شبکه‌های عصبی مصنوعی

جلسه هجدهم:
شبکه هوپفیلد (۳)
(Hopfield Network)

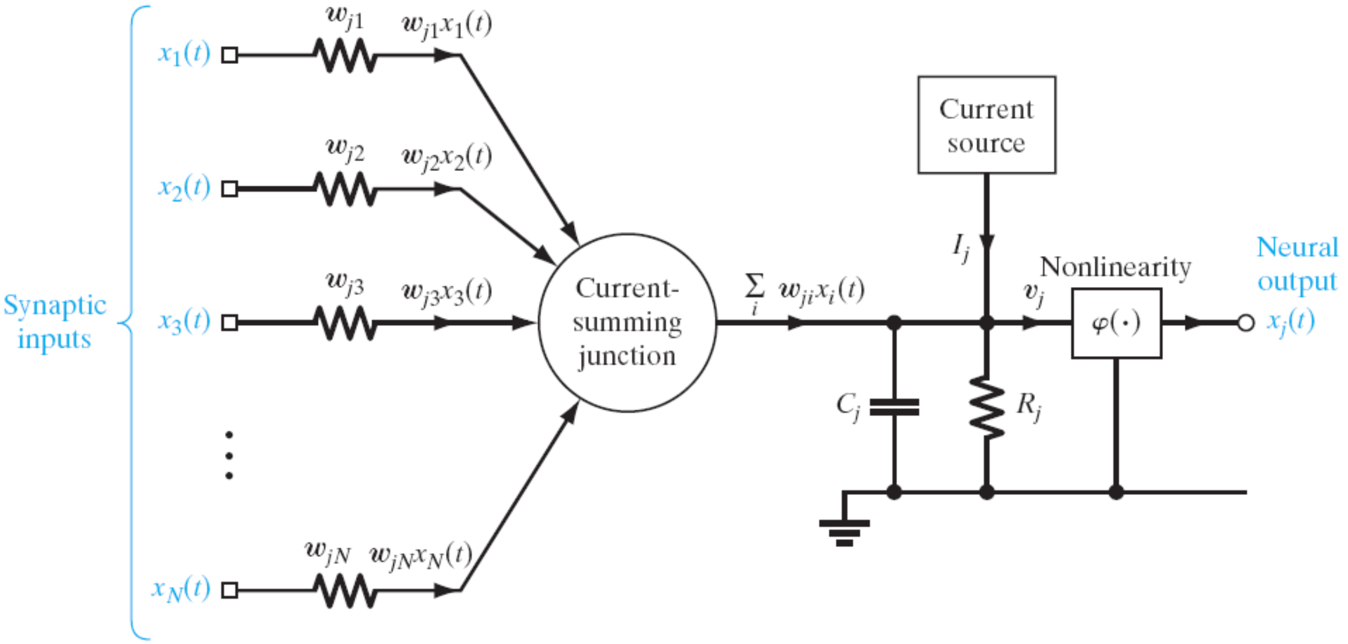
محمد فرخی (farrokhi AT iust.ac.ir)

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

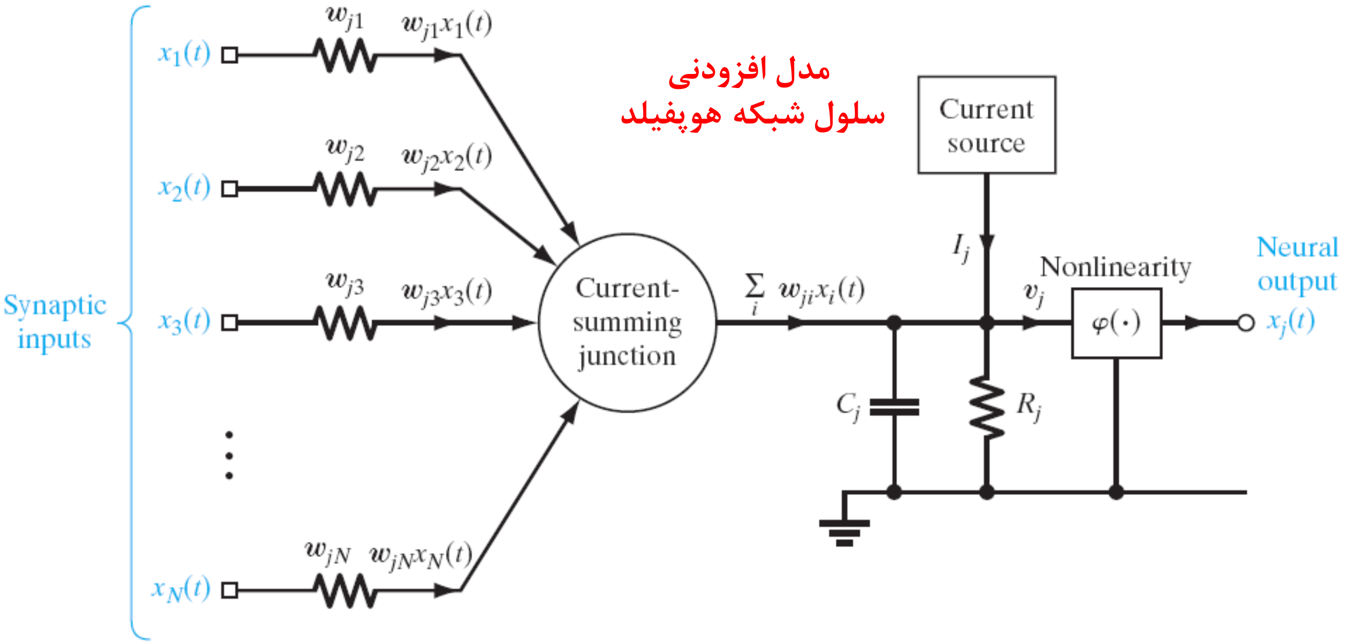
تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

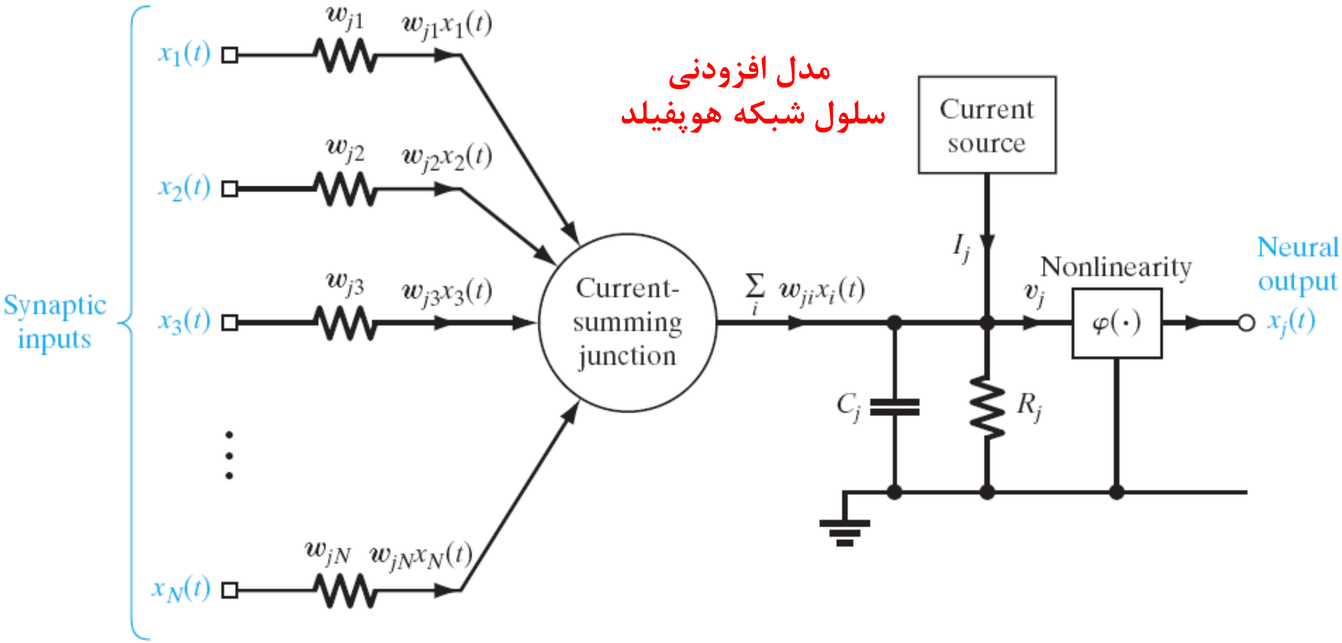
تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

مدل افزودنی
سلول شبکه هوپفیلد



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

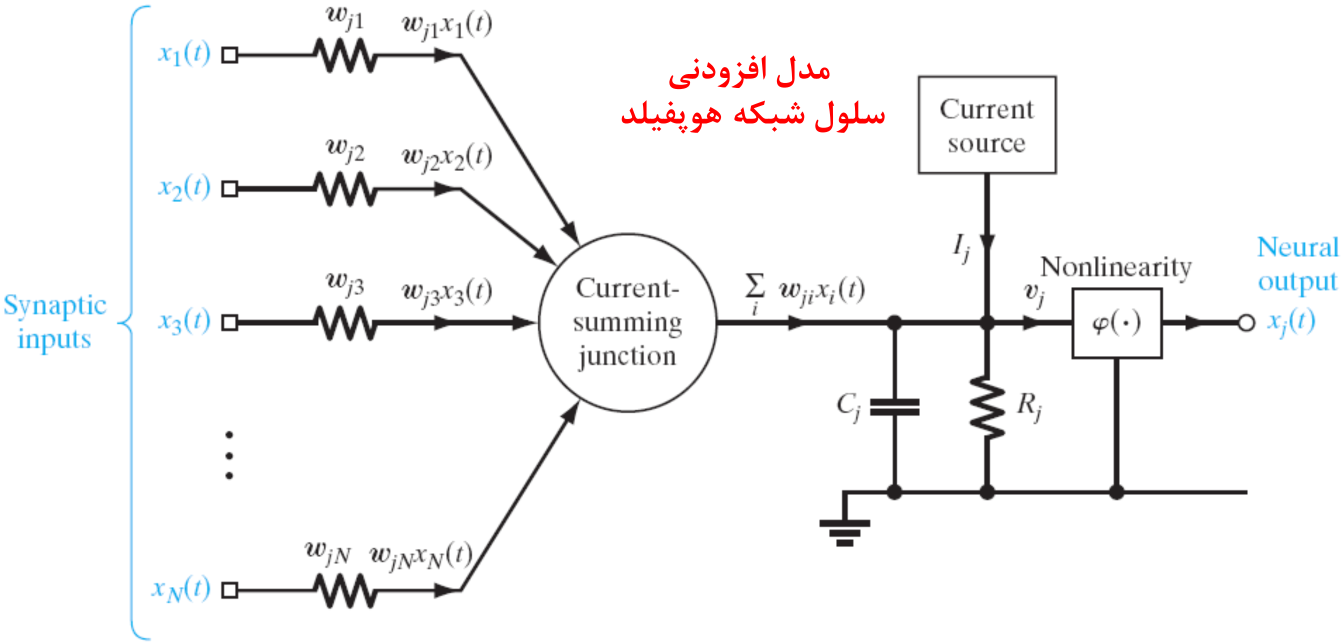
تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:



- w_{ji} هدایت‌ها

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

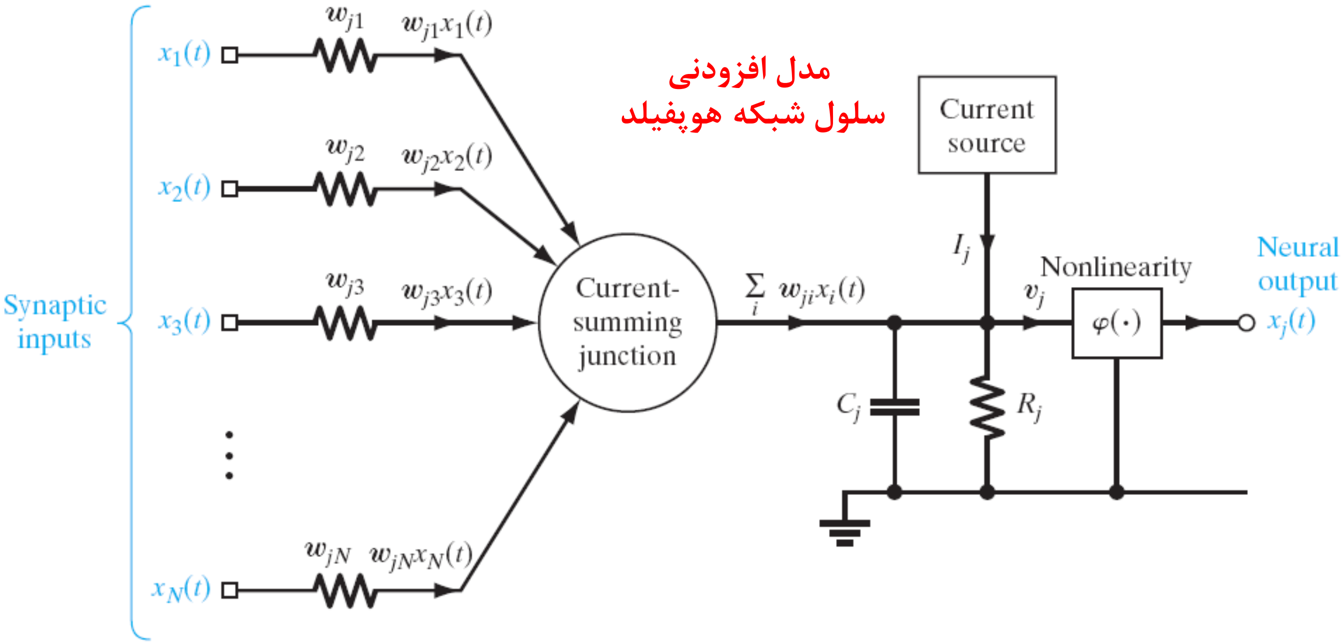


- w_{ji} هدایت‌ها
- جمع‌کننده جریان دارای خصوصیات زیر است:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

