigma}_j^2 = \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- یک بار دیگر رابطه اخیر را درنظر بگیرید:

$$J(C) = \sum_{j=1}^{K} \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

- جمع داخلی را می‌توان به‌عنوان واریانس بردارهای خوشه jام درنظرگرفت (البته بدون ضریب $1/N_j$)

$$\hat{\sigma}_j^2 = \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

- بنابراین

$$J(C) = \sum_{j=1}^{K} \hat{\sigma}_j^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

$$J(C) = \sum_{j=1}^{K} \hat{\sigma}_j^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

$$J(C) = \sum_{j=1}^{K} \hat{\sigma}_j^2$$

- یعنی می‌توان تابع هزینه را به‌عنوان معیاری برای «واریانس تمام خوشه‌ها» درنظرگرفت که می‌خواهیم آن را کمینه کنیم.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

$$J(C) = \sum_{j=1}^{K} \hat{\sigma}_j^2$$

– یعنی می‌توان تابع هزینه را به‌عنوان معیاری برای «واریانس تمام خوشه‌ها» درنظرگرفت که می‌خواهیم آن را کمینه کنیم.

- ولی نکته اصلی در این است که رمزگذار C نامعلوم است.
- پس چگونه باید تابع هزینه را کمینه کرد؟

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

$$J(C) = \sum_{j=1}^{K} \hat{\sigma}_j^2$$

- یعنی می‌توان تابع هزینه را به‌عنوان معیاری برای «واریانس تمام خوشه‌ها» درنظرگرفت که می‌خواهیم آن را کمینه کنیم.

- ولی نکته اصلی در این است که رمزگذار C نامعلوم است.
- پس چگونه باید تابع هزینه را کمینه کرد؟

جواب: با استفاده از الگوریتم تکراری نزولی (Iterative Descent Algorithm)

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- الگوریتم تکراری K-میانگین در دو گام اجرا می‌شود:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- الگوریتم تکراری K-میانگین در دو گام اجرا می‌شود:

گام ۱: کمینه سازی تابع هزینه برحسب بردار میانگین $\hat{\mu}_j$

$$\min_{\{\hat{\mu}_j\}_{j=1}^{K}} \sum_{j=1}^{K} \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- الگوریتم تکراری K-میانگین در دو گام اجرا می‌شود:

گام ۱: کمینه سازی تابع هزینه برحسب بردار میانگین $\hat{\mu}_j$

$$\min_{\{\hat{\mu}_j\}_{j=1}^{K}} \sum_{j=1}^{K} \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

گام ۲: با محاسبه میانگین خوشه‌ها $\{\hat{\mu}_j\}_{j=1}^{K}$ در گام ۱، بهینه‌سازی رمزگزار برابر است با

$$C(i) = \arg \min_{1 \le j \le K} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

– الگوریتم تکراری K-میانگین در دو گام اجرا می‌شود:

گام ۱: کمینه سازی تابع هزینه برحسب بردار میانگین $\hat{\mu}_j$

$$\min_{\{\hat{\mu}_j\}_{j=1}^{K}} \sum_{j=1}^{K} \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

گام ۲: با محاسبه میانگین خوشه‌ها $\{\hat{\mu}_j\}_{j=1}^{K}$ در گام ۱، بهینه‌سازی رمزگزار برابر است با

$$C(i) = \arg \min_{1 \le j \le K} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

– با انتخاب مقدار اولیه ای برای C، الگوریتم بین دو گام فوق تکرارشده تا تغییری در اختصاص یافتن بردارهای ورودی به خوشه‌ها به‌وجود نیاید.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- در انتها:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- **در انتها:**
  - **۱- تعداد سلول های شبکه RBF برابر است با تعداد خوشه ها**

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- در انتها:

۱- تعداد سلول های شبکه RBF برابر است با تعداد خوشه ها

۲- مرکز توابع گرین برابر است با میانگین خوشه‌ها $\hat{\mu}_j$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- در انتها:

۱- تعداد سلول های شبکه RBF برابر است با تعداد خوشه ها

۲- مرکز توابع گرین برابر است با میانگین خوشه‌ها $\hat{\mu}_j$

۳- مجذور پهنا (واریانس) توابع گرین برابر است با

$$\hat{\sigma}_j^2 = \sum_{C(i)=j} \left\| \mathbf{x}_i - \hat{\mu}_j \right\|^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) **و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت**

- موارد زیر در باره الگوریتم K-میانگین قابل توجه است:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- موارد زیر در باره الگوریتم K-میانگین قابل توجه است:

۱- هرکدام از دو گام الگوریتم، سعی در کاهش تابع هزینه دارند. بنابراین، همگرایی آن تضمین می‌شود. ولی همگرایی ممکن است به کمینه محلی صورت گیرد.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- موارد زیر در باره الگوریتم K-میانگین قابل توجه است:

۱- هرکدام از دو گام الگوریتم، سعی در کاهش تابع هزینه دارند. بنابراین، همگرایی آن تضمین می‌شود. ولی همگرایی ممکن است به کمینه محلی صورت گیرد.

۲- این الگوریتم از نظر محاسباتی بسیار کارآمد است زیرا پیچیدگی آن به‌طور خطی با تعداد خوشه‌ها افزایش می‌یابد.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

- موارد زیر در باره الگوریتم K-میانگین قابل توجه است:

۱- هرکدام از دو گام الگوریتم، سعی در کاهش تابع هزینه دارند. بنابراین، همگرایی آن تضمین می‌شود. ولی همگرایی ممکن است به کمینه محلی صورت گیرد.

۲- این الگوریتم از نظر محاسباتی بسیار کارآمد است زیرا پیچیدگی آن به‌طور خطی با تعداد خوشه‌ها افزایش می‌یابد.

۳- برای یافتن جواب مناسب، باید الگوریتم را چندین دفعه با میانگین‌های اتفاقی مختلف $\{\hat{\mu}_j\}_{j=1}^{K}$ برای K خوشه از-قبل-معلوم امتحان‌کرد و سپس کمترین مقدار تابع هزینه $J(C)$ را انتخاب کرد.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) **و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت**

ب) وزن‌های خروجی

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

ب) وزن‌های خروجی

– دراین جا از الگوریتم کمترین مربعات بازگشتی (Recursive Least Square) استفاده می‌کنیم.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

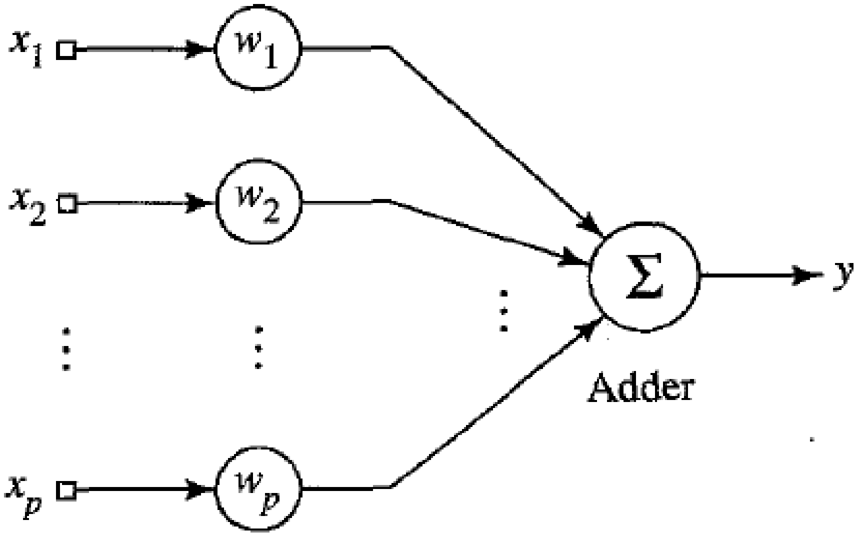
۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

ب) وزن های خروجی

– دراین جا از الگوریتم کمترین مربعات بازگشتی (Recursive Least Square) استفاده می‌کنیم.

– الگوریتم LMS را به خاطر بیاورید

$$\mathbf{R}_{xx}\mathbf{w}_0 = \mathbf{r}_{dx}$$



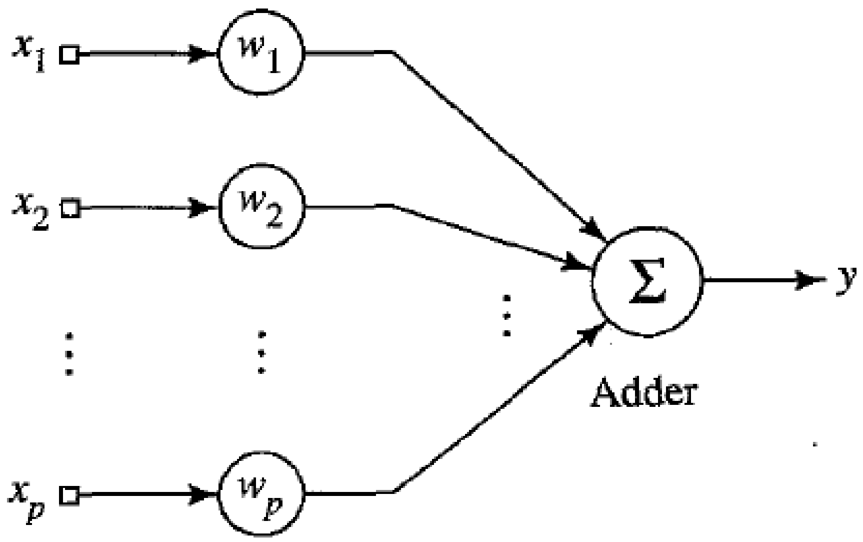
شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

ب) وزن های خروجی

- دراین جا از الگوریتم کمترین مربعات بازگشتی (Recursive Least Square) استفاده می‌کنیم.