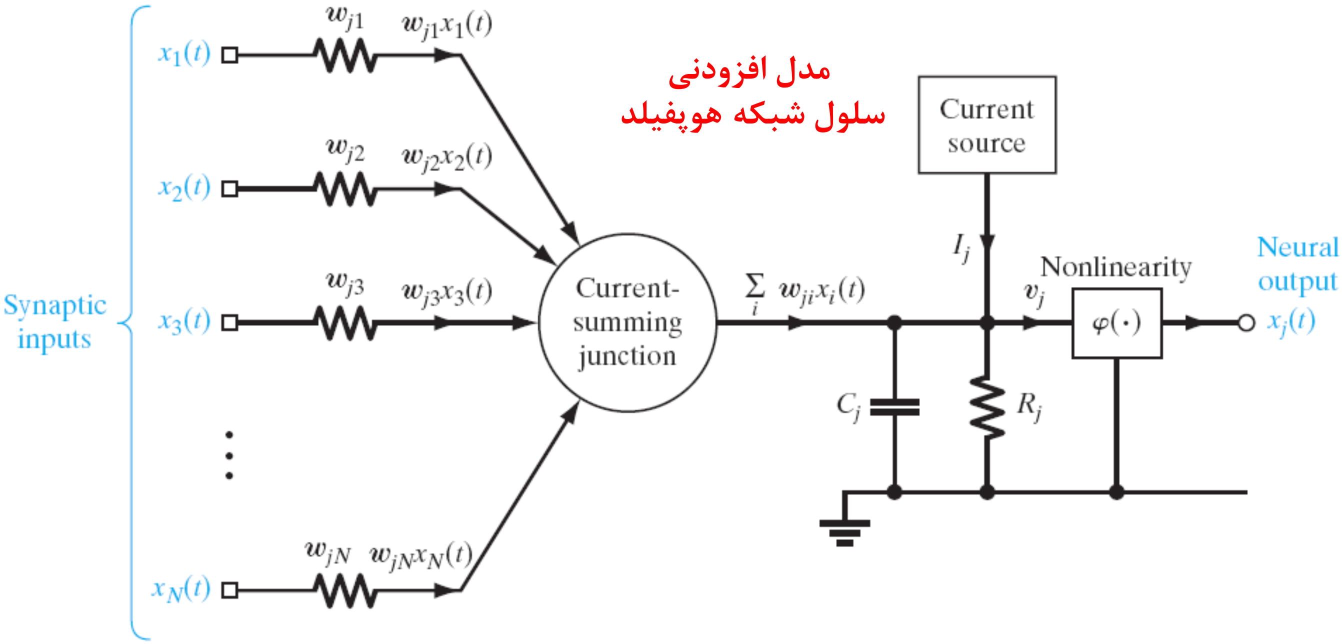
تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

- w_{ji} هدایت‌ها
- جمع‌کننده جریان دارای خصوصیات زیر است:
  - مقاومت ورودی کم



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:



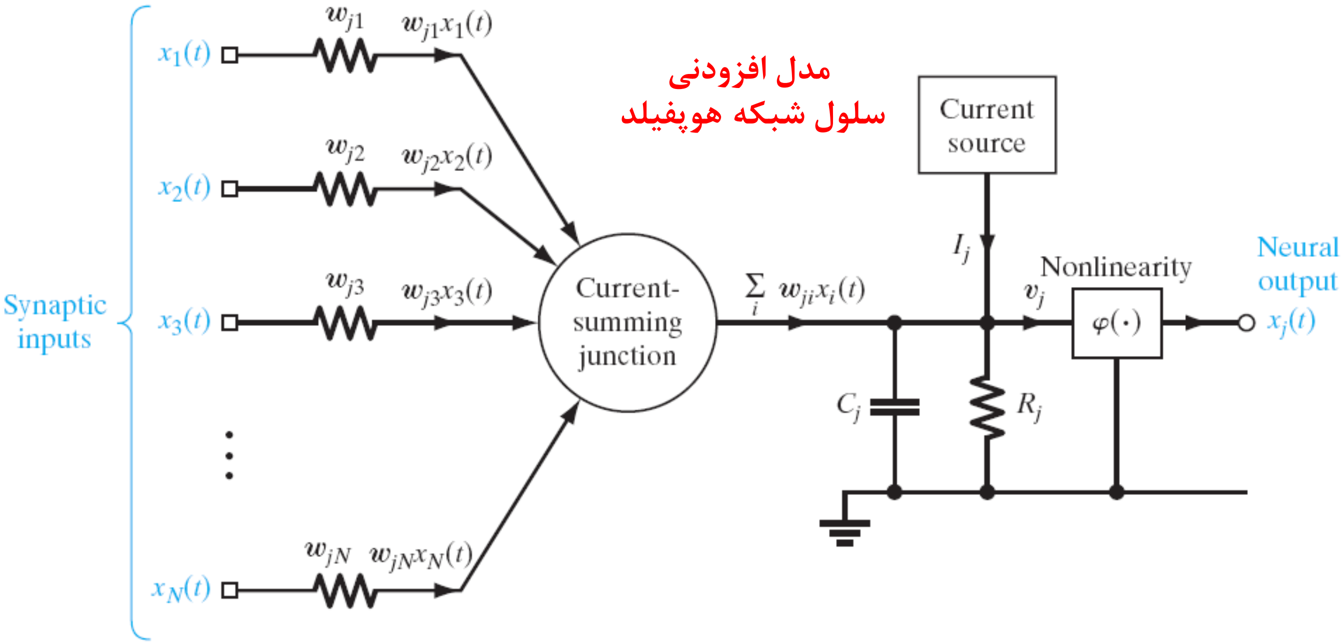
– w_{ji} هدایت‌ها

– جمع‌کننده جریان دارای خصوصیات زیر است:

- مقاومت ورودی کم
- بهره جریان واحد

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

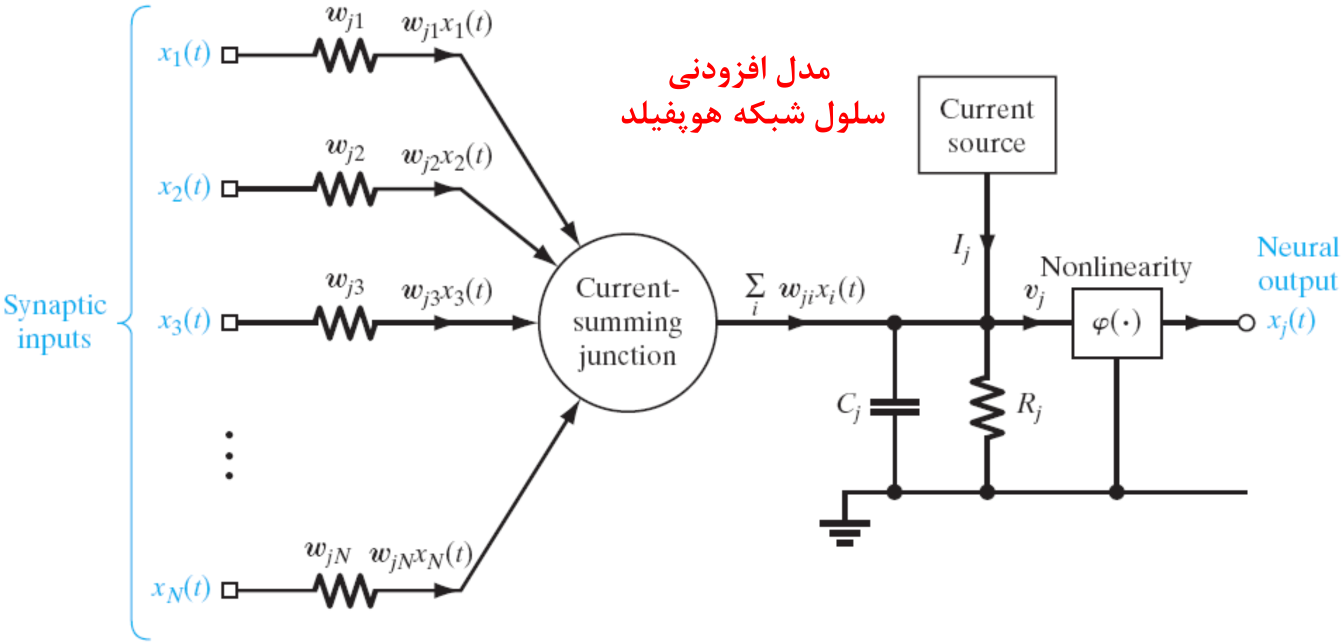
تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:



- w_{ji} هدایت‌ها
- جمع‌کننده جریان دارای خصوصیات زیر است:
  - مقاومت ورودی کم
  - بهره جریان واحد
  - مقاومت خروجی زیاد

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:



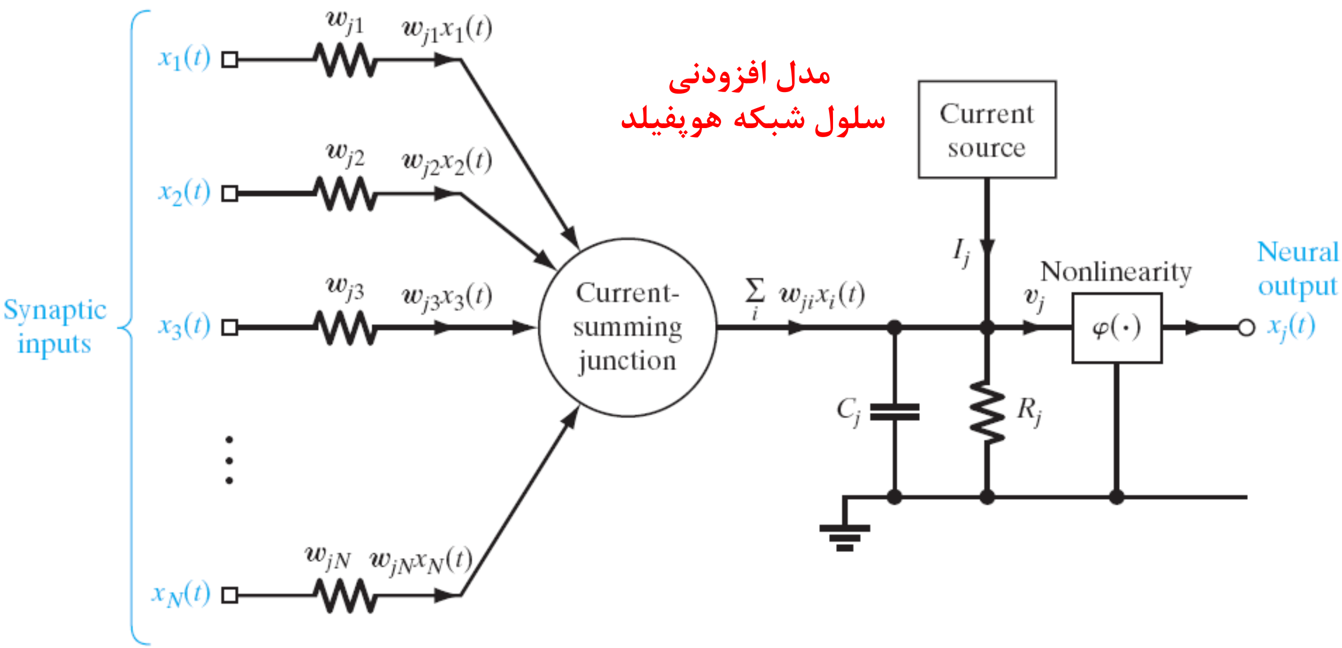
- w_{ji} هدایت‌ها
- جمع‌کننده جریان دارای خصوصیات زیر است:
  - مقاومت ورودی کم
  - بهره جریان واحد
  - مقاومت خروجی زیاد

- جمع جریان‌های ورودی به عنصر غیرخطی:

$$\sum_{i=1}^{N} w_{ji}\, x_i(t) + I_j$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:



- w_{ji} هدایت‌ها
- جمع‌کننده جریان دارای خصوصیات زیر است:
  - مقاومت ورودی کم
  - بهره جریان واحد
  - مقاومت خروجی زیاد

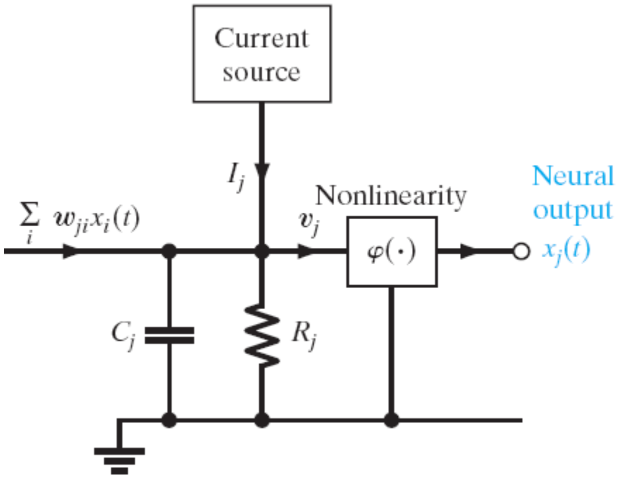
- جمع جریان‌های ورودی به عنصر غیرخطی: $\sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i(t) + I_j$

- بنابراین، برطبق قانون جریان گره:

$$C_j \frac{dv_j(t)}{dt} + \frac{v_j(t)}{R_j} = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i(t) + I_j$$

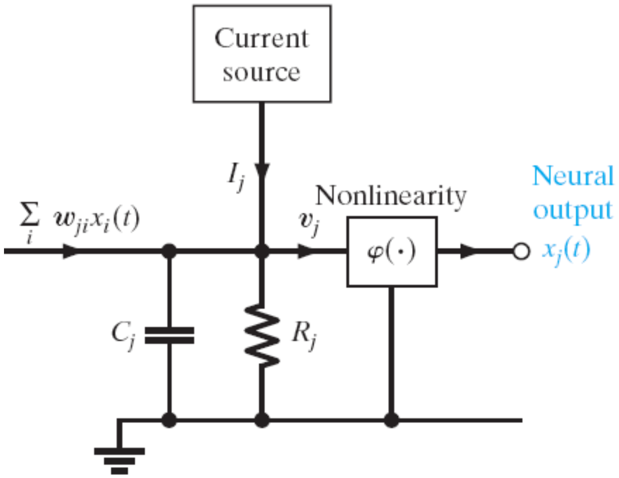
شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:



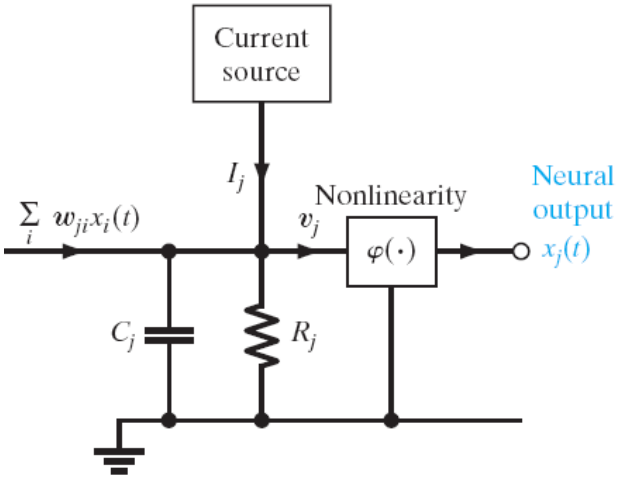
– از تابع تانژانت هیپربولیک استفاده می‌شود، بنابراین خروجی سلول برابر است با:

$$x_j(t) = \varphi_j(v_j(t)) = \frac{1 - \exp(-a_j v_j(t))}{1 + \exp(-a_j v_j(t))}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– از تابع تانژانت هیپربولیک استفاده می‌شود، بنابراین خروجی سلول برابر است با:



$$x_j(t) = \varphi_j(v_j(t)) = \frac{1 - \exp(-a_j v_j(t))}{1 + \exp(-a_j v_j(t))}$$

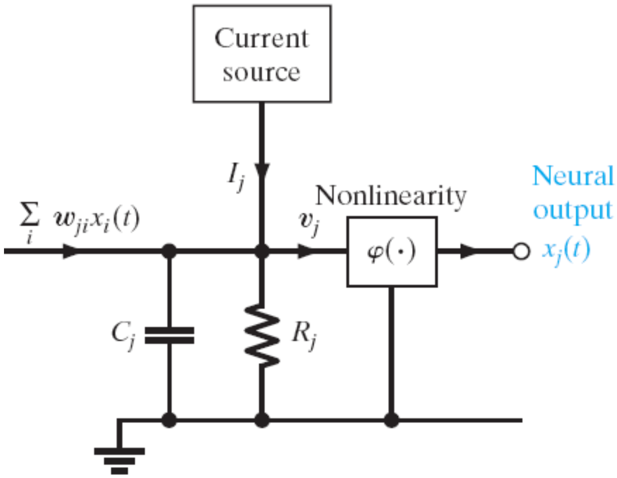
– وارون تابع فوق خواهدشد:

$$v_j(t) = \varphi_j^{-1}(x_j(t)) = -\frac{1}{a_j}\log\left(\frac{1 - x_j(t)}{1 + x_j(t)}\right)$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– از تابع تانژانت هیپربولیک استفاده می‌شود، بنابراین خروجی سلول برابر است با:



$$x_j(t) = \varphi_j(v_j(t)) = \frac{1-\exp(-a_j v_j(t))}{1+\exp(-a_j v_j(t))}$$

– وارون تابع فوق خواهدشد:

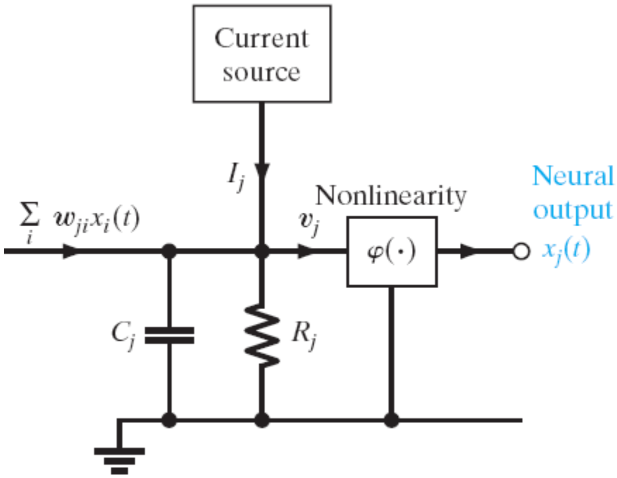
$$v_j(t) = \varphi_j^{-1}(x_j(t)) = -\frac{1}{a_j}\log\left(\frac{1-x_j(t)}{1+x_j(t)}\right)$$

– تابع انرژی زیر را برای این شبکه معرفی می‌کنیم:

$$E = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ji} x_i x_j + \sum_{j=1}^{N}\frac{1}{R_j}\int_0^{x_j}\varphi_j^{-1}(x)dx - \sum_{j=1}^{N} I_j x_j$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:



– از تابع تانژانت هیپربولیک استفاده می‌شود، بنابراین خروجی سلول برابر است با:

$$x_j(t) = \varphi_j(v_j(t)) = \frac{1 - \exp(-a_j v_j(t))}{1 + \exp(-a_j v_j(t))}$$

– وارون تابع فوق خواهدشد:

$$v_j(t) = \varphi_j^{-1}(x_j(t)) = -\frac{1}{a_j}\log\left(\frac{1 - x_j(t)}{1 + x_j(t)}\right)$$

– تابع انرژی زیر را برای این شبکه معرفی می‌کنیم:

$$E = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ji} x_i x_j + \sum_{j=1}^{N}\frac{1}{R_j}\int_0^{x_j}\varphi_j^{-1}(x)dx - \sum_{j=1}^{N} I_j x_j$$

– می‌توان نشان‌داد که این تابع انرژی همواره مثبت است (کاندیدای تابع لیاپانوف).

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

- بنابراین، تا این جای کار:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

- بنابراین، تا این جای کار:

$$C_j \frac{dv_j(t)}{dt} + \frac{v_j(t)}{R_j} = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i(t) + I_j$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– بنابراین، تا این جای کار:

$$C_j \frac{dv_j(t)}{dt} + \frac{v_j(t)}{R_j} = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i(t) + I_j \qquad v_j(t) = \varphi_j^{-1}(x_j(t)) = -\frac{1}{a_j} \log\left(\frac{1 - x_j(t)}{1 + x_j(t)}\right)$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– بنابراین، تا این جای کار:

$$C_j \frac{dv_j(t)}{dt} + \frac{v_j(t)}{R_j} = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i(t) + I_j \qquad v_j(t) = \varphi_j^{-1}(x_j(t)) = -\frac{1}{a_j} \log\left(\frac{1 - x_j(t)}{1 + x_j(t)}\right)$$

$$E = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ji} x_i x_j + \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{R_j}\int_0^{x_j} \varphi_j^{-1}(x)dx - \sum_{j=1}^{N} I_j x_j$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– بنابراین، تا این جای کار:

$$C_j \frac{dv_j(t)}{dt} + \frac{v_j(t)}{R_j} = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i(t) + I_j \qquad v_j(t) = \varphi_j^{-1}(x_j(t)) = -\frac{1}{a_j} \log\left(\frac{1 - x_j(t)}{1 + x_j(t)}\right)$$

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ji} x_i x_j + \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{R_j} \int_0^{x_j} \varphi_j^{-1}(x) dx - \sum_{j=1}^{N} I_j x_j$$

– مشتق این تابع انرژی نسبت به زمان برابر است با:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} \left(\sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i - \frac{v_j}{R_j} + I_j \right) \frac{dx_j}{dt}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– بنابراین، تا این جای کار:

$$C_j \frac{dv_j(t)}{dt} + \frac{v_j(t)}{R_j} = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i(t) + I_j \qquad v_j(t) = \varphi_j^{-1}(x_j(t)) = -\frac{1}{a_j}\log\left(\frac{1 - x_j(t)}{1 + x_j(t)}\right)$$

$$E = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ji} x_i x_j + \sum_{j=1}^{N}\frac{1}{R_j}\int_0^{x_j}\varphi_j^{-1}(x)dx - \sum_{j=1}^{N} I_j x_j$$

– مشتق این تابع انرژی نسبت به زمان برابر است با:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N}\underbrace{\left(\sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i - \frac{v_j}{R_j} + I_j\right)}_{=?}\frac{dx_j}{dt}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– بنابراین، تا این جای کار:

$$C_j \frac{dv_j(t)}{dt} + \frac{v_j(t)}{R_j} = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i(t) + I_j \qquad v_j(t) = \varphi_j^{-1}(x_j(t)) = -\frac{1}{a_j}\log\left(\frac{1-x_j(t)}{1+x_j(t)}\right)$$

$$E = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ji} x_i x_j + \sum_{j=1}^{N}\frac{1}{R_j}\int_0^{x_j}\varphi_j^{-1}(x)dx - \sum_{j=1}^{N} I_j x_j$$

– مشتق این تابع انرژی نسبت به زمان برابر است با:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N}\underbrace{\left(\sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i - \frac{v_j}{R_j} + I_j\right)}_{C_j \frac{dv_j}{dt}}\frac{dx_j}{dt}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– بنابراین، تا این جای کار:

$$C_j \frac{dv_j(t)}{dt} + \frac{v_j(t)}{R_j} = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i(t) + I_j \qquad v_j(t) = \varphi_j^{-1}(x_j(t)) = -\frac{1}{a_j}\log\left(\frac{1 - x_j(t)}{1 + x_j(t)}\right)$$

$$E = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ji} x_i x_j + \sum_{j=1}^{N}\frac{1}{R_j}\int_0^{x_j}\varphi_j^{-1}(x)dx - \sum_{j=1}^{N} I_j x_j$$

– مشتق این تابع انرژی نسبت به زمان برابر است با:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N}\underbrace{\left(\sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i - \frac{v_j}{R_j} + I_j\right)}_{C_j \boxed{\frac{dv_j}{dt}}}\frac{dx_j}{dt}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– بنابراین، تا این جای کار:

$$C_j \frac{dv_j(t)}{dt} + \frac{v_j(t)}{R_j} = \sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i(t) + I_j \qquad v_j(t) = \varphi_j^{-1}(x_j(t)) = -\frac{1}{a_j} \log\left(\frac{1 - x_j(t)}{1 + x_j(t)}\right)$$

$$E = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ji} x_i x_j + \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{R_j}\int_0^{x_j} \varphi_j^{-1}(x)dx - \sum_{j=1}^{N} I_j x_j$$

– مشتق این تابع انرژی نسبت به زمان برابر است با:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{N} w_{ji} x_i - \frac{v_j}{R_j} + I_j\right)}_{\begin{array}{c} C_j \boxed{\frac{dv_j}{dt}} \\ \uparrow \\ \frac{d}{dt}\varphi_j^{-1}(x_j) \end{array}} \frac{dx_j}{dt}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– در نتیجه:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dt} \varphi_j^{-1}(x_j) \right] \frac{dx_j}{dt}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

- در نتیجه:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dt} \varphi_j^{-1}(x_j) \right] \frac{dx_j}{dt}$$

- می‌توان نوشت:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dt} \varphi_j^{-1}(x_j) \right] \frac{dx_j}{dt} \cdot \left(\frac{dx_j}{dt} \cdot \frac{dt}{dx_j} \right)$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

– در نتیجه:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dt} \varphi_j^{-1}(x_j) \right] \frac{dx_j}{dt}$$

– می‌توان نوشت:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dt} \varphi_j^{-1}(x_j) \right] \frac{dx_j}{dt} \cdot \left(\frac{dx_j}{dt} \cdot \frac{dt}{dx_j} \right)$$

– بنابراین:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dx_j} \varphi_j^{-1}(x_j) \right] \left(\frac{dx_j}{dt} \right)^2$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

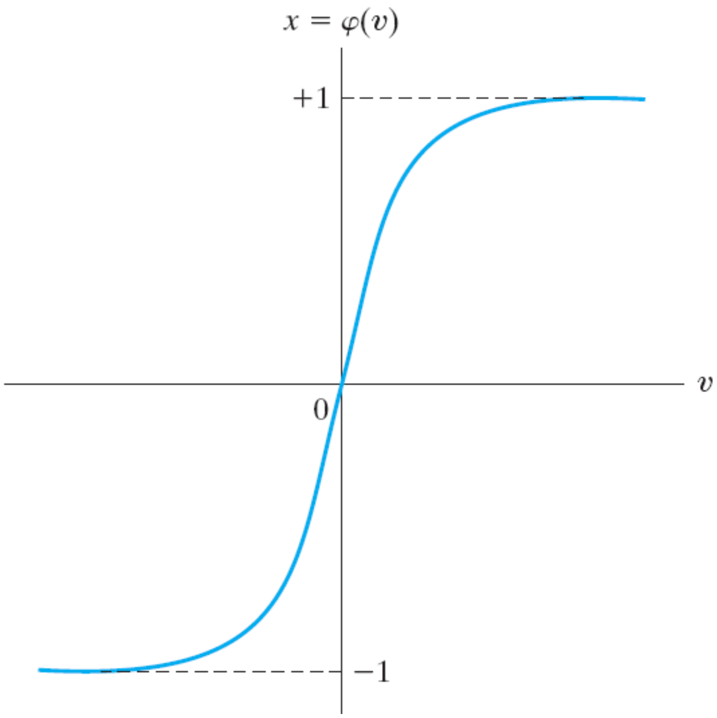
تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dx_j} \varphi_j^{-1}(x_j) \right] \left(\frac{dx_j}{dt} \right)^2$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