- الگوریتم LMS را به خاطر بیاورید



$$\mathbf{R}_{xx}\mathbf{w}_0 = \mathbf{r}_{dx}$$

ماتریس خودهمبستگی
(auto correlation)

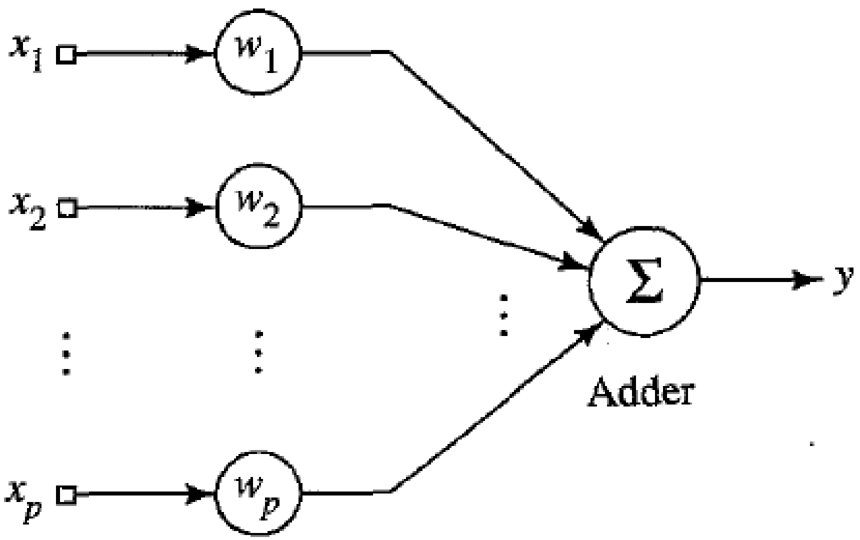
شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

ب) وزن های خروجی

- دراین جا از الگوریتم کمترین مربعات بازگشتی (Recursive Least Square) استفاده می‌کنیم.

- الگوریتم LMS را به خاطر بیاورید



$$\mathbf{R}_{xx}\mathbf{w}_0 = \mathbf{r}_{dx}$$

ماتریس خودهمبستگی (auto correlation)

بردار همبستگی متقابل (cross correlation)

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

ب) وزن های خروجی

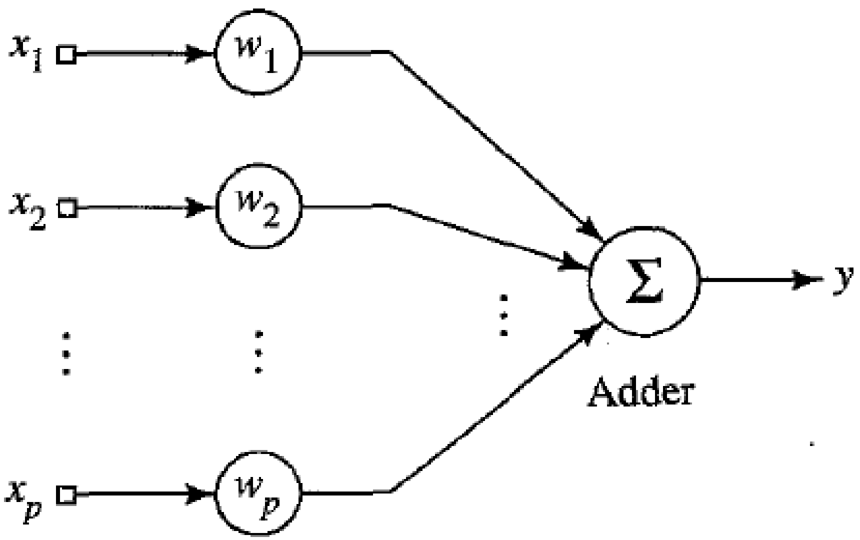
– دراین جا از الگوریتم کمترین مربعات بازگشتی (Recursive Least Square) استفاده می‌کنیم.

– الگوریتم LMS را به خاطر بیاورید

$$\mathbf{R}_{xx}\mathbf{w}_0 = \mathbf{r}_{dx}$$

ماتریس خودهمبستگی (auto correlation)

بردار همبستگی متقابل (cross correlation)

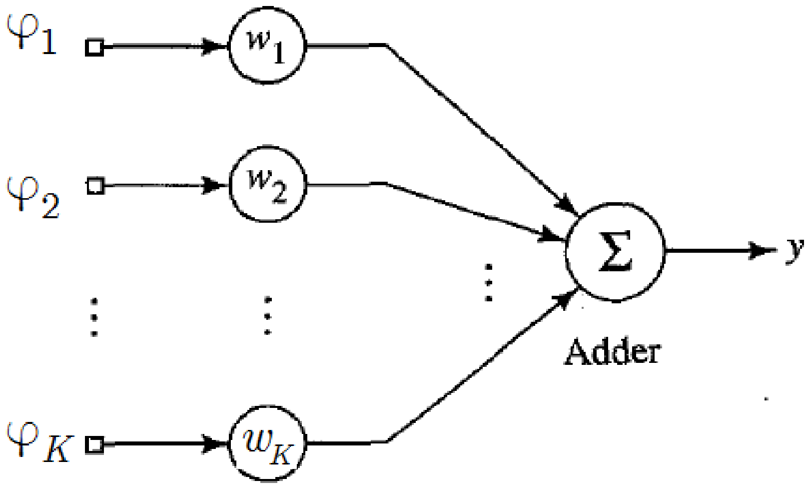


– که آن را در این‌جا به این‌صورت می‌نویسیم

$$\mathbf{R}(n)\,\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{r}(n), \quad n = 1, 2, \ldots$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

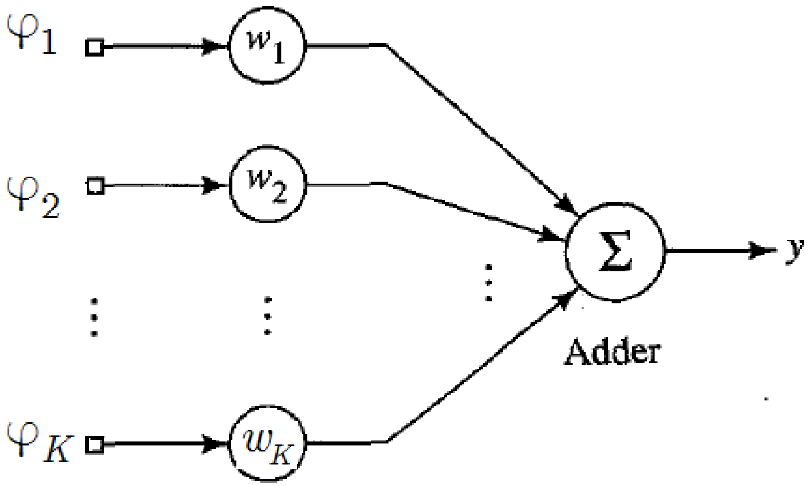
۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت



$$\mathbf{R}(n)\,\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{r}(n), \quad n = 1, 2, \ldots$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

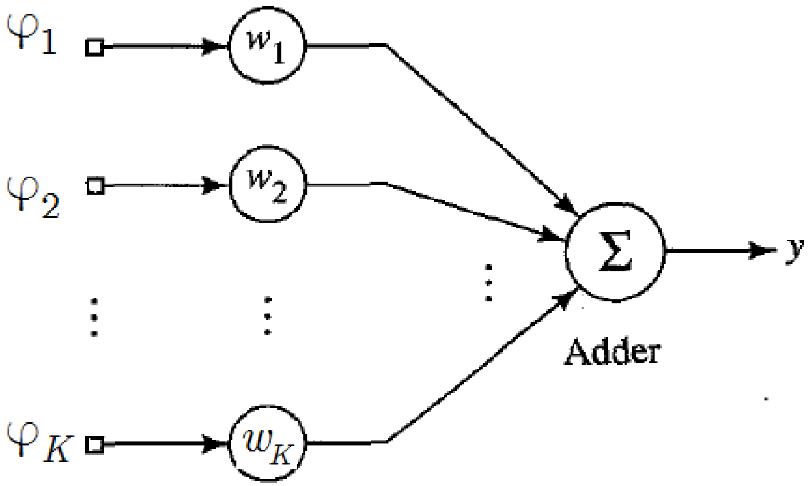


$$\mathbf{R}(n)\,\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{r}(n), \quad n = 1, 2, \ldots$$

– سه متغیر بالا در شبکه RBF عبارتند از:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت



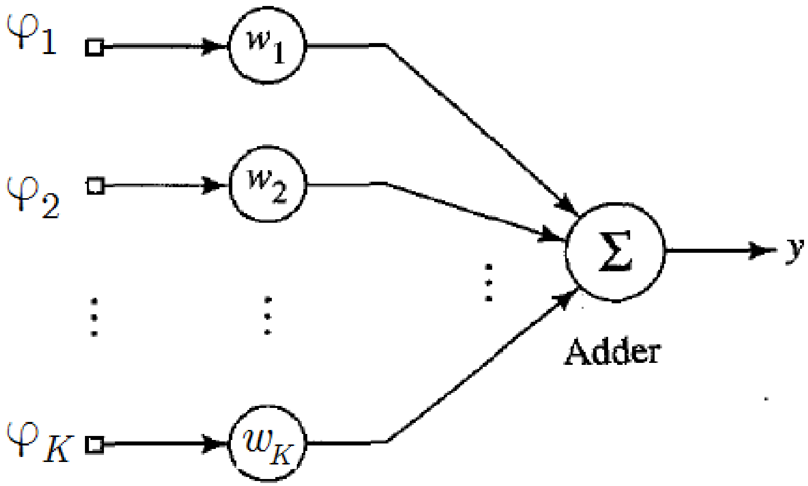
$$\mathbf{R}(n)\,\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{r}(n), \quad n = 1, 2, \ldots$$

- سه متغیر بالا در شبکه RBF عبارتند از:

۱- ماتریس $K\times K$ تابع هبستگی از سلول‌های پنهان

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت



$$\mathbf{R}(n)\,\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{r}(n), \quad n = 1, 2, \ldots$$

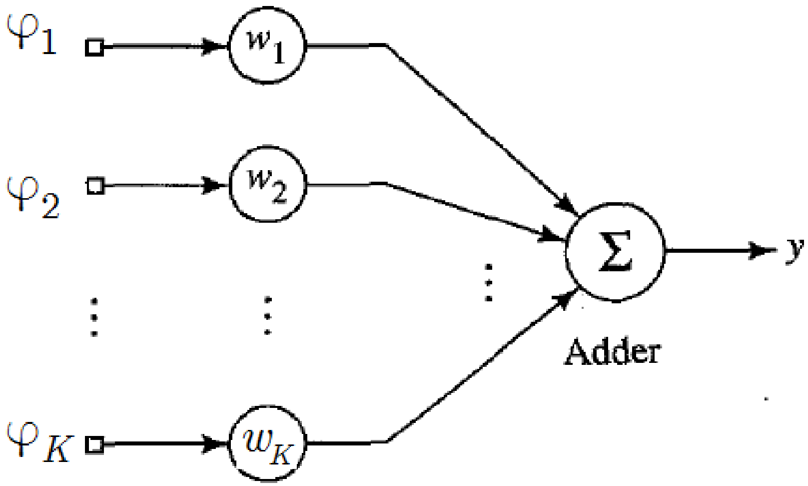
– سه متغیر بالا در شبکه RBF عبارتند از:

۱- ماتریس $K \times K$ تابع هبستگی از سلول‌های پنهان

$$\mathbf{R}(n) = \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\,\Phi^T(\mathbf{x}_i)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت



$$\mathbf{R}(n)\,\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{r}(n), \quad n = 1, 2, \ldots$$

– سه متغیر بالا در شبکه RBF عبارتند از:

۱- ماتریس $K \times K$ تابع هبستگی از سلول‌های پنهان

$$\mathbf{R}(n) = \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\,\Phi^T(\mathbf{x}_i)$$

که در آن

$$\Phi(\mathbf{x}_i) = \left[\varphi(\mathbf{x}_i, \mu_1) \quad \cdots \quad \varphi(\mathbf{x}_i, \mu_K)\right]^T$$

$$\varphi(\mathbf{x}_i, \mu_j) = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_j^2}\left\|\mathbf{x}_i - \mu_j\right\|^2\right), \qquad j = 1, \ldots, K$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

۲- بردار همبستگی متقابل بین پاسخ دلخواه و خروجی سلول‌های پنهان

$$\mathbf{r}(n) = \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

۲- بردار همبستگی متقابل بین پاسخ دلخواه و خروجی سلول‌های پنهان

$$\mathbf{r}(n) = \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i)$$

۳- بردار نامعلوم وزن‌ها $\hat{\mathbf{w}}(n)$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

۲- بردار همبستگی متقابل بین پاسخ دلخواه و خروجی سلول‌های پنهان

$$\mathbf{r}(n) = \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i)$$

۳- بردار نامعلوم وزن‌ها $\hat{\mathbf{w}}(n)$

– البته با وارون‌کردن ماتریس $\mathbf{R}$ می‌توان بردار وزن‌ها را به‌دست آورد.
ولی می‌خواهیم به‌صورت بازگشتی (تکراری) وزن‌ها را به‌دست آوریم.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$\mathbf{r}(n) = \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$\mathbf{r}(n) = \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) = \sum_{i=1}^{n-1} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$
\begin{aligned}
\mathbf{r}(n) &= \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) \\
&= \sum_{i=1}^{n-1} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{r}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n)
\end{aligned}
$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$
\begin{aligned}
\mathbf{r}(n) &= \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) \\
&= \sum_{i=1}^{n-1} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{r}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{R}(n-1)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n)
\end{aligned}
$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}(n) &= \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) \\
&= \sum_{i=1}^{n-1} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{r}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{R}(n-1)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n)
\end{aligned}$$

با اضافه و کم‌کردن جمله $\Phi(n)\,\Phi^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)$

$$\mathbf{r}(n) = \left[\mathbf{R}(n-1) + \Phi(n)\,\Phi^T(n)\right]\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\left[d(n) - \Phi^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)\right]$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$\begin{aligned}\mathbf{r}(n) &= \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\ &= \mathbf{r}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\ &= \mathbf{R}(n-1)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n)\end{aligned}$$

با اضافه و کم‌کردن جمله $\Phi(n)\,\Phi^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)$

$$\mathbf{r}(n) = \underbrace{\left[\mathbf{R}(n-1) + \Phi(n)\,\Phi^T(n)\right]}_{=??}\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\left[d(n) - \Phi^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)\right]$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}(n) &= \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) \\
&= \sum_{i=1}^{n-1} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{r}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{R}(n-1)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n)
\end{aligned}$$

با اضافه و کم‌کردن جمله $\Phi(n)\,\Phi^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)$

$$\mathbf{r}(n) = \underbrace{\left[\mathbf{R}(n-1) + \Phi(n)\,\Phi^T(n)\right]}_{=\mathbf{R}(n)}\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\left[d(n) - \Phi^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)\right]$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$
\begin{aligned}
\mathbf{r}(n) &= \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) \\
&= \sum_{i=1}^{n-1} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{r}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{R}(n-1)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n)
\end{aligned}
$$

با اضافه و کم‌کردن جمله $\Phi(n)\Phi^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)$

$$
\mathbf{r}(n) = \underbrace{\left[\mathbf{R}(n-1) + \Phi(n)\Phi^T(n)\right]}_{=\mathbf{R}(n)}\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\underbrace{\left[d(n) - \Phi^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)\right]}_{\triangleq\alpha(n)}
$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$
\begin{aligned}
\mathbf{r}(n) &= \sum_{i=1}^{n} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) \\
&= \sum_{i=1}^{n-1} \Phi(\mathbf{x}_i)\, d(i) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{r}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n) \\
&= \mathbf{R}(n-1)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(\mathbf{x}_n)\, d(n)
\end{aligned}
$$

با اضافه و کم‌کردن جمله $\Phi(n)\Phi^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)$

$$
\mathbf{r}(n) = \underbrace{\left[\mathbf{R}(n-1) + \Phi(n)\Phi^T(n)\right]}_{=\mathbf{R}(n)}\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\underbrace{\left[d(n) - \Phi^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)\right]}_{\triangleq \alpha(n)}
$$

خطای تقریب پیشین
(prior estimation error)

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>الگوریتم RLS :</u>

بنابراین

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\,\alpha(n)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>الگوریتم RLS :</u>

بنابراین

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\,\alpha(n)$$

که با استفاده از آن در $\mathbf{R}(n)\,\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{r}(n)$

$$\mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\,\alpha(n)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

بنابراین

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\,\alpha(n)$$

که با استفاده از آن در $\mathbf{R}(n)\,\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{r}(n)$

$$\mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\,\alpha(n)$$

و رابطه به‌روزرسانی وزن‌ها خواهدشد:

$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{R}^{-1}(n)\Phi(n)\,\alpha(n)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>الگوریتم RLS :</u>

بنابراین

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\,\alpha(n)$$

که با استفاده از آن در $\mathbf{R}(n)\,\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{r}(n)$

$$\mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\,\alpha(n)$$

و رابطه به‌روزرسانی وزن‌ها خواهدشد:

$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{R}^{-1}(n)\Phi(n)\,\alpha(n)$$

- ولی می‌خواستیم وارون ماتریس R را به‌دست نیاوریم!!

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

بنابراین

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\,\alpha(n)$$

که با استفاده از آن در $\mathbf{R}(n)\,\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{r}(n)$

$$\mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1) + \Phi(n)\,\alpha(n)$$

و رابطه به‌روزرسانی وزن‌ها خواهدشد:

$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{R}^{-1}(n)\Phi(n)\,\alpha(n)$$

- ولی می‌خواستیم وارون ماتریس R را به‌دست نیاوریم!!

وارون R را به‌صورت بازگشتی محاسبه می‌کنیم.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>الگوریتم RLS :</u>

- از یک لم ماتریسی استفاده می‌کنیم

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

- از یک لم ماتریسی استفاده می‌کنیم

لم: فرض کنید A و B دو ماتریس مثبت معین باشند که با رابطه زیر به‌یکدیگر مرتبط‌اند:

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1} + \mathbf{C}\mathbf{D}\mathbf{C}^{T}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

- **از یک لم ماتریسی استفاده می‌کنیم**

لم: فرض کنید A و B دو ماتریس مثبت معین باشند که با رابطه زیر به‌یکدیگر مرتبطاند:

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1} + \mathbf{CDC}^T$$

فرض می شود که ماتریس B ناتکین بوده و بنابراین وارون آن وجود دارد.
C و D دو ماتریس دیگراند.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

- از یک لم ماتریسی استفاده می‌کنیم

لم: فرض کنید A و B دو ماتریس مثبت معین باشند که با رابطه زیر به‌یکدیگر مرتبط‌اند:

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1} + \mathbf{C}\mathbf{D}\mathbf{C}^{T}$$

فرض می شود که ماتریس B ناتکین بوده و بنابراین وارون آن وجود دارد.
C و D دو ماتریس دیگراند.

دراین صورت

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{C}(\mathbf{D} + \mathbf{C}^{T}\mathbf{B}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^{T}\mathbf{B}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{C}(\mathbf{D} + \mathbf{C}^T\mathbf{B}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^T\mathbf{B}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B} - \mathbf{BC}(\mathbf{D} + \mathbf{C}^T\mathbf{BC})^{-1}\mathbf{C}^T\mathbf{B}$$

- برای مساله RLS که در آن $\mathbf{R}(n) = \mathbf{R}(n-1) + \Phi(n)\Phi^T(n)$ می‌توان چنین درنظرگرفت:

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}(n) \qquad \mathbf{C} = \Phi(n)$$

$$\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{R}(n-1) \qquad \mathbf{D} = 1$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

الگوریتم RLS :

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B} - \mathbf{BC}(\mathbf{D} + \mathbf{C}^T\mathbf{BC})^{-1}\mathbf{C}^T\mathbf{B}$$

- برای مساله RLS که در آن $\mathbf{R}(n) = \mathbf{R}(n-1) + \Phi(n)\Phi^T(n)$ می‌توان چنین درنظرگرفت:

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}(n) \qquad \mathbf{C} = \Phi(n)$$

$$\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{R}(n-1) \qquad \mathbf{D} = 1$$

- در نتیجه، با توجه به متقارن بودن ماتریس همبستگی (یعنی $\mathbf{R}^T(n-1) = \mathbf{R}(n-1)$)
می‌توان نوشت:

$$\mathbf{R}^{-1}(n) = \mathbf{R}^{-1}(n-1) - \frac{\mathbf{R}^{-1}(n-1)\Phi(n)\Phi^T(n)\mathbf{R}^{-1}(n-1)}{1 + \Phi^T(n)\mathbf{R}^{-1}(n-1)\Phi(n)}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

خلاصه الگوریتم RLS :

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

خلاصه الگوریتم RLS :

- برای ساده‌نویسی،

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>خلاصه الگوریتم RLS :</u>

- برای ساده‌نویسی،

۱- فرض کنید $\mathbf{R}^{-1}(n) = \mathbf{P}(n)$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

خلاصه الگوریتم RLS :

- برای ساده‌نویسی،

۱- فرض کنید $\mathbf{R}^{-1}(n) = \mathbf{P}(n)$

۲- فرض کنید $\mathbf{g}(n) = \mathbf{R}^{-1}(n)\Phi(n) = \mathbf{P}(n)\Phi(n)$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>خلاصه الگوریتم RLS :</u>

- برای ساده‌نویسی،

۱- فرض کنید $\mathbf{R}^{-1}(n) = \mathbf{P}(n)$

۲- فرض کنید $\mathbf{g}(n) = \mathbf{R}^{-1}(n)\Phi(n) = \mathbf{P}(n)\Phi(n)$

- با دردست داشتن نمونه‌های آموزش $\{\Phi(i), d(i)\}_{i=1}^{N}$ محاسبات زیر را برای $n = 1,\ldots,N$ انجام دهید:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