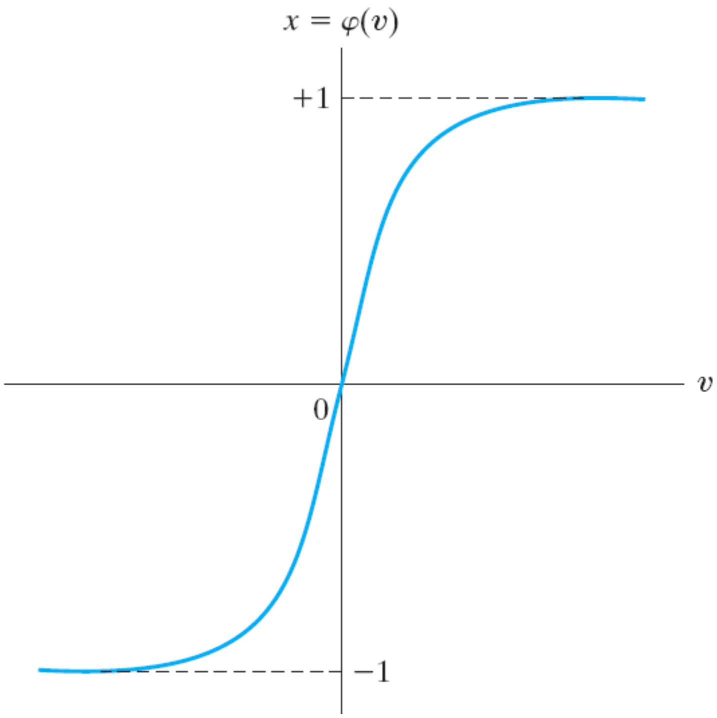
$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dx_j} \varphi_j^{-1}(x_j) \right] \left(\frac{dx_j}{dt} \right)^2$$

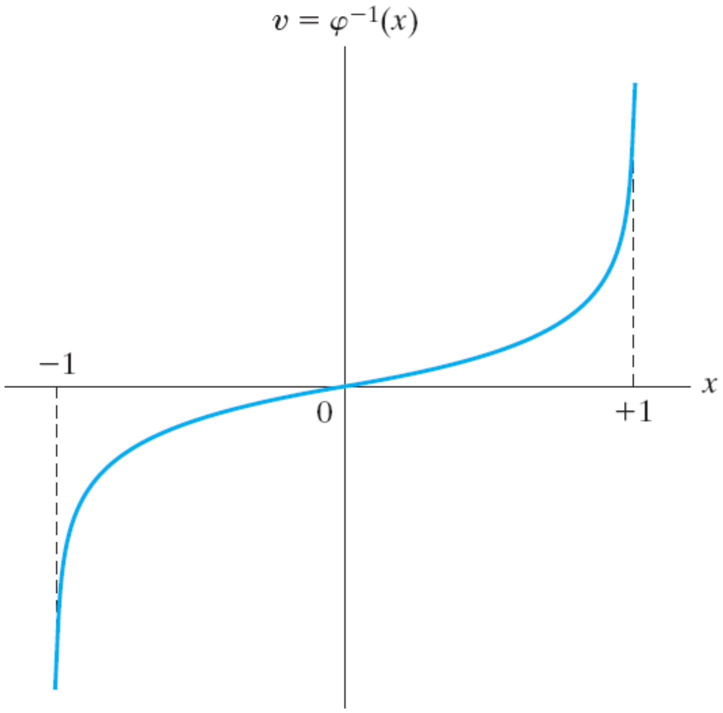


شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dx_j} \varphi_j^{-1}(x_j) \right] \left(\frac{dx_j}{dt} \right)^2$$

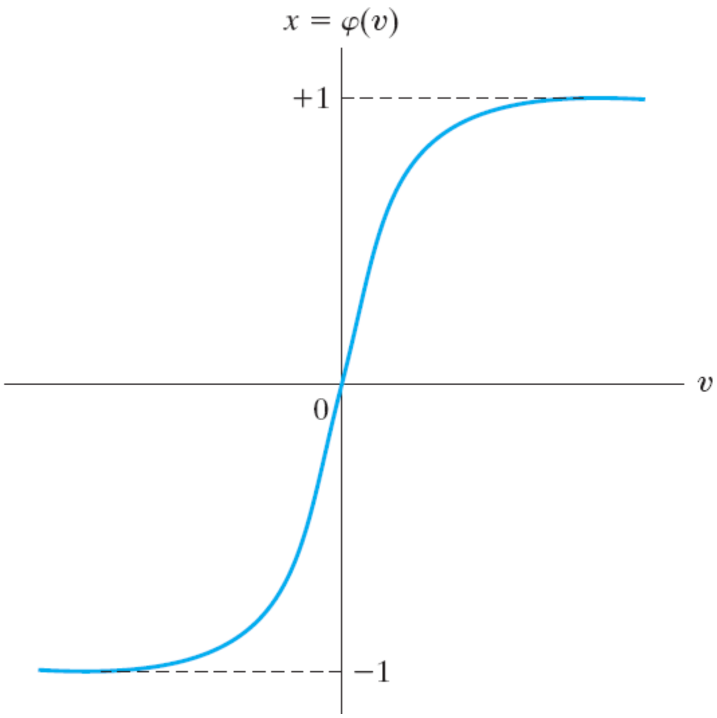


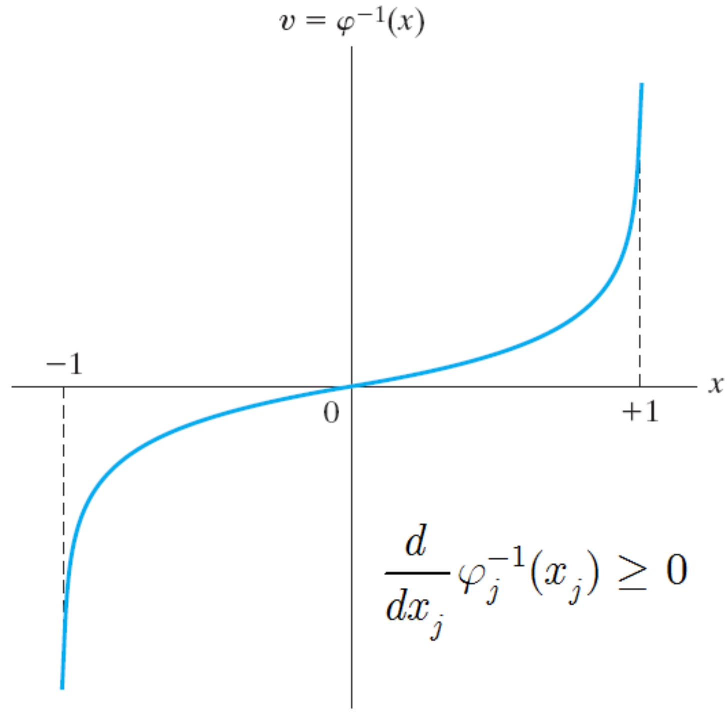


شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dx_j}\varphi_j^{-1}(x_j)\right]\left(\frac{dx_j}{dt}\right)^2$$

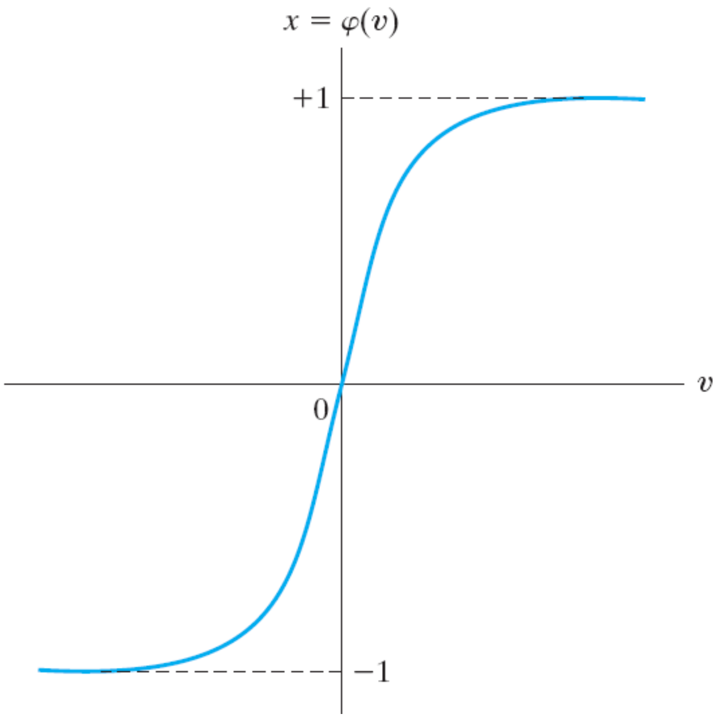


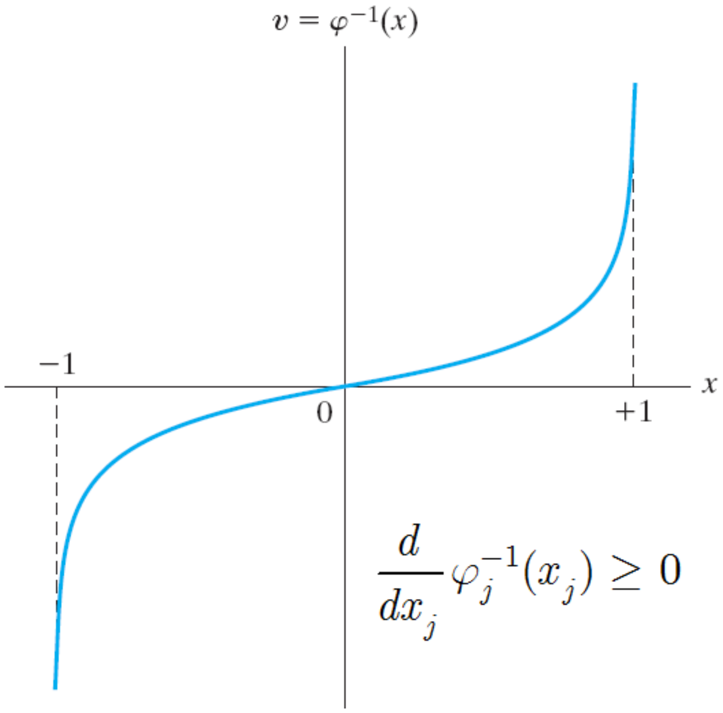


شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

تحلیل دینامیکی شبکه هوپفیلد:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^{N} C_j \left[\frac{d}{dx_j} \varphi_j^{-1}(x_j) \right] \left(\frac{dx_j}{dt} \right)^2$$





$$\frac{d}{dx_j} \varphi_j^{-1}(x_j) \geq 0$$

– در نهایت:

$$\frac{dE}{dt} \leq 0$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

– در این گونه مسائل بهینه‌سازی، هدف یافتن جواب بهینه از مجموعه‌ای محدود از جواب‌هاست.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

- **در این گونه مسائل بهینه‌سازی، هدف یافتن جواب بهینه از مجموعه‌ای محدود از جواب‌هاست.**
- **مسائل محک** (Benchmark Problems) **متعددی از بهینه‌سازی ترکیبی تعریف شده است:**

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

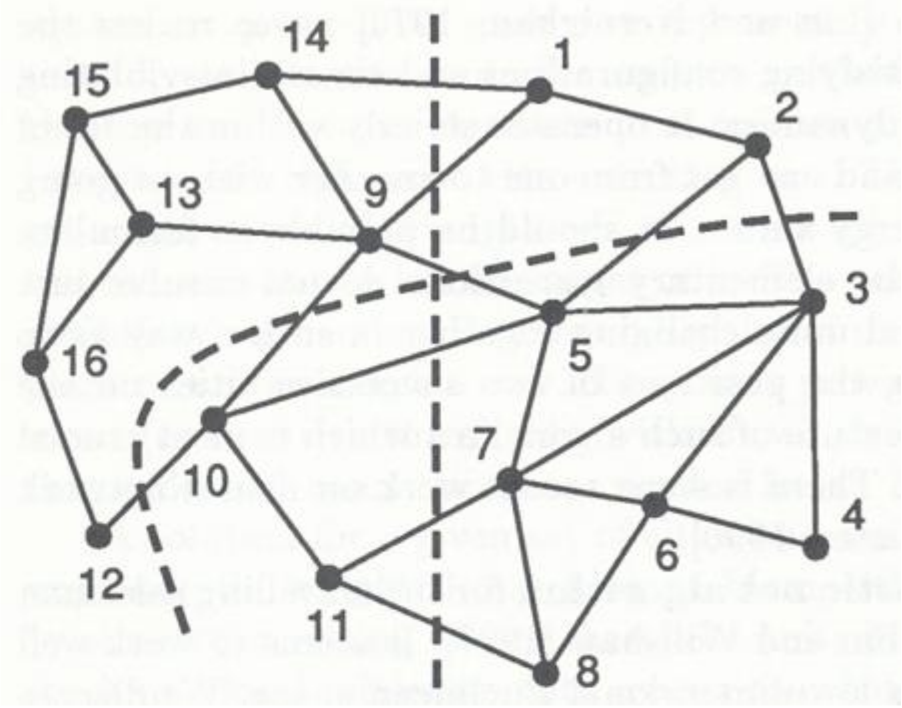
حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

– در این گونه مسائل بهینه‌سازی، هدف یافتن جواب بهینه از مجموعه‌ای محدود از جواب‌هاست.

– مسائل محک (Benchmark Problems) **متعددی از بهینه‌سازی ترکیبی تعریف شده است:**

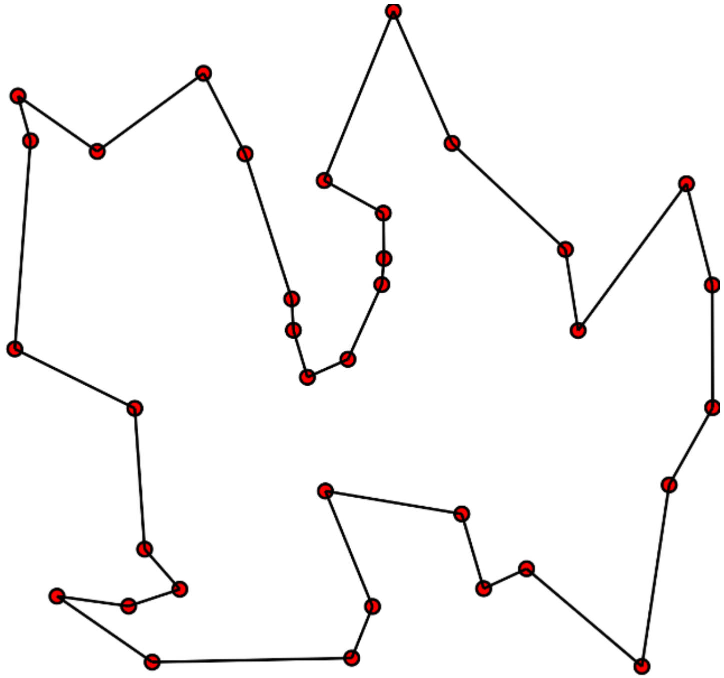
- **مساله تقسیم گراف به دو قسمت** (Graph Bipartitioning Problem)



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- **مساله فروشنده دوره‌گرد** (Travelling Salesman Problem)

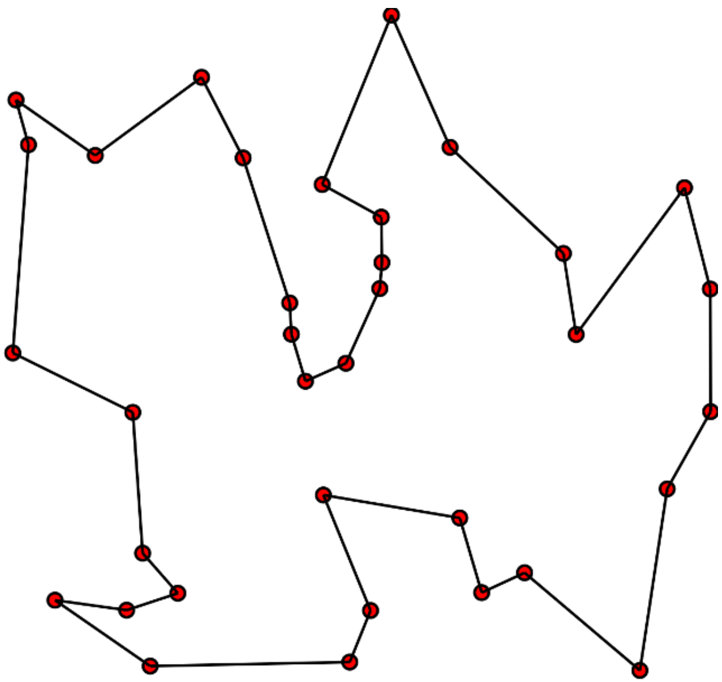


شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

- **مساله فروشنده دوره‌گرد** (Travelling Salesman Problem)



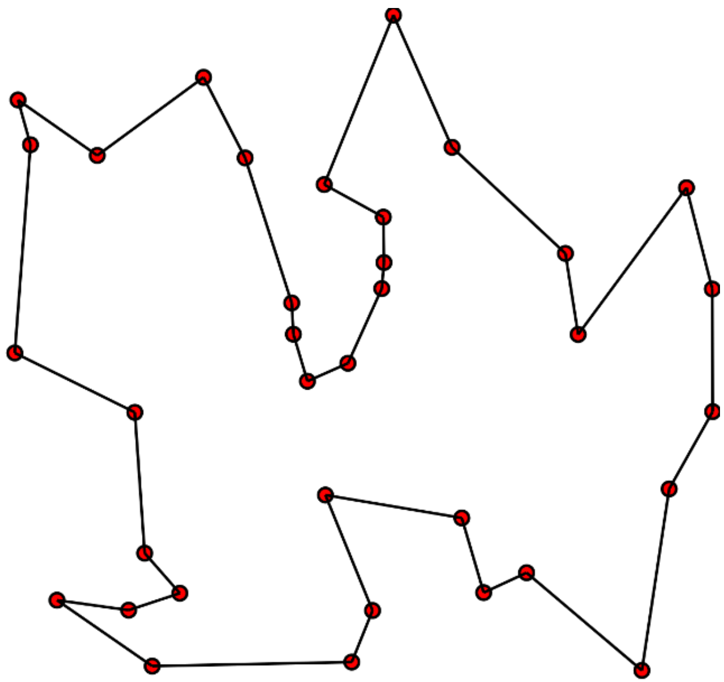
شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

– در این گونه مسائل بهینه‌سازی، هدف یافتن جواب بهینه از مجموعه‌ای محدود از جواب‌هاست.

- **مساله فروشنده دوره‌گرد** (Travelling Salesman Problem)



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

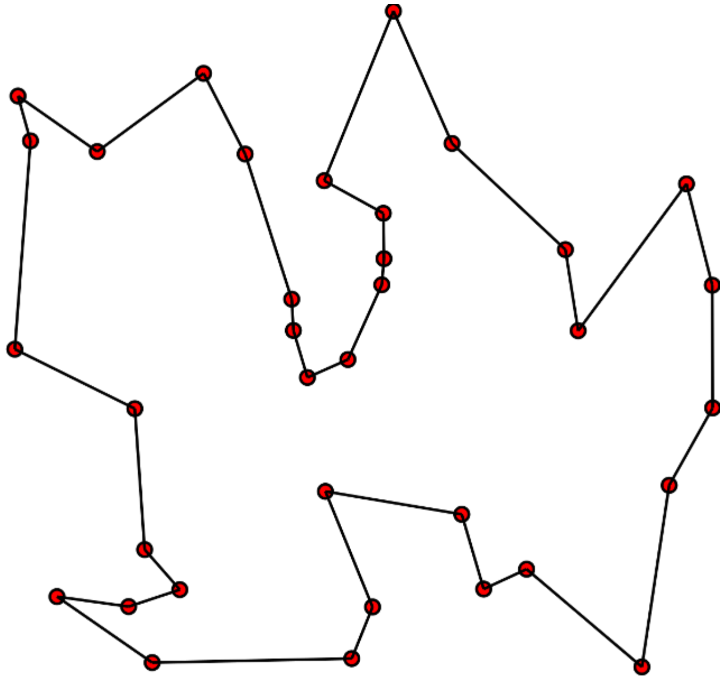
حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

– **در این گونه مسائل بهینه‌سازی، هدف یافتن جواب بهینه از مجموعه‌ای محدود از جواب‌هاست.**

– **مسائل محک** (Benchmark Problems) **متعددی از بهینه‌سازی ترکیبی تعریف شده است:**

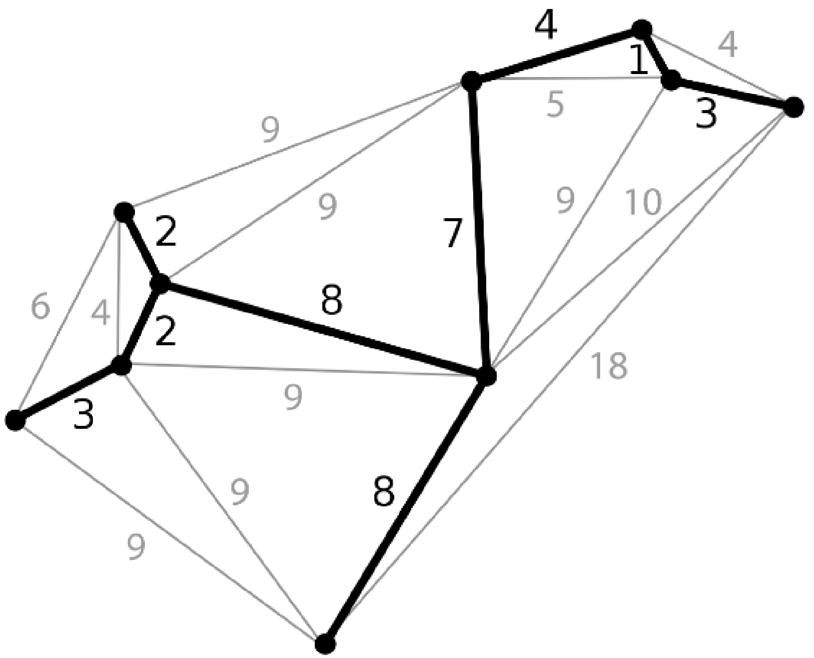
- **مساله فروشنده دوره‌گرد** (Travelling Salesman Problem)



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- **مساله کمینه درخت پوشا** (Minimum Spanning Tree Problem)

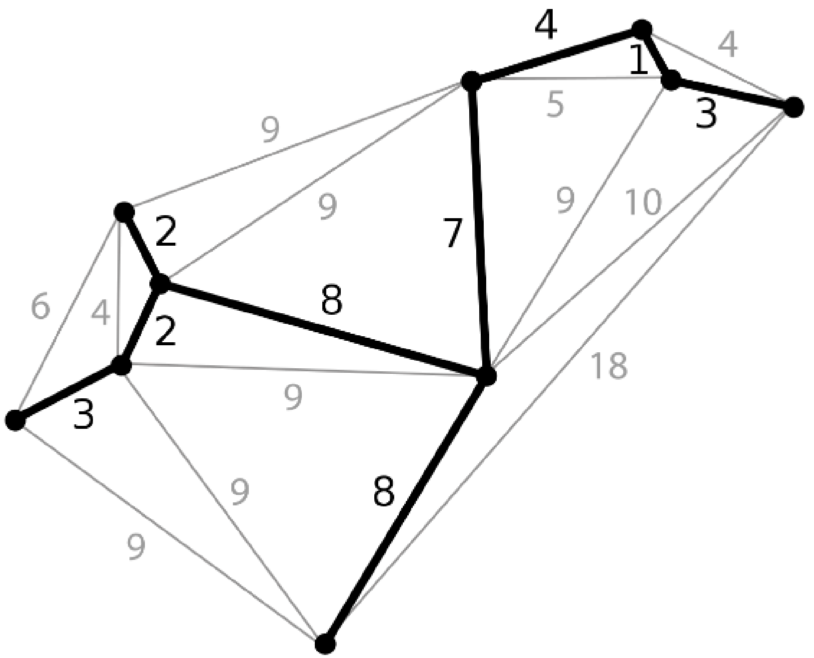


(Hopfield Network) شبکه هوپفیلد

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

- **مساله کمینه درخت پوشا** (Minimum Spanning Tree Problem)



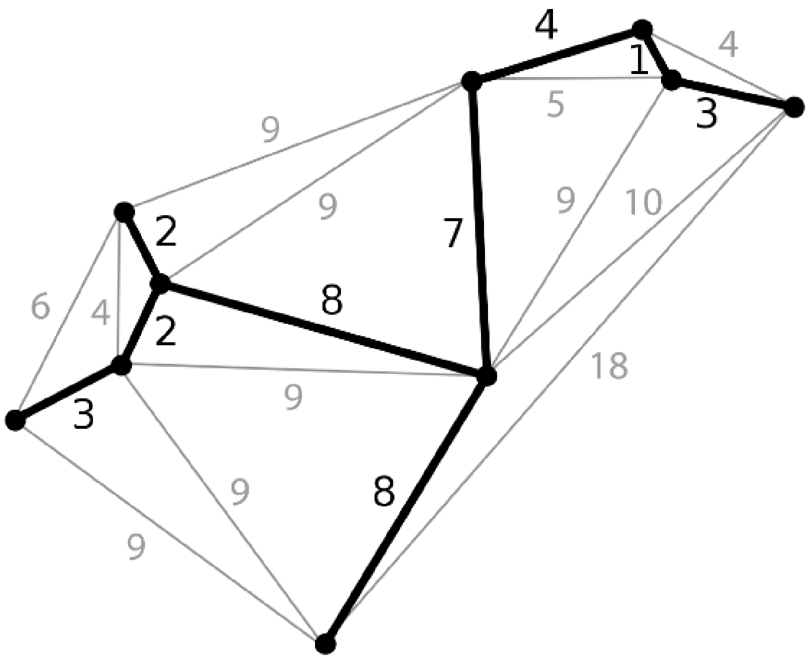
شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

– در این گونه مسائل بهینه‌سازی، هدف یافتن جواب بهینه از مجموعه‌ای محدود از جواب‌هاست.