خلاصه الگوریتم RLS :

- برای ساده‌نویسی،

۱- فرض کنید $\mathbf{R}^{-1}(n) = \mathbf{P}(n)$

۲- فرض کنید $\mathbf{g}(n) = \mathbf{R}^{-1}(n)\Phi(n) = \mathbf{P}(n)\Phi(n)$

- با دردست داشتن نمونه‌های آموزش $\{\Phi(i), d(i)\}_{i=1}^{N}$ محاسبات زیر را برای $n = 1,\ldots,N$ انجام دهید:

$$\mathbf{P}(n) = \mathbf{P}(n-1) - \frac{\mathbf{P}(n-1)\Phi(n)\Phi^T(n)\mathbf{P}(n-1)}{1+\Phi^T(n)\mathbf{P}(n-1)\Phi(n)}$$

$$\mathbf{g}(n) = \mathbf{P}(n)\Phi(n)$$

$$\alpha(n) = d(n) - \hat{\mathbf{w}}^T(n-1)\Phi(n)$$

$$\hat{\mathbf{w}}^T(n) = \hat{\mathbf{w}}^T(n-1) + \mathbf{g}(n)\alpha(n)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

خلاصه الگوریتم RLS :

- مقداردهی اولیه:

$$\hat{\mathbf{w}}(0) = \mathbf{0}$$
$$\mathbf{P}(0) = \lambda \mathbf{I}$$

λ عدد مثبت کوچک

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>خلاصه الگوریتم RLS :</u>

- مقداردهی اولیه:

$$\hat{\mathbf{w}}(0) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{P}(0) = \lambda \mathbf{I}$$

λ عدد مثبت کوچک

نتیجه:

از دو روش K-میانگین و RLS به صورت ترکیبی برای آموزش شبکه RBF استفاده می شود.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>آموزش ترکیبی شبکه RBF :</u>

<u>**لایه ورودی:**</u>

تعداد ورودی‌ها برابر تعداد درایه‌های بردار ورودی x است.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

لایه ورودی:

تعداد ورودی‌ها برابر تعداد درایه‌های بردار ورودی x است.

لایه پنهان:

۱- تعداد سلول‌های لایه پنهان توسط تعداد خوشه‌ها (K) تعیین می‌شود.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

لایه ورودی:

تعداد ورودی‌ها برابر تعداد درایه‌های بردار ورودی x است.

لایه پنهان:

۱- تعداد سلول‌های لایه پنهان توسط تعداد خوشه‌ها (K) تعیین می‌شود.

- **این عدد، درجه آزادی شبکه است و توسط طراحی تعیین می‌شود.**

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

لایه ورودی:

تعداد ورودی‌ها برابر تعداد درایه‌های بردار ورودی x است.

لایه پنهان:

۱- تعداد سلول‌های لایه پنهان توسط تعداد خوشه‌ها (K) تعیین می‌شود.

- **این عدد، درجه آزادی شبکه است و توسط طراحی تعیین می‌شود.**
- **K نه تنها دقت مدل‌سازی شبکه را تعیین می‌کند، بلکه پیچیدگی محاسبات را نیز تعیین می‌کند.**

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

لایه ورودی:

تعداد ورودی‌ها برابر تعداد درایه‌های بردار ورودی x است.

لایه پنهان:

۱- تعداد سلول‌های لایه پنهان توسط تعداد خوشه‌ها (K) تعیین می‌شود.

- **این عدد، درجه آزادی شبکه است و توسط طراحی تعیین می‌شود.**
- **K نه تنها دقت مدل‌سازی شبکه را تعیین می‌کند، بلکه پیچیدگی محاسبات را نیز تعیین می‌کند.**

۲- میانگین خوشه ها $\hat{\mu}_j$ که توسط الگوریتم K-میانگین تعیین می‌شود،
مرکز توابع گرین $\{\varphi(\cdot,\hat{\mu}_j) \mid j=1,\ldots,K\}$ را مشخص می‌کند.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

۳- برای سادگی طراحی، پهنای توابع گرین به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\sigma = \frac{d_{\max}}{\sqrt{2K}}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

۳- برای سادگی طراحی، پهنای توابع گرین به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\sigma = \frac{d_{\max}}{\sqrt{2K}}$$

K تعداد سلول‌ها (تعداد خوشه‌ها)

$d_{\max}$ بیشینه فاصله بین مرکز خوشه‌ها

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) **و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت**

<u>آموزش ترکیبی شبکه RBF :</u>

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

لایه خروجی:

با اتمام آموزش لایه پنهان، آموزش لایه خروجی شروع می‌شود.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲– تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

لایه خروجی:

با اتمام آموزش لایه پنهان، آموزش لایه خروجی شروع می‌شود.

– ابتدا بردارهای زیر تولید می‌شوند:

$$\Phi(\mathbf{x}_i) = \begin{bmatrix} \varphi(\mathbf{x}_i, \mu_1) \\ \vdots \\ \varphi(\mathbf{x}_i, \mu_K) \end{bmatrix}, \quad i = 1, \ldots, N$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

لایه خروجی:

با اتمام آموزش لایه پنهان، آموزش لایه خروجی شروع می‌شود.

- ابتدا بردارهای زیر تولید می‌شوند:

$$\Phi(\mathbf{x}_i) = \begin{bmatrix} \varphi(\mathbf{x}_i, \mu_1) \\ \vdots \\ \varphi(\mathbf{x}_i, \mu_K) \end{bmatrix}, \quad i = 1, \ldots, N$$

- در نتیجه، نمونه‌های آموزش برای استفاده در الگوریتم RLS عبارتند از:

$$\left\{ \Phi(\mathbf{x}_i), d_i \right\}_{i=1}^{N}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>آموزش ترکیبی شبکه RBF :</u>

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized) **و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت**

آموزش ترکیبی شبکه RBF :

لایه خروجی:

$$\left\{ \Phi(\mathbf{x}_i), d_i \right\}_{i=1}^{N}$$

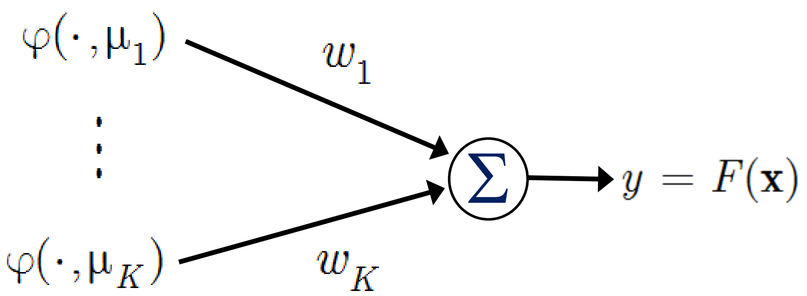
شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>آموزش ترکیبی شبکه RBF :</u>

<u>لایه خروجی:</u>

$$\left\{ \Phi(\mathbf{x}_i), d_i \right\}_{i=1}^{N} \Rightarrow$$



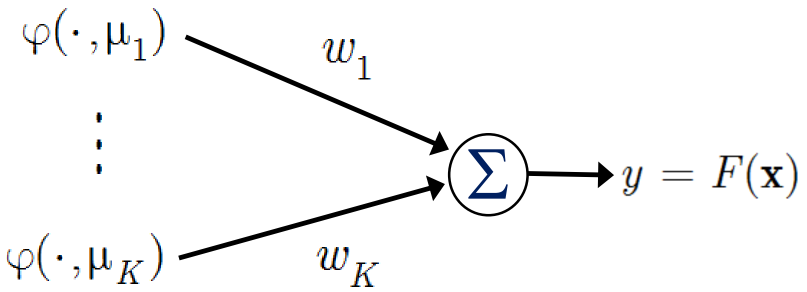
شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۲- تعیین مراکز به‌صورت بدون نظارت یا خودسازمانده (Self Organized)
و محاسبه وزن‌ها به‌صورت با نظارت

<u>آموزش ترکیبی شبکه RBF :</u>

<u>لایه خروجی:</u>

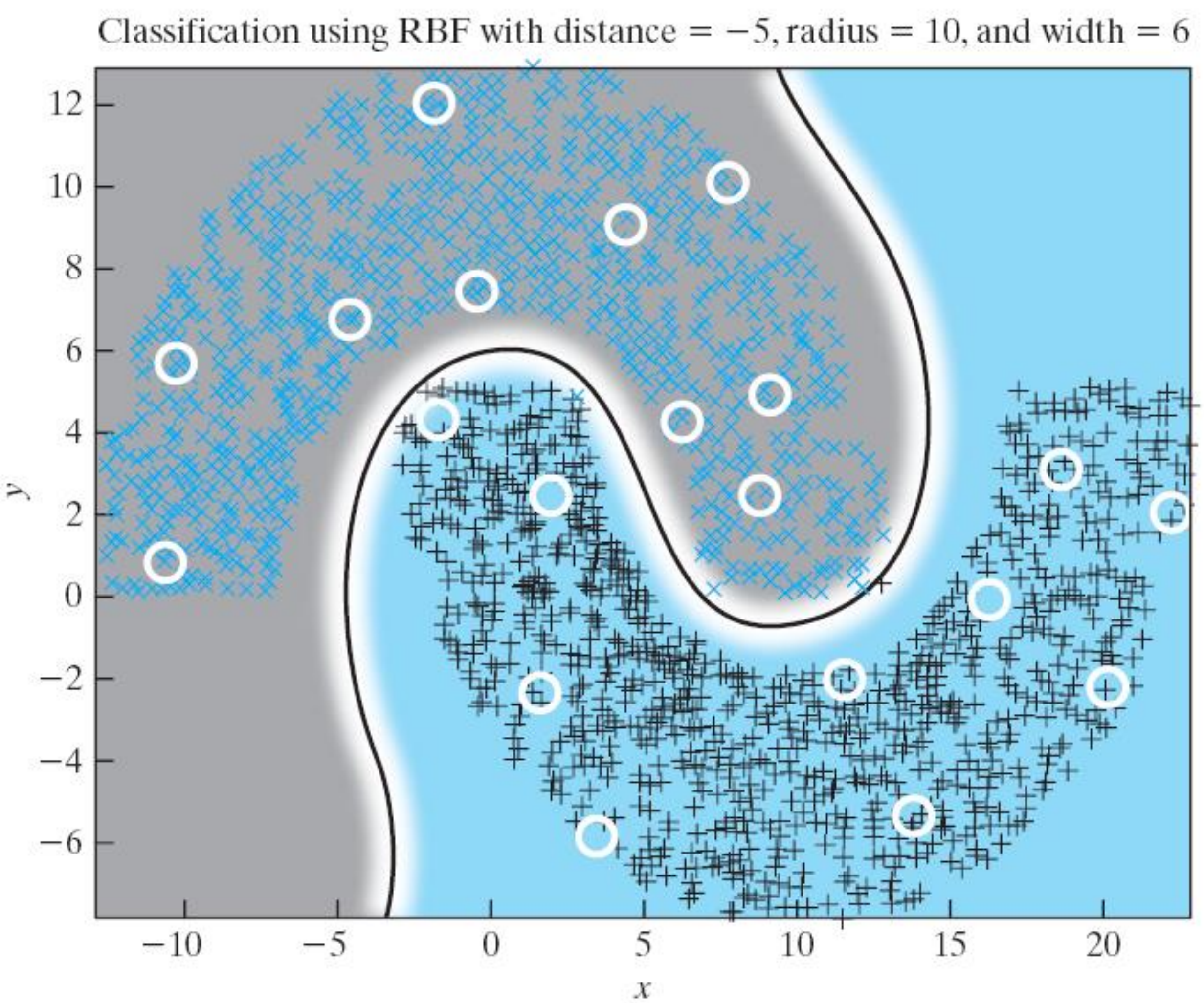
$$\left\{\Phi(\mathbf{x}_i), d_i\right\}_{i=1}^{N} \quad \Rightarrow$$