- **مساله کمینه درخت پوشا** (Minimum Spanning Tree Problem)



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

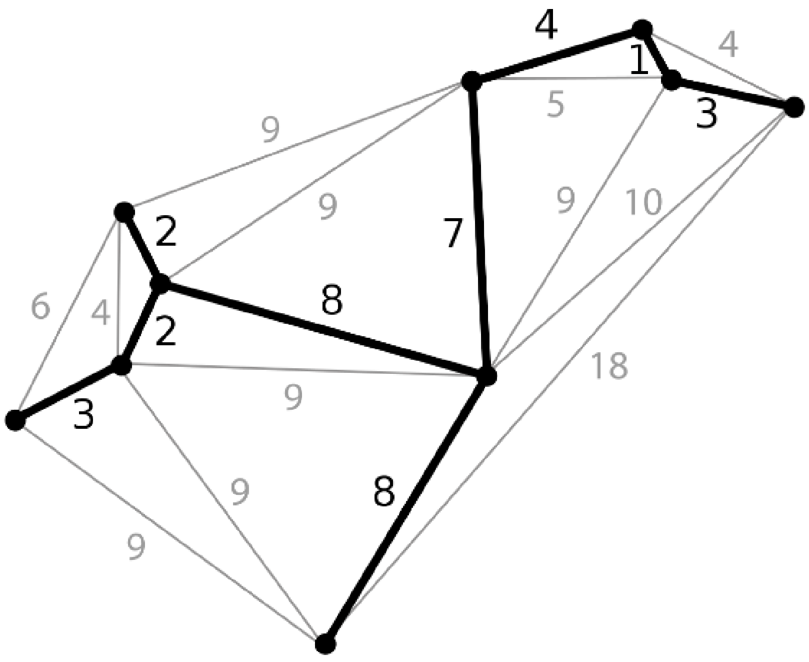
حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

– **در این گونه مسائل بهینه‌سازی، هدف یافتن جواب بهینه از مجموعه‌ای محدود از جواب‌هاست.**

– **مسائل محک** (Benchmark Problems) **متعددی از بهینه‌سازی ترکیبی تعریف شده است:**

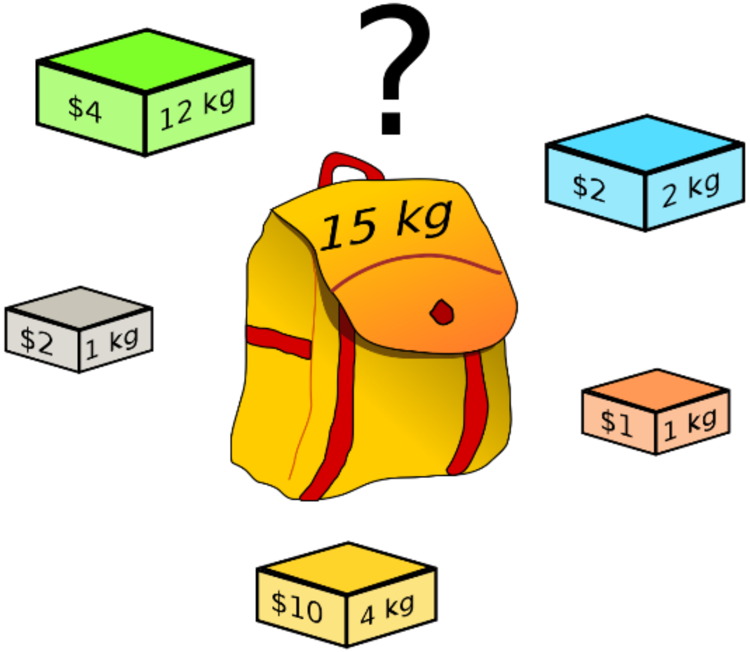
- **مساله کمینه درخت پوشا** (Minimum Spanning Tree Problem)



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- **مساله کوله پشتی** (Knapsack Problem)

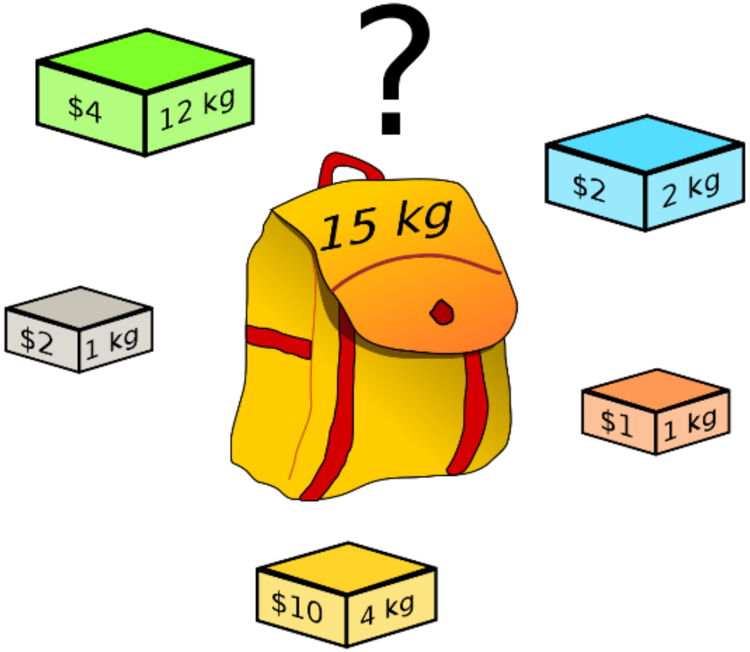


شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

- **مساله کوله پشتی** (Knapsack Problem)



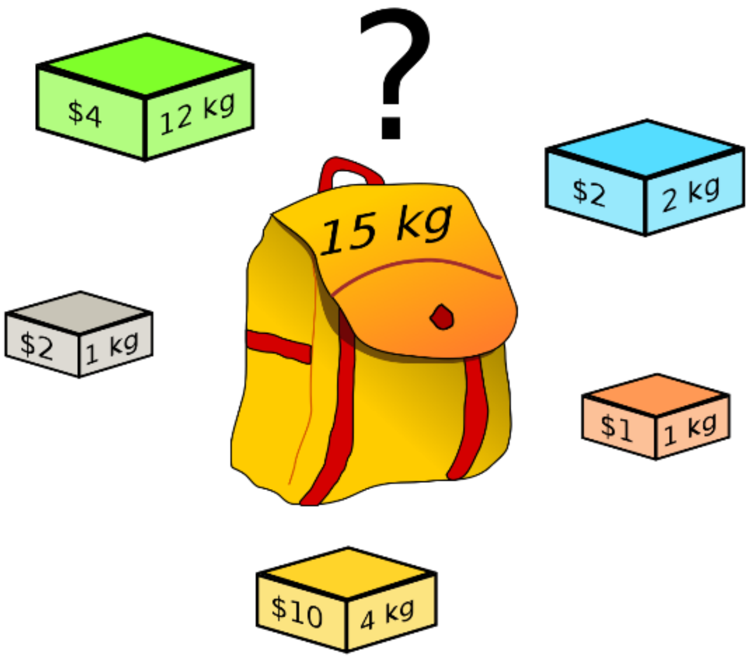
شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

– در این گونه مسائل بهینه‌سازی، هدف یافتن جواب بهینه از مجموعه‌ای محدود از جواب‌هاست.

- **مساله کوله پشتی** (Knapsack Problem)



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

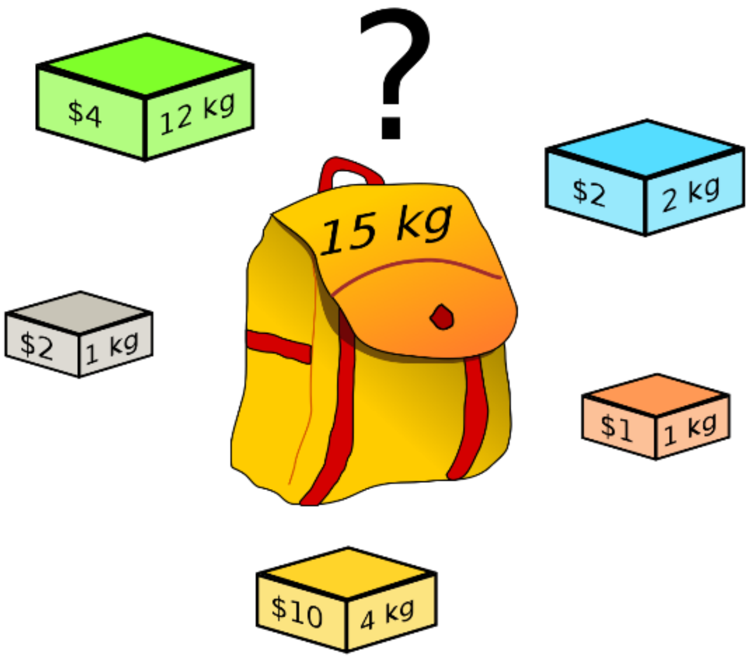
حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

مسائل بهینه‌سازی ترکیبی (Combinatorial Optimization Problems)

– **در این گونه مسائل بهینه‌سازی، هدف یافتن جواب بهینه از مجموعه‌ای محدود از جواب‌هاست.**

– **مسائل محک** (Benchmark Problems) **متعددی از بهینه‌سازی ترکیبی تعریف شده است:**

- **مساله کوله پشتی** (Knapsack Problem)



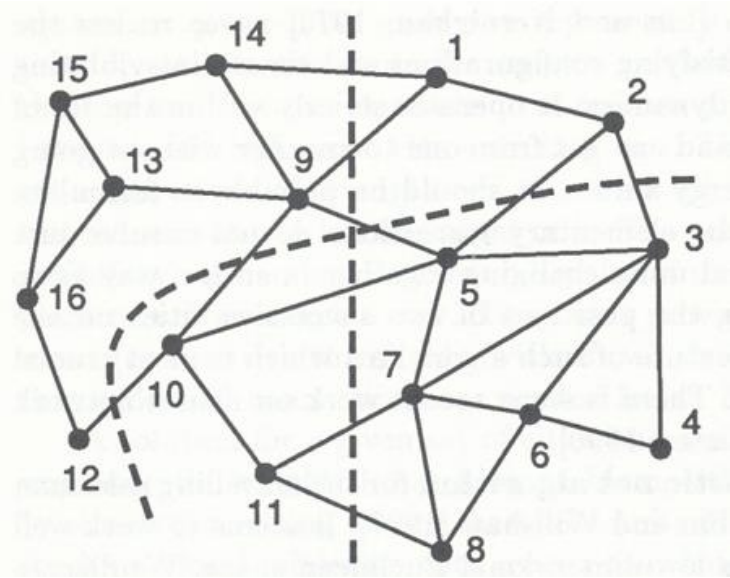
شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

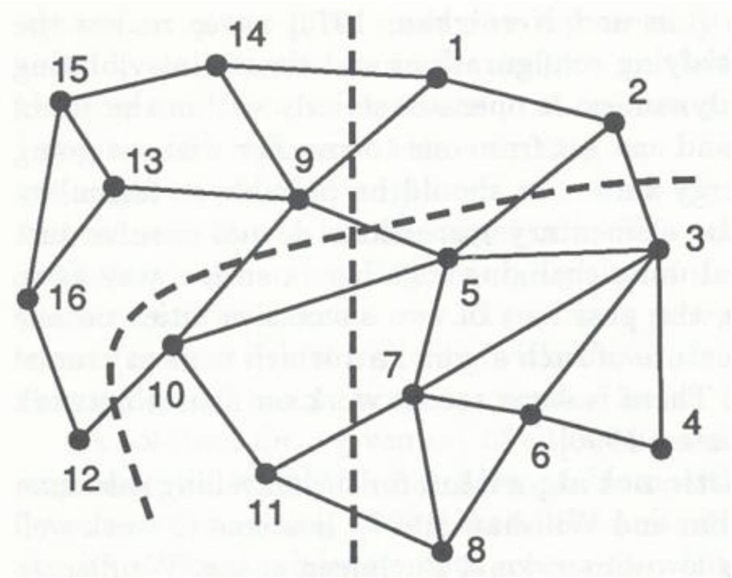
- مساله تقسیم گراف به دو قسمت



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- مساله تقسیم گراف به دو قسمت

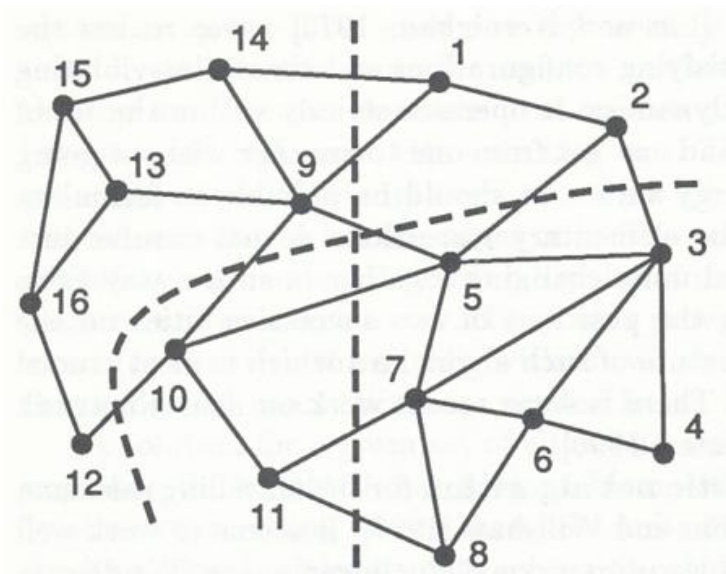


$$\min \quad L = -\sum_{i,j} C_{ij} S_i S_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_i S_i = 0$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:



- مساله تقسیم گراف به دو قسمت

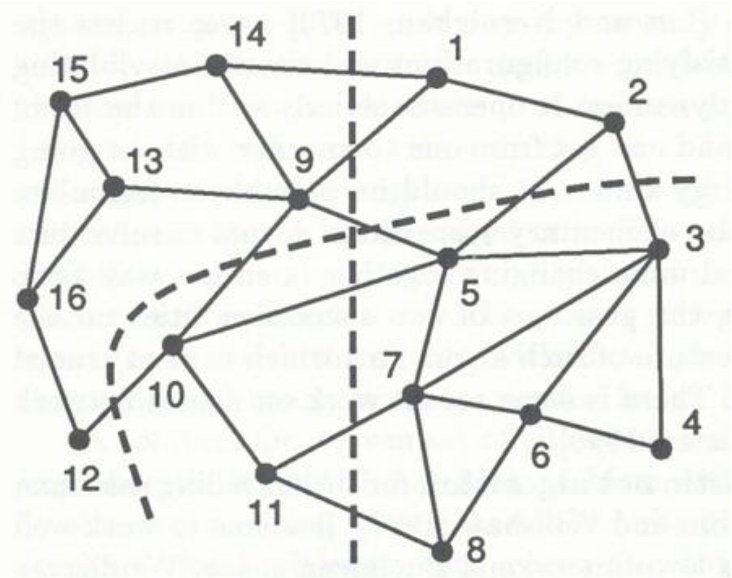
$$\min \quad L = -\sum_{i,j} C_{ij} S_i S_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_i S_i = 0$$

$$C_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i \text{ linked to } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:



- مساله تقسیم گراف به دو قسمت

$$\min \;\; L = -\sum_{i,j} C_{ij} S_i S_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i} S_i = 0$$