الگوریتم «K-میانگین»، «RLS» الگوریتمی بسیار کارآمد است.
ولی بهینگی آن زیر سوال است.
این الگوریتم به مفهوم آماری بهینه است.

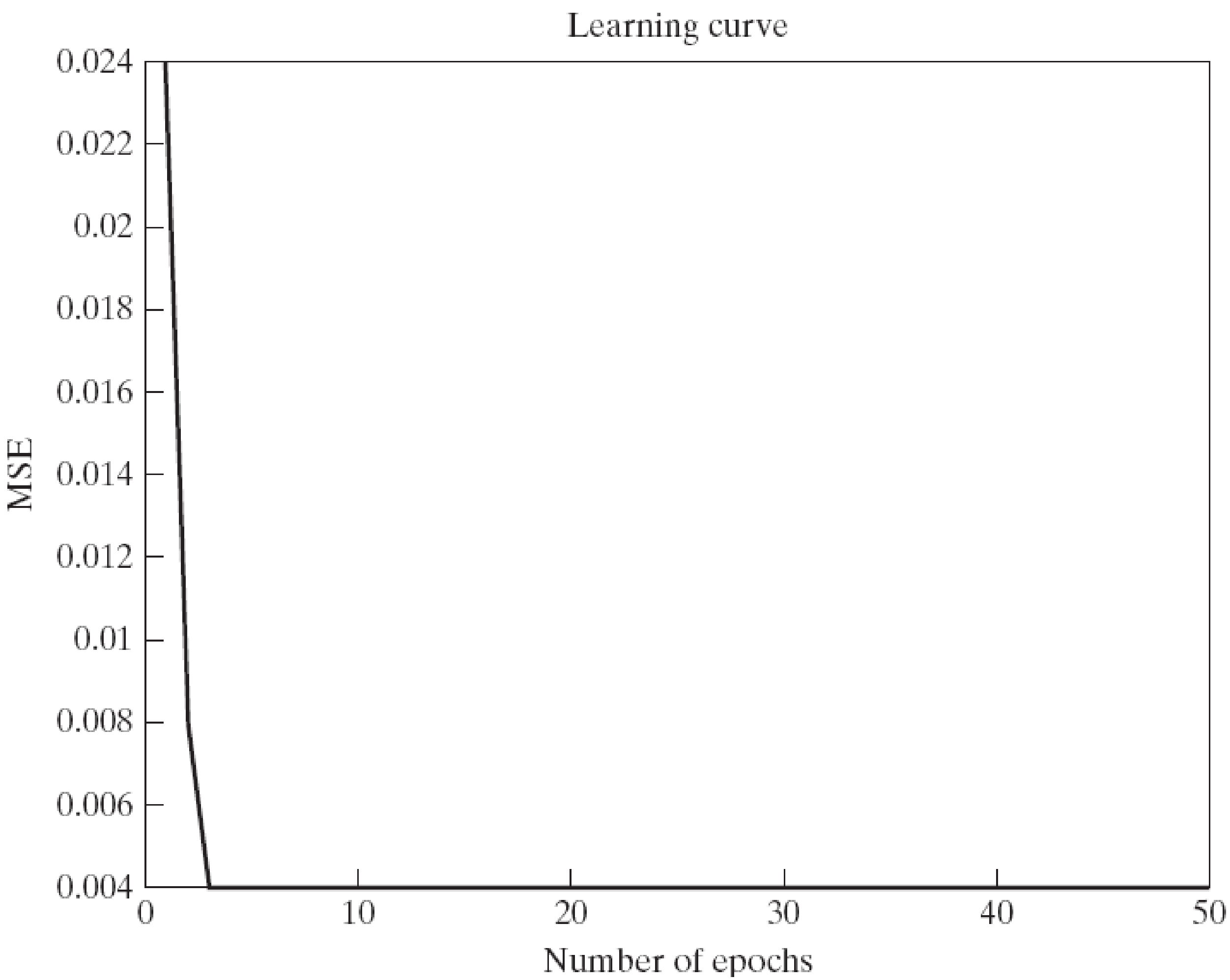
شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مثال: مساله کلاسه بندی الگوهای ماه شکل (نتایج آزمایش)



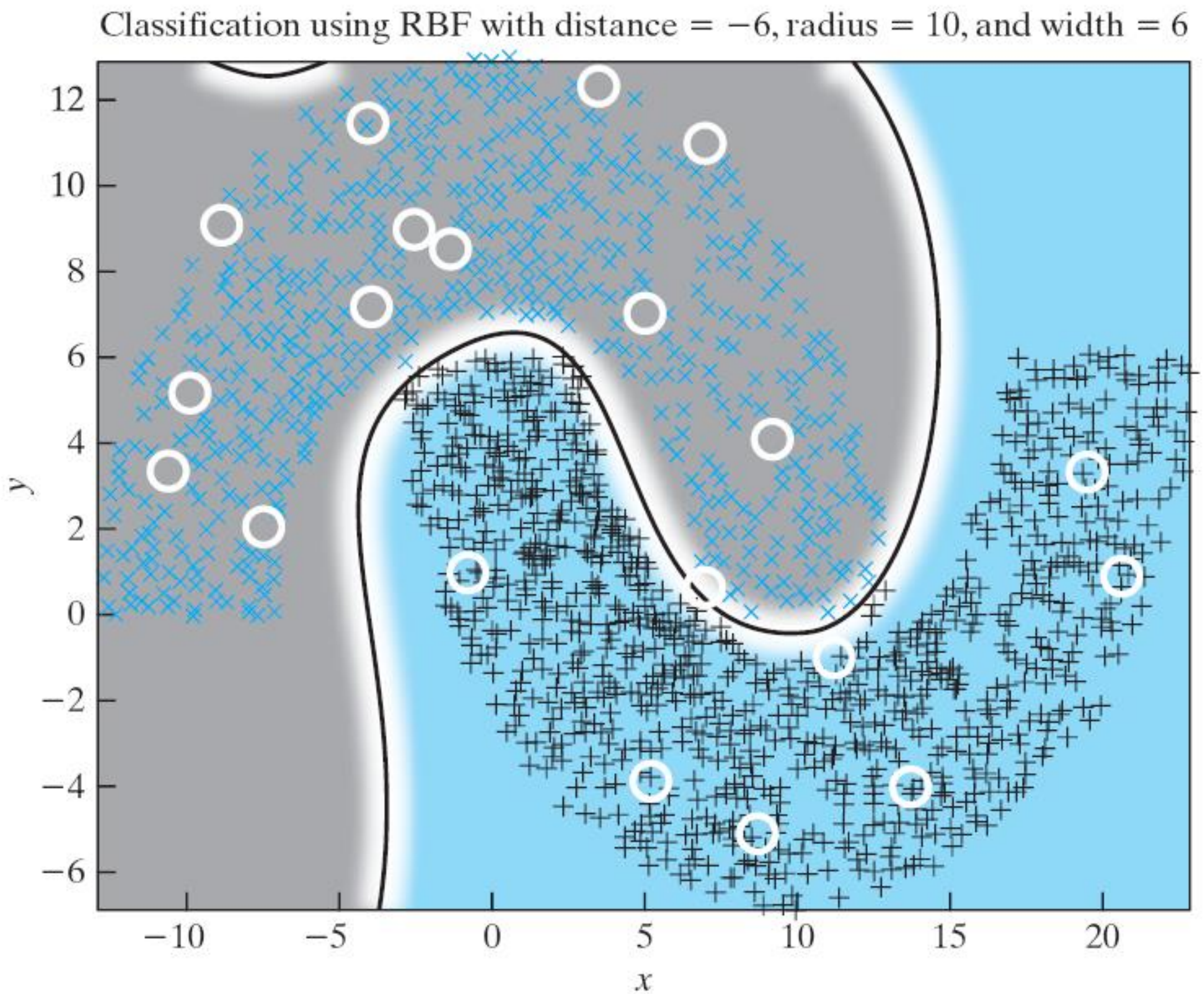
شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مثال: مساله کلاسه بندی الگوهای ماه شکل (میانگین مربعات خطا) در طول آموزش وزن‌ها



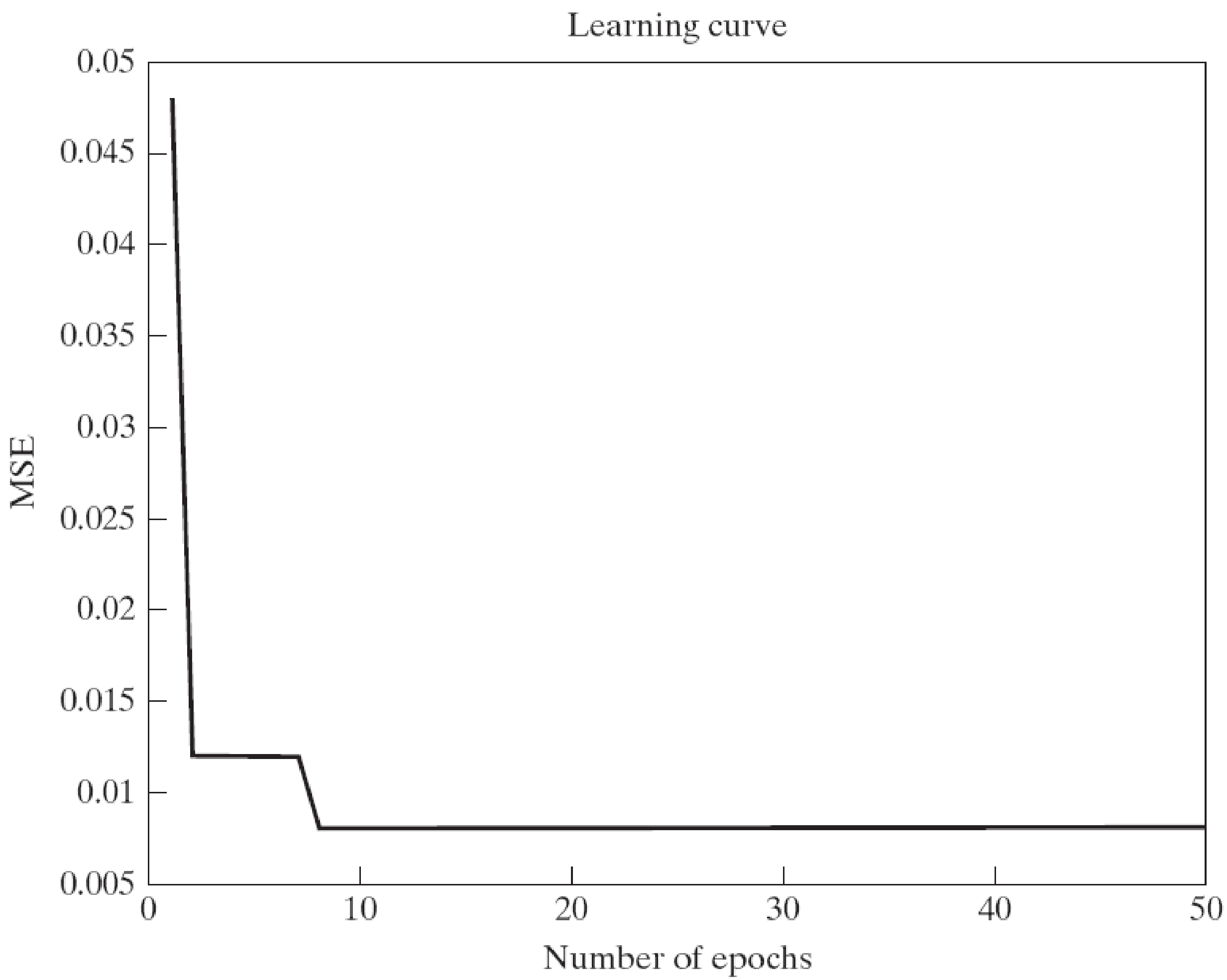
شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مثال: مساله کلاسه بندی الگوهای ماه شکل (نتایج آزمایش)



شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مثال: مساله کلاسه بندی الگوهای ماه شکل (میانگین مربعات خطا) در طول آموزش وزن‌ها



شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

- **برای این منظور از روش عمومی LMS (گرادیان نزولی) استفاده می‌کنیم.**

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

- برای این منظور از روش عمومی LMS (گرادیان نزولی) استفاده می‌کنیم.

- تابع هزینه موردنظر:

$$E = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} e_j^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

– برای این منظور از روش عمومی LMS (گرادیان نزولی) استفاده می‌کنیم.

– تابع هزینه موردنظر:

$$E = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} e_j^2$$

که در آن

$$e_j = d_j - \hat{F}(\mathbf{x}_j)$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

– برای این منظور از روش عمومی LMS (گرادیان نزولی) استفاده می‌کنیم.

– تابع هزینه موردنظر:

$$E = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} e_j^2$$

که در آن

$$\begin{aligned} e_j &= d_j - \hat{F}(\mathbf{x}_j) \\ &= d_j - \sum_{i=1}^{M} w_i G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|) \end{aligned}$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

– برای این منظور از روش عمومی LMS (گرادیان نزولی) استفاده می‌کنیم.

– تابع هزینه موردنظر:

$$E = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} e_j^2$$

که در آن

$$\begin{aligned} e_j &= d_j - \hat{F}(\mathbf{x}_j) \\ &= d_j - \sum_{i=1}^{M} w_i G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|) \end{aligned}$$

در نتیجه

$$E = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N}\left[d_j - \sum_{i=1}^{M} w_i G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|)\right]^2$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

– برای این منظور از روش عمومی LMS (گرادیان نزولی) استفاده می‌کنیم.

– تابع هزینه موردنظر:

$$E = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} e_j^2$$

که در آن

$$\begin{aligned} e_j &= d_j - \hat{F}(\mathbf{x}_j) \\ &= d_j - \sum_{i=1}^{M} w_i G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|) \end{aligned}$$

در نتیجه

$$E = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N}\left[d_j - \sum_{i=1}^{M} w_i G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|)\right]^2$$

– بنابراین، ابتدا باید مشتق‌های پاره‌ای زیر را یافت:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{w}_i(n)} = ? \qquad \frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{t}_i(n)} = ? \qquad \frac{\partial E(n)}{\partial \sigma_i(n)} = ?$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

- تابع گرین به‌فرم گوسی زیر به مرکز $\mathbf{t}_i$ و ماتریس وزنی $\mathbf{C}_i$ درنظرگرفته می‌شود:

$$G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|_{\mathbf{C}_i}) = \exp\left[-(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i (\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)\right]$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

- تابع گرین به‌فرم گوسی زیر به مرکز $\mathbf{t}_i$ و ماتریس وزنی $\mathbf{C}_i$ درنظرگرفته می‌شود:

$$G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|_{\mathbf{C}_i}) = \exp\left[-(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i (\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)\right]$$

$$= \exp[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)]$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

- تابع گرین به‌فرم گوسی زیر به مرکز $\mathbf{t}_i$ و ماتریس وزنی $\mathbf{C}_i$ درنظرگرفته می‌شود:

$$G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|_{\mathbf{C}_i}) = \exp\left[-(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i (\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)\right]$$
$$= \exp[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)]$$

که در آن وارون ماتریس کوواریانس Σ_i برابر است با

$$\frac{1}{2}\Sigma_i^{-1} = \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

- تابع گرین به‌فرم گوسی زیر به مرکز $\mathbf{t}_i$ و ماتریس وزنی $\mathbf{C}_i$ درنظرگرفته می‌شود:

$$G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|_{\mathbf{C}_i}) = \exp\left[-(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i (\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)\right]$$
$$= \exp[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)]$$

که در آن وارون ماتریس کوواریانس Σ_i برابر است با

$$\frac{1}{2}\Sigma_i^{-1} = \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i$$

آ- وزن‌های خروجی:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

- تابع گرین به‌فرم گوسی زیر به مرکز $\mathbf{t}_i$ و ماتریس وزنی $\mathbf{C}_i$ درنظرگرفته می‌شود:

$$G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|_{\mathbf{C}_i}) = \exp\left[-(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i (\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)\right]$$

$$= \exp[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \Sigma_i^{-1}(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)]$$

که در آن وارون ماتریس کوواریانس Σ_i برابر است با

$$\frac{1}{2}\Sigma_i^{-1} = \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i$$

آ- وزن‌های خروجی:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial w_i(n)} = -\sum_{j=1}^{N} e_j(n) G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)\|_{\mathbf{C}_i})$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

- تابع گرین به‌فرم گوسی زیر به مرکز $\mathbf{t}_i$ و ماتریس وزنی $\mathbf{C}_i$ درنظرگرفته می‌شود:

$$G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i\|_{\mathbf{C}_i}) = \exp\left[-(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i (\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)\right]$$
$$= \exp[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)^T \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i)]$$

که در آن وارون ماتریس کوواریانس Σ_i برابر است با

$$\frac{1}{2}\Sigma_i^{-1} = \mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i$$

آ- وزن‌های خروجی:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial w_i(n)} = -\sum_{j=1}^{N} e_j(n) G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)\|_{\mathbf{C}_i})$$

$$w_i(n+1) = w_i(n) - \eta_1 \frac{\partial E(n)}{\partial w_i(n)}, \qquad i = 1, \ldots, M$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

ب- مرکز توابع گوسی:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

ب- مرکز توابع گوسی:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{t}_i(n)} = 2w_i(n)\sum_{j=1}^{N} e_j(n)G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)\|_{\mathbf{C}_i})\Sigma_i^{-1}[\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)]$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

ب- مرکز توابع گوسی:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{t}_i(n)} = 2w_i(n)\sum_{j=1}^{N} e_j(n)G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)\|_{\mathbf{C}_i})\Sigma_i^{-1}[\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)]$$

$$\mathbf{t}_i(n+1) = \mathbf{t}_i(n) - \eta_2 \frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{t}_i(n)}, \qquad i = 1, \ldots, M$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

ب- مرکز توابع گوسی:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{t}_i(n)} = 2w_i(n)\sum_{j=1}^{N} e_j(n)G(\left\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)\right\|_{\mathbf{C}_i})\Sigma_i^{-1}\left[\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)\right]$$

$$\mathbf{t}_i(n+1) = \mathbf{t}_i(n) - \eta_2 \frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{t}_i(n)}, \qquad i = 1,\ldots,M$$

پ- پهنای توابع گوسی:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

ب- مرکز توابع گوسی:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{t}_i(n)} = 2w_i(n)\sum_{j=1}^{N} e_j(n)G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)\|_{\mathbf{C}_i})\Sigma_i^{-1}[\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)]$$

$$\mathbf{t}_i(n+1) = \mathbf{t}_i(n) - \eta_2 \frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{t}_i(n)}, \qquad i = 1, \ldots, M$$

پ- پهنای توابع گوسی:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial \Sigma_i^{-1}(n)} = -w_i(n)\sum_{j=1}^{N} e_j(n)G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)\|_{\mathbf{C}_i})[\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)][\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)]^T$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

۳- آموزش تحت نظارت مراکز، پهنا و وزن‌ها:

ب- مرکز توابع گوسی:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{t}_i(n)} = 2w_i(n)\sum_{j=1}^{N} e_j(n)G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)\|_{\mathbf{C}_i})\Sigma_i^{-1}[\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)]$$

$$\mathbf{t}_i(n+1) = \mathbf{t}_i(n) - \eta_2 \frac{\partial E(n)}{\partial \mathbf{t}_i(n)}, \qquad i = 1, \dots, M$$