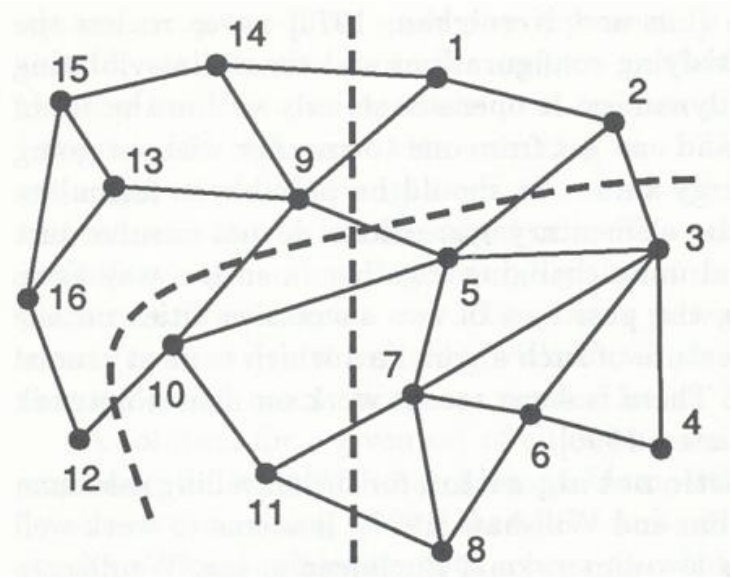
$$C_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i \text{ linked to } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$S_i = \begin{cases} +1 & \text{if on one side} \\ -1 & \text{if on the other side} \end{cases}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- مساله تقسیم گراف به دو قسمت



$$\min \quad L = -\sum_{i,j} C_{ij} S_i S_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_i S_i = 0$$

$$C_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i \text{ linked to } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

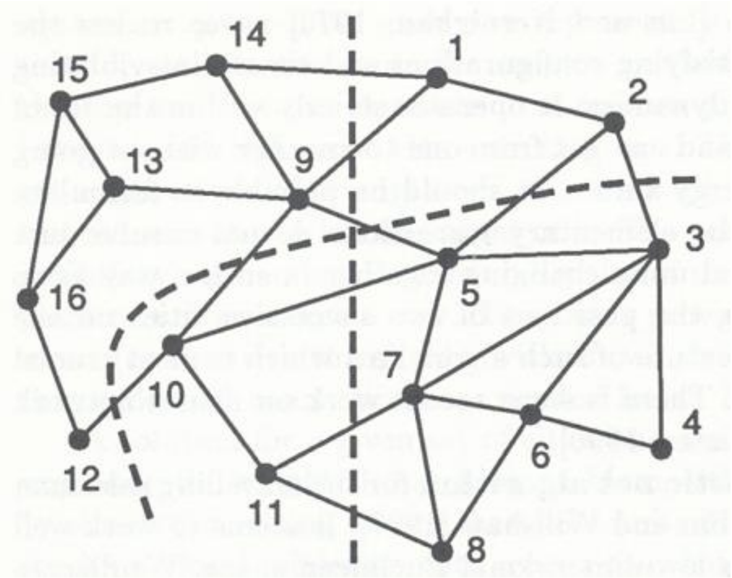
$$S_i = \begin{cases} +1 & \text{if on one side} \\ -1 & \text{if on the other side} \end{cases}$$

$$E = -\sum_{i,j} C_{ij}\, S_i\, S_j + \mu \left(\sum_i S_i \right)^2$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- مساله تقسیم گراف به دو قسمت



$$\min \;\; L = -\sum_{i,j} C_{ij} S_i S_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_i S_i = 0$$

$$C_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i \text{ linked to } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$S_i = \begin{cases} +1 & \text{if on one side} \\ -1 & \text{if on the other side} \end{cases}$$

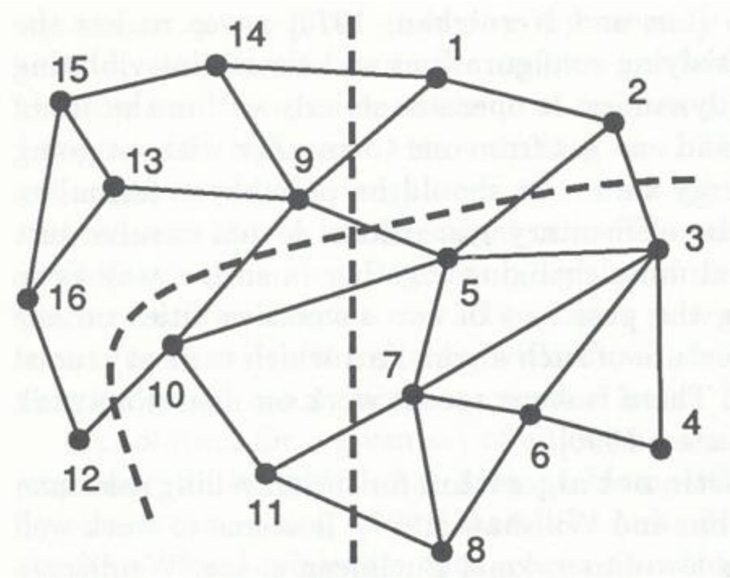
$$E = -\sum_{i,j} C_{ij}\, S_i\, S_j + \mu \left(\sum_i S_i \right)^2$$

$$E = -\sum_{i,j} w_{ij} S_i\, S_j$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- مساله تقسیم گراف به دو قسمت



$$\min \quad L = -\sum_{i,j} C_{ij} S_i S_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_i S_i = 0$$

$$C_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i \text{ linked to } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$S_i = \begin{cases} +1 & \text{if on one side} \\ -1 & \text{if on the other side} \end{cases}$$

$$E = -\sum_{i,j} C_{ij}\, S_i\, S_j + \mu \left(\sum_i S_i \right)^2$$

$$E = -\sum_{i,j} w_{ij}\, S_i\, S_j$$ $\Rightarrow$ شبکه هوپفیلد

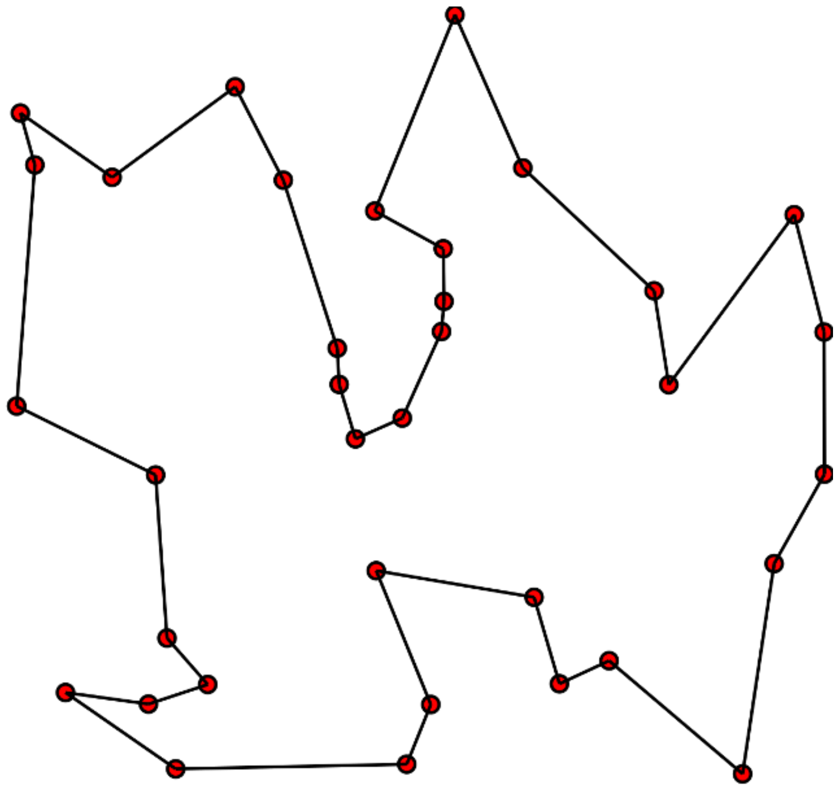
شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

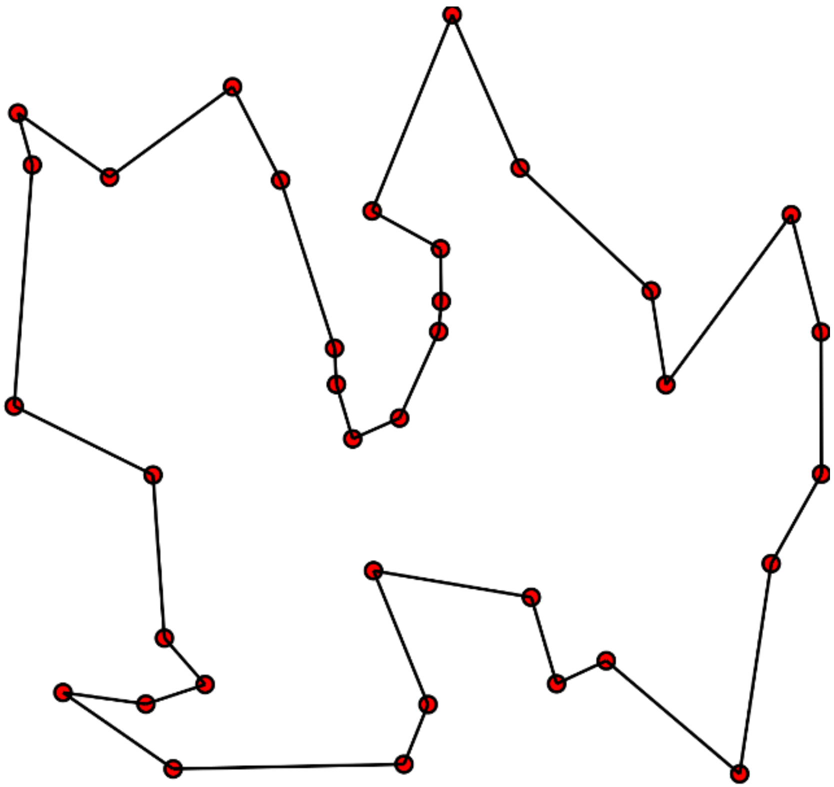
- مساله فروشنده دوره‌گرد:



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- مساله فروشنده دوره‌گرد:



– فروشنده دوره‌گرد مایل است در سفر خود، تمامی شهرها را ملاقات‌کند ولی در عین حال کمترین مسافت را طی‌کند.

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- **مساله فروشنده دوره‌گرد:**

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- **مساله فروشنده دوره‌گرد:**

$$\text{Minimize} \quad L = \frac{1}{2}\sum_{i,j,a} d_{ij}\, n_{ia}(n_{j,a+1} + n_{j,a-1})$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- **مساله فروشنده دوره‌گرد:**

$$\text{Minimize} \quad L = \frac{1}{2} \sum_{i,j,a} d_{ij}\, n_{ia} (n_{j,a+1} + n_{j,a-1})$$

$$\text{subject to} \begin{cases} \sum_a n_{ia} = 1 \rightarrow \text{each city appears only once on the tour} \\ \sum_i n_{ia} = 1 \rightarrow \text{each stop on the tour is at just one city} \end{cases}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- مساله فروشنده دوره‌گرد:

$$\text{Minimize} \qquad L = \frac{1}{2}\sum_{i,j,a} d_{ij}\, n_{ia}(n_{j,a+1} + n_{j,a-1})$$

$$\text{subject to} \begin{cases} \sum_a n_{ia} = 1 \rightarrow \text{each city appears only once on the tour} \\ \sum_i n_{ia} = 1 \rightarrow \text{each stop on the tour is at just one city} \end{cases}$$

$$E(n) = \frac{1}{2}\sum_{i,j,a} d_{ij}\, n_{ia}(n_{j,a+1} + n_{j,a-1}) + \frac{\gamma}{2}\left[\sum_a \left(1 - \sum_i n_{ia}\right)^2 + \sum_i \left(1 - \sum_a n_{ia}\right)^2\right]$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- **مساله فروشنده دوره‌گرد:**

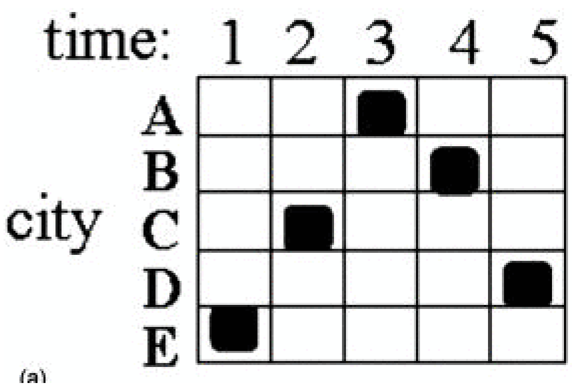
$$E(n) = \frac{1}{2}\sum_{i,j,a} d_{ij}\, n_{ia}(n_{j,a+1} + n_{j,a-1}) + \frac{\gamma}{2}\left[\sum_{a}\left(1 - \sum_{i} n_{ia}\right)^2 + \sum_{i}\left(1 - \sum_{a} n_{ia}\right)^2\right]$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- **مساله فروشنده دوره‌گرد:**

$$E(n) = \frac{1}{2}\sum_{i,j,a} d_{ij}\, n_{ia}(n_{j,a+1} + n_{j,a-1}) + \frac{\gamma}{2}\left[\sum_{a}\left(1 - \sum_{i} n_{ia}\right)^2 + \sum_{i}\left(1 - \sum_{a} n_{ia}\right)^2\right]$$



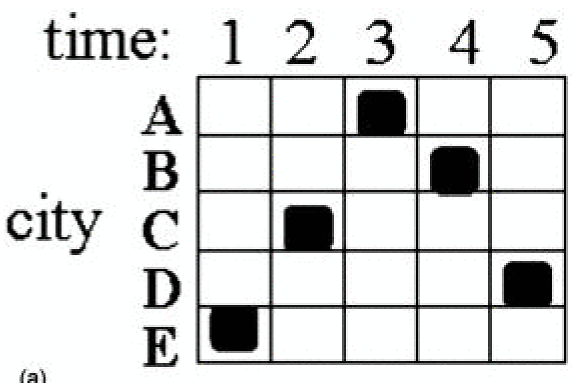
– **شبکه ای با N^2 سلول تشکیل دهید.**

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- **مساله فروشنده دوره‌گرد:**

$$E(n) = \frac{1}{2}\sum_{i,j,a} d_{ij}\, n_{ia}(n_{j,a+1} + n_{j,a-1}) + \frac{\gamma}{2}\left[\sum_{a}\left(1-\sum_{i} n_{ia}\right)^2 + \sum_{i}\left(1-\sum_{a} n_{ia}\right)^2\right]$$



– **شبکه ای با N^2 سلول تشکیل دهید.**

– **جملات خطی تابع هزینه ← مقدار آستانه سلول‌ها.**

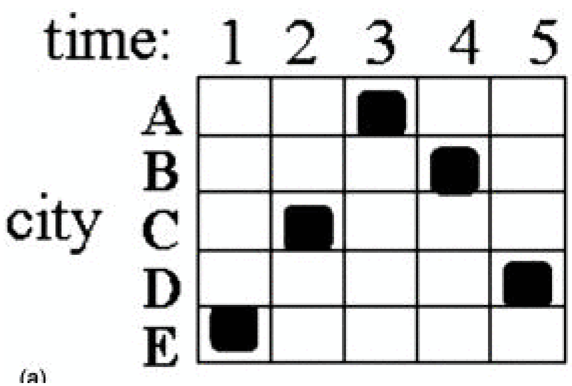
$$(d_{ij} - \gamma)$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

- **مساله فروشنده دوره‌گرد:**

$$E(n) = \frac{1}{2}\sum_{i,j,a} d_{ij}\, n_{ia}(n_{j,a+1} + n_{j,a-1}) + \frac{\gamma}{2}\left[\sum_{a}\left(1-\sum_{i} n_{ia}\right)^2 + \sum_{i}\left(1-\sum_{a} n_{ia}\right)^2\right]$$



– شبکه ای با N^2 سلول تشکیل دهید.