پ- پهنای توابع گوسی:

$$\frac{\partial E(n)}{\partial \Sigma_i^{-1}(n)} = -w_i(n)\sum_{j=1}^{N} e_j(n)G(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)\|_{\mathbf{C}_i})[\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)][\mathbf{x}_j - \mathbf{t}_i(n)]^T$$

$$\Sigma_i^{-1}(n+1) = \Sigma_i^{-1}(n) - \eta_3 \frac{\partial E(n)}{\partial \Sigma_i^{-1}(n)}, \qquad i = 1, \dots, M$$

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

- نکات مشترک:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

– نکات مشترک:

- هر دو شبکه RBF و MLP مثال‌هایی از شبکه‌های پیشخورد غیرخطی هستند.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

– نکات مشترک:

- هر دو شبکه RBF و MLP مثال‌هایی از شبکه‌های پیشخورد غیرخطی هستند.
- هر دو شبکه تقریب‌زن عمومی هستند که در قضیه‌های تقریب عمومی و کولموگوروف نشان داده شد.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

– نکات مشترک:

- هر دو شبکه RBF و MLP مثال‌هایی از شبکه‌های پیشخورد غیرخطی هستند.
- هر دو شبکه تقریب‌زن عمومی هستند که در قضیه‌های تقریب عمومی و کولموگوروف نشان داده شد.
- هر دو شبکه قابلیت حل دسته وسیعی از مسایل را دارند. بنابراین، از هردوی آن‌ها می‌توان به‌جای یکدیگر استفاده کرد.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

– نکات مشترک:

- هر دو شبکه RBF و MLP مثال‌هایی از شبکه‌های پیشخورد غیرخطی هستند.
- هر دو شبکه تقریب‌زن عمومی هستند که در قضیه‌های تقریب عمومی و کولموگوروف نشان داده شد.
- هر دو شبکه قابلیت حل دسته وسیعی از مسایل را دارند. بنابراین، از هردوی آن‌ها می‌توان به‌جای یکدیگر استفاده کرد.

– نکات متفاوت:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

– نکات مشترک:

- هر دو شبکه RBF و MLP مثال‌هایی از شبکه‌های پیشخورد غیرخطی هستند.
- هر دو شبکه تقریب‌زن عمومی هستند که در قضیه‌های تقریب عمومی و کولموگوروف نشان داده شد.
- هر دو شبکه قابلیت حل دسته وسیعی از مسایل را دارند. بنابراین، از هردوی آن‌ها می‌توان به‌جای یکدیگر استفاده کرد.

– نکات متفاوت:

- شبکه RBF دارای تنها یک لایه پنهان است در حالی‌که MLP می‌تواند بیش از یک لایه پنهان نیز داشته باشد.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

– نکات مشترک:

- هر دو شبکه RBF و MLP مثال‌هایی از شبکه‌های پیشخورد غیرخطی هستند.
- هر دو شبکه تقریب‌زن عمومی هستند که در قضیه‌های تقریب عمومی و کولموگوروف نشان داده شد.
- هر دو شبکه قابلیت حل دسته وسیعی از مسایل را دارند. بنابراین، از هردوی آن‌ها می‌توان به‌جای یکدیگر استفاده کرد.

– نکات متفاوت:

- شبکه RBF دارای تنها یک لایه پنهان است در حالی‌که MLP می‌تواند بیش از یک لایه پنهان نیز داشته باشد.
- سلول‌ها در MLP همه از یک مدل تابع فعال‌ساز استفاده می‌کنند در حالی که در شبکه RBF سلول‌ها دارای وظایف متفاتی هستند.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

– نکات مشترک:

- هر دو شبکه RBF و MLP مثال‌هایی از شبکه‌های پیشخورد غیرخطی هستند.
- هر دو شبکه تقریب‌زن عمومی هستند که در قضیه‌های تقریب عمومی و کولموگوروف نشان داده شد.
- هر دو شبکه قابلیت حل دسته وسیعی از مسایل را دارند. بنابراین، از هردوی آن‌ها می‌توان به‌جای یکدیگر استفاده کرد.

– نکات متفاوت:

- شبکه RBF دارای تنها یک لایه پنهان است در حالی‌که MLP می‌تواند بیش از یک لایه پنهان نیز داشته باشد.
- سلول‌ها در MLP همه از یک مدل تابع فعال‌ساز استفاده می‌کنند در حالی که در شبکه RBF سلول‌ها دارای وظایف متفاتی هستند.
- ورودی به سلول‌ها در MLP، برابر است با ضرب داخلی بردار ورودی و بردار وزن آن سلول در حالی که در شبکه RBF برابر است با فاصله هندسی بین بردار ورودی و مرکز آن سلول.

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

- تفاوت بسیار مهم:

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

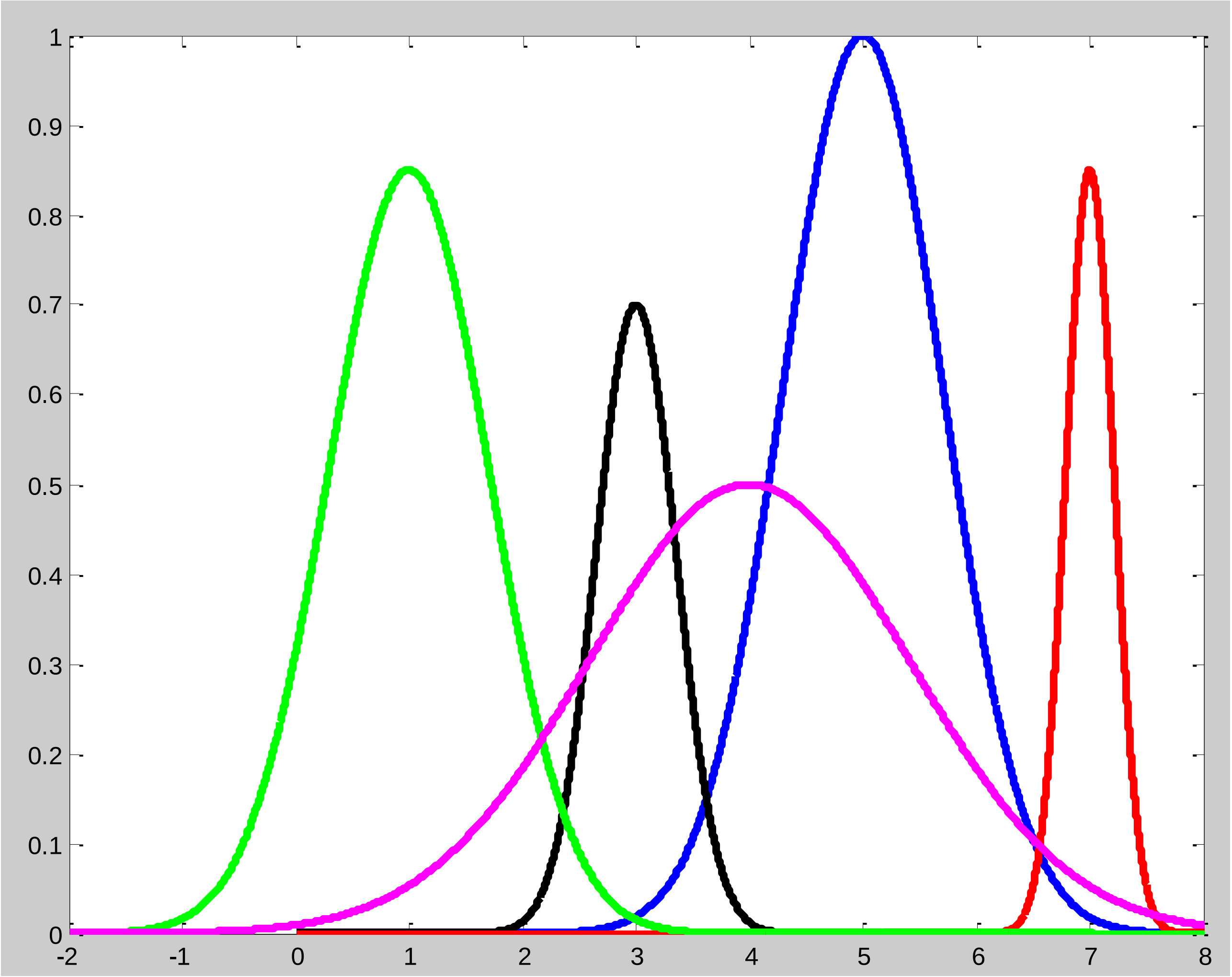
مقایسه MPL و شبکه RBF:

– تفاوت بسیار مهم:

- شبکه RBF تقریب مکانی (local approximation) به نگاشت ورودی–خروجی تشکیل می‌دهد در حالی‌که MLP تقریب سراسری یا فراگیر (global approximation) می‌سازد.

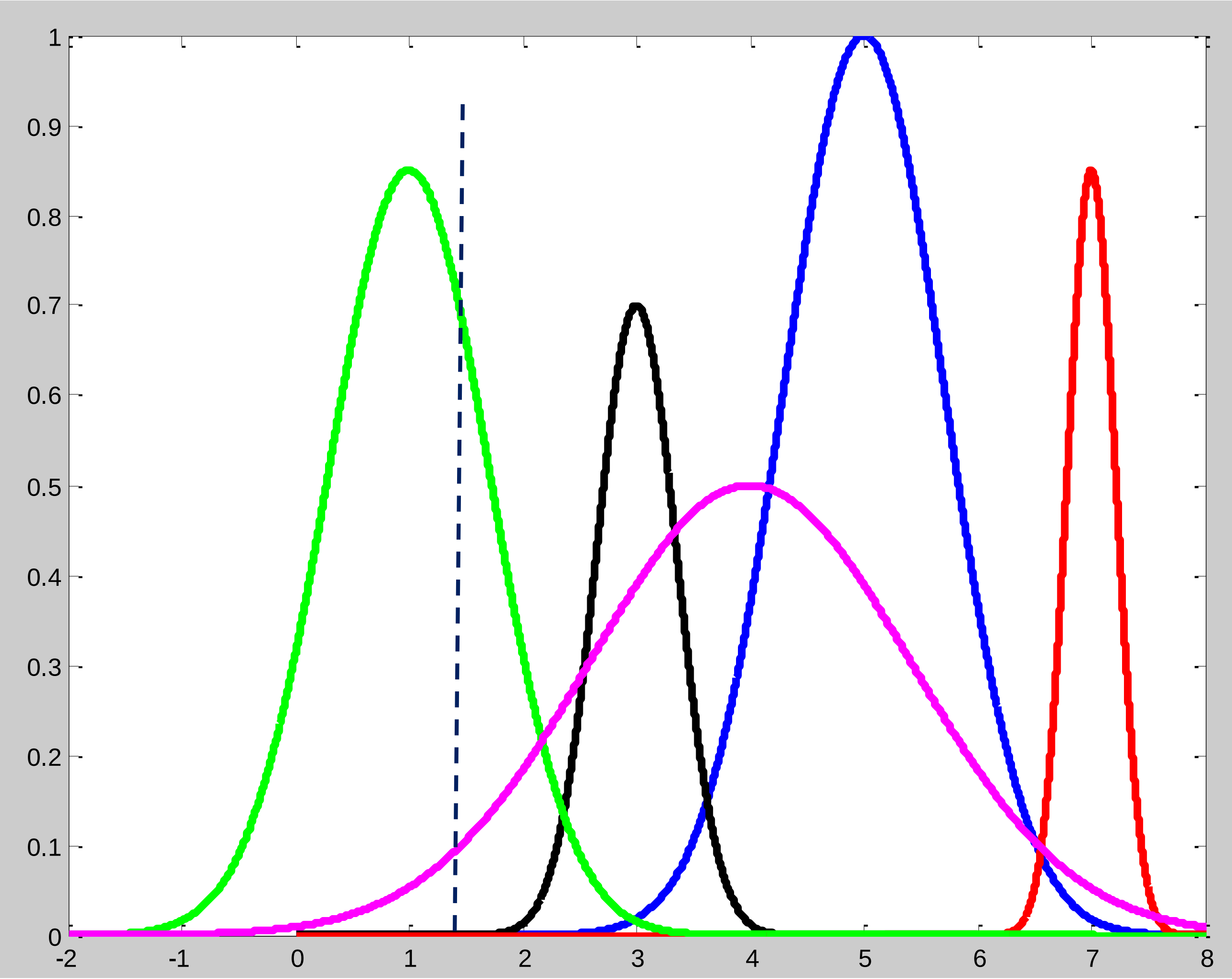
شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:



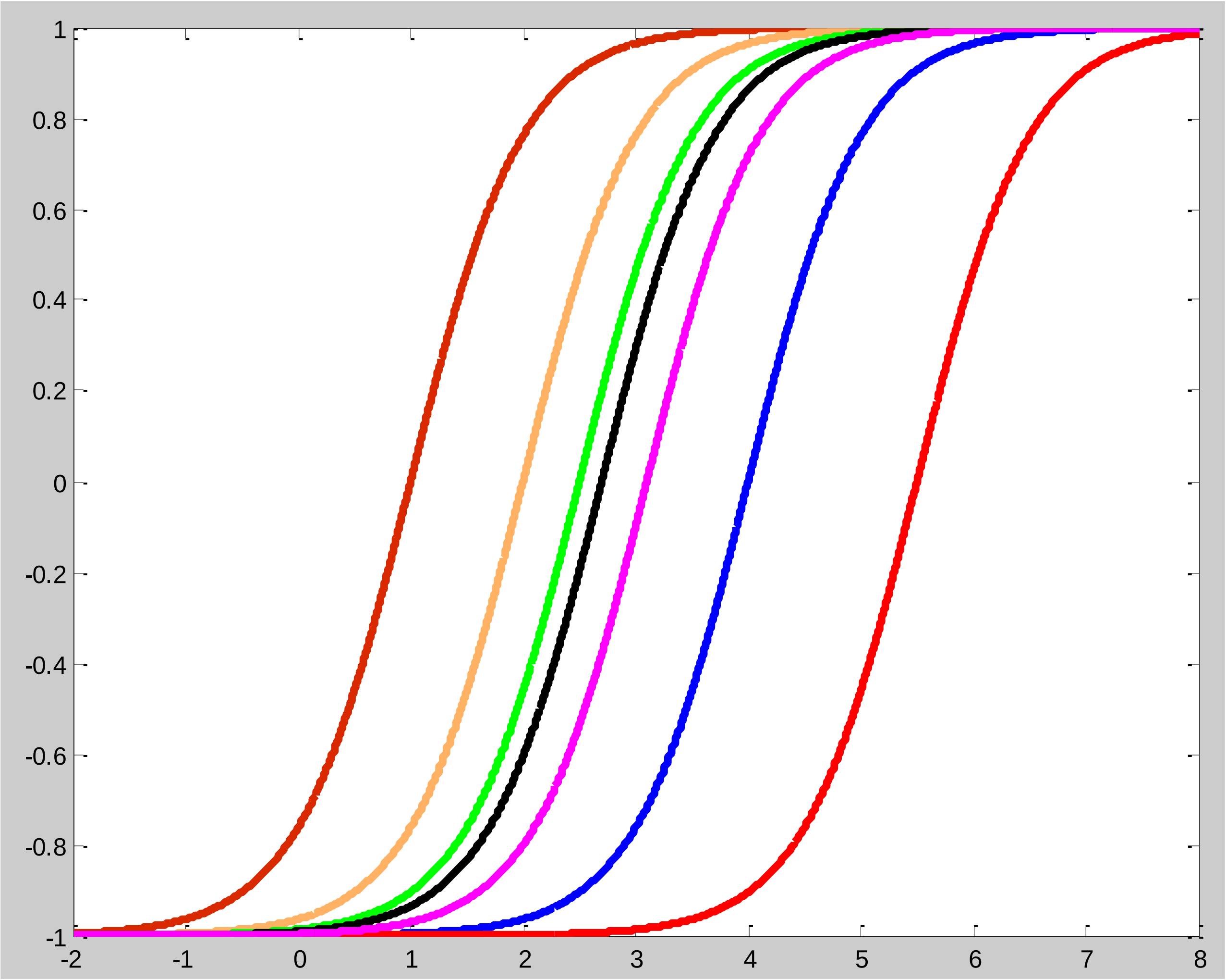
شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:



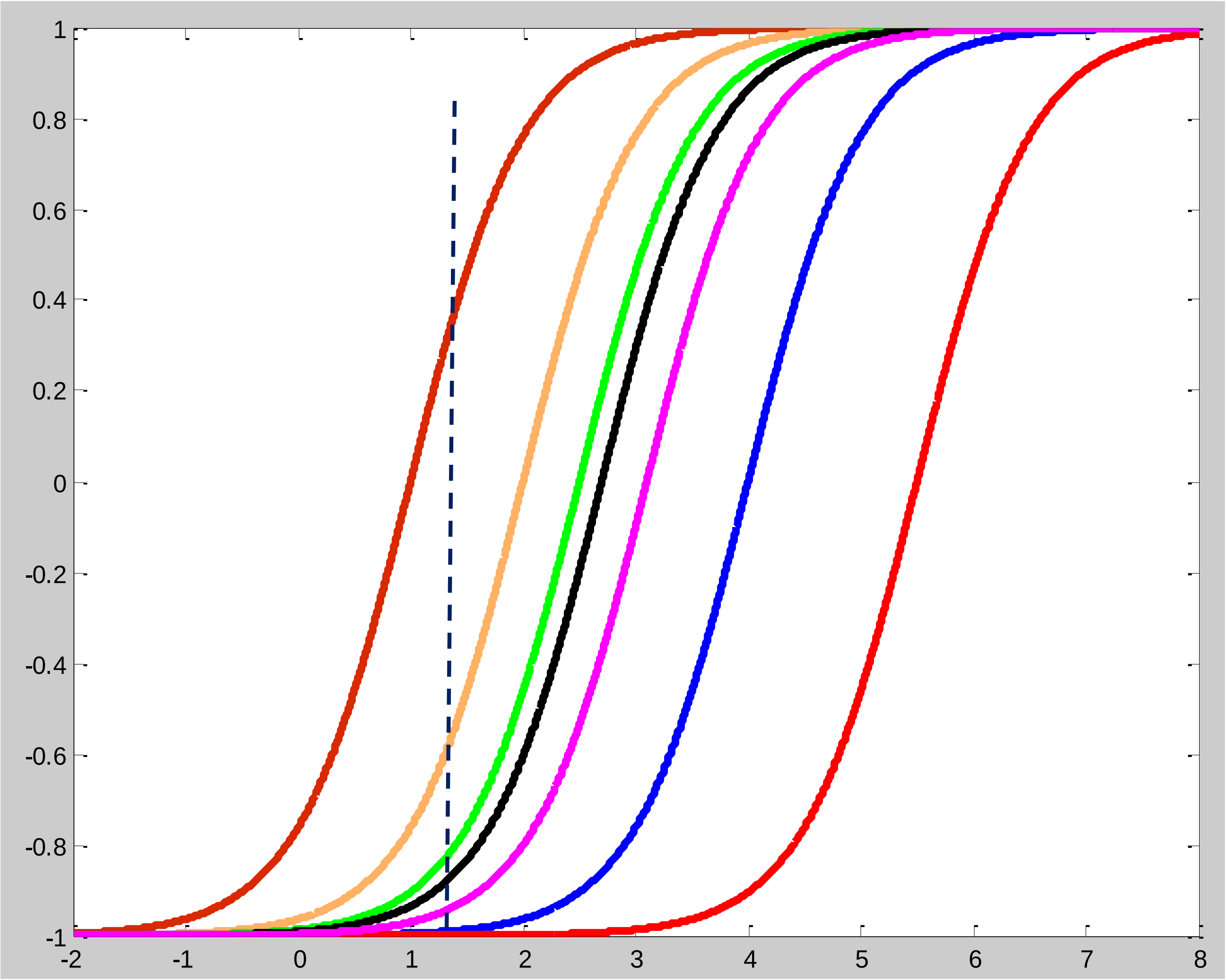
شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:



شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:



شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

– **تفاوت بسیار مهم:**

- **شبکه** RBF **تقریب مکانی** (local approximation) **به نگاشت ورودی–خروجی تشکیل می‌دهد در حالی‌که** MLP **تقریب سراسری یا فراگیر** (global approximation) **می‌سازد.**

شبکه با تابع پایه شعاعی (RBF Net)

مقایسه MPL و شبکه RBF:

– تفاوت بسیار مهم:

- شبکه RBF تقریب مکانی (local approximation) به نگاشت ورودی-خروجی تشکیل می‌دهد در حالی‌که MLP تقریب سراسری یا فراگیر (global approximation) می‌سازد.
- به همین دلیل، شبکه RBF قادر به یادگیری سریعتر است و نسبت به ترتیب ارایه الگوها کمتر حساس است ولی ممکن است نیاز به سلول های بیشتری داشته باشد. از طرف دیگر، MLP می‌تواند برای نقاطی که در داده‌های آموزش کمتر وجود داشته، تقریب بهتری انجام دهد ولی زمان آموزش این شبکه معمولاً بیشتر است.