– جملات خطی تابع هزینه ← مقدار آستانه سلول‌ها.

$$(d_{ij} - \gamma)$$

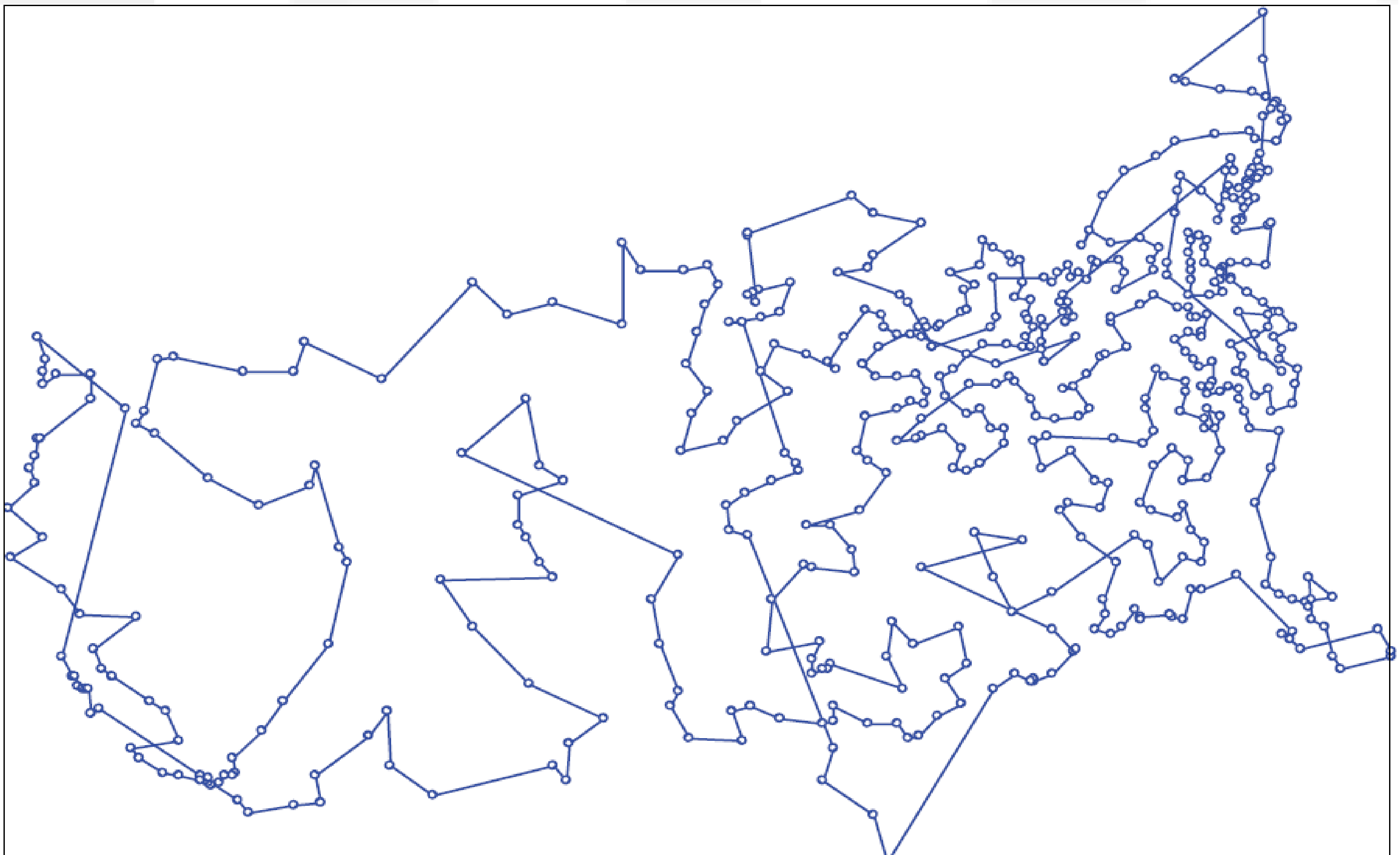
– جملات مرتبه دو تابع هزینه ← وزن بین سلول‌ها.

$$w_{ij,kl}$$

شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

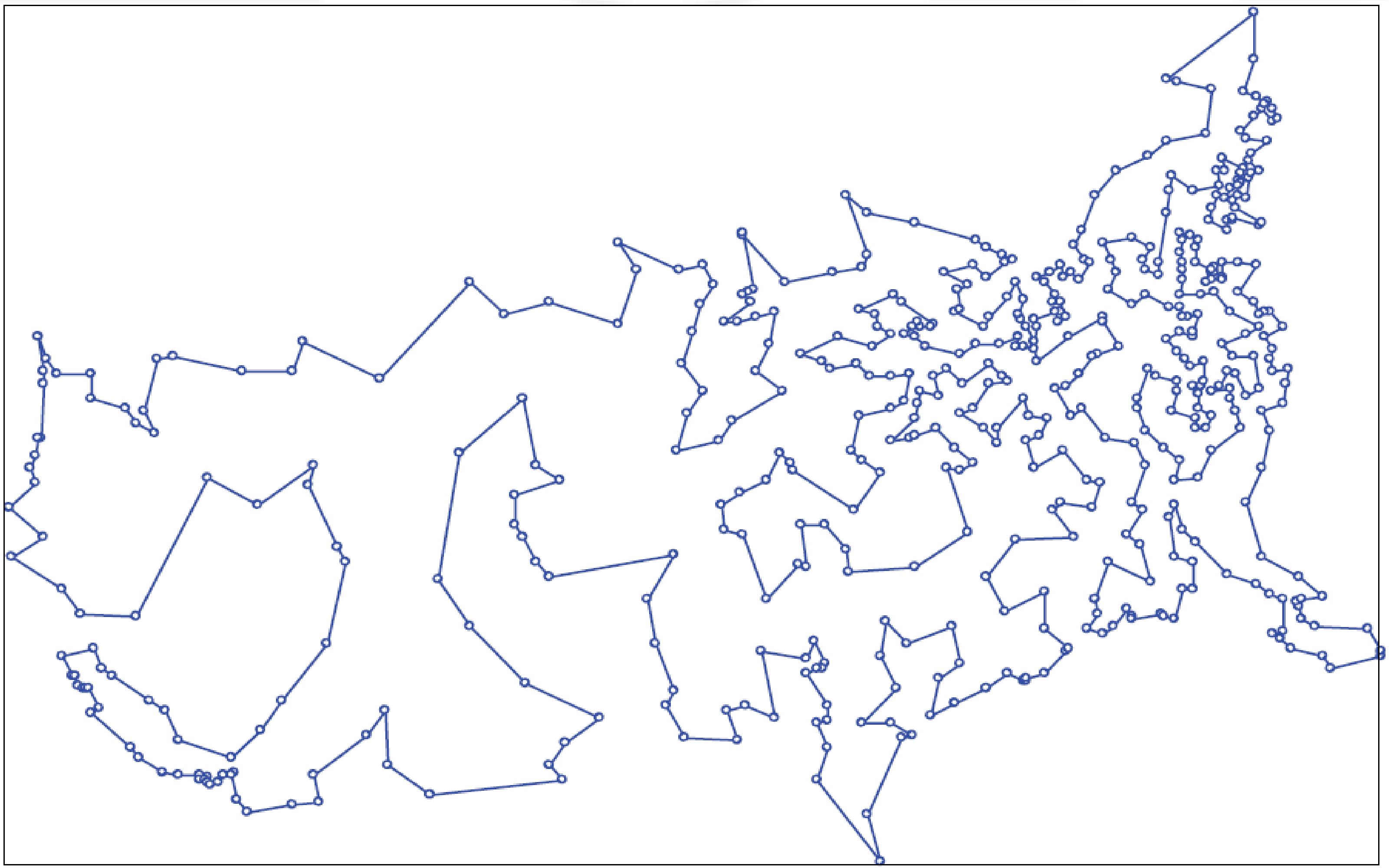
- **مساله فروشنده دوره‌گرد:**



شبکه هوپفیلد (Hopfield Network)

حل مسایل بهینه‌سازی مقید:

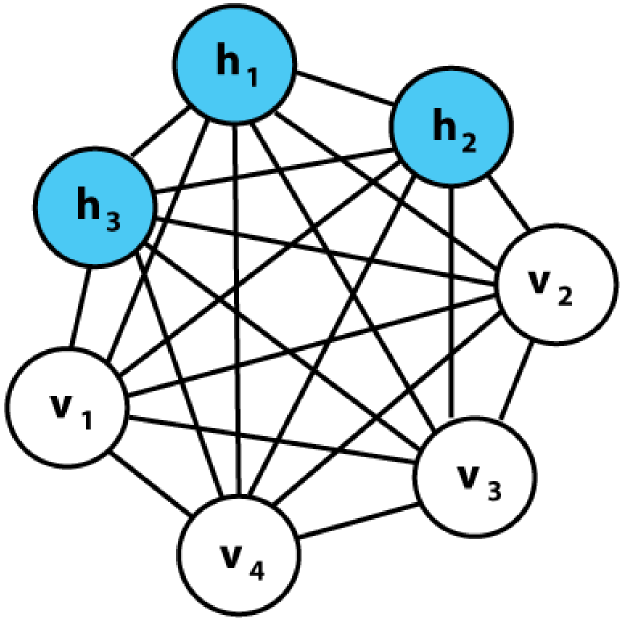
- **مساله فروشنده دوره‌گرد:**



سایر شبکه‌های بازگشتی

سایر شبکه‌های بازگشتی

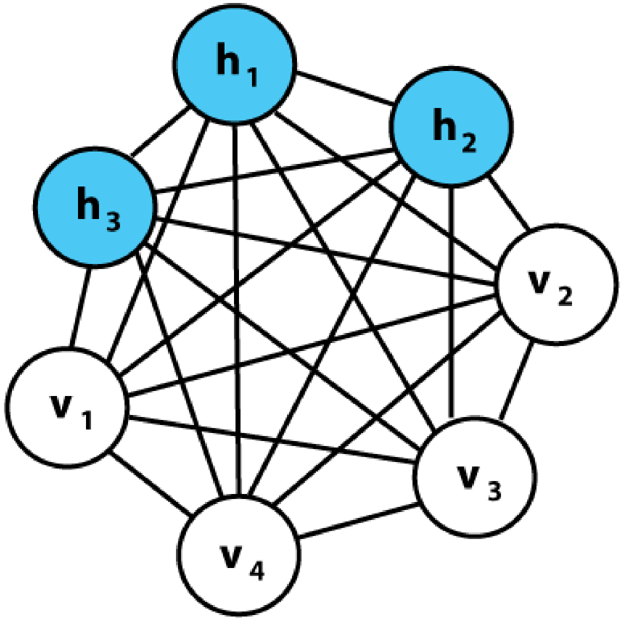
۱- ماشین بولتزمن (Boltzmann Machine):



سایر شبکه‌های بازگشتی

۱- ماشین بولتزمن (Boltzmann Machine):

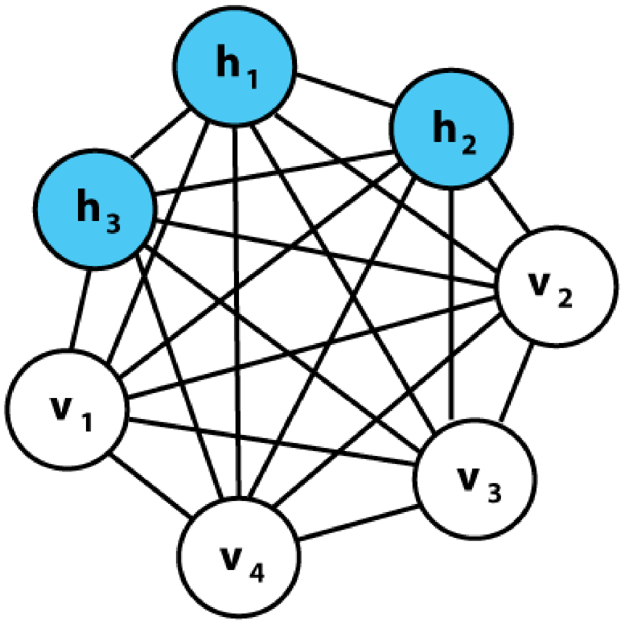
- نکات مشترک با شبکه هوپفیلد:



سایر شبکه‌های بازگشتی

۱- ماشین بولتزمن (Boltzmann Machine):

- نکات مشترک با شبکه هوپفیلد:
  - سلول‌ها با حالت باینری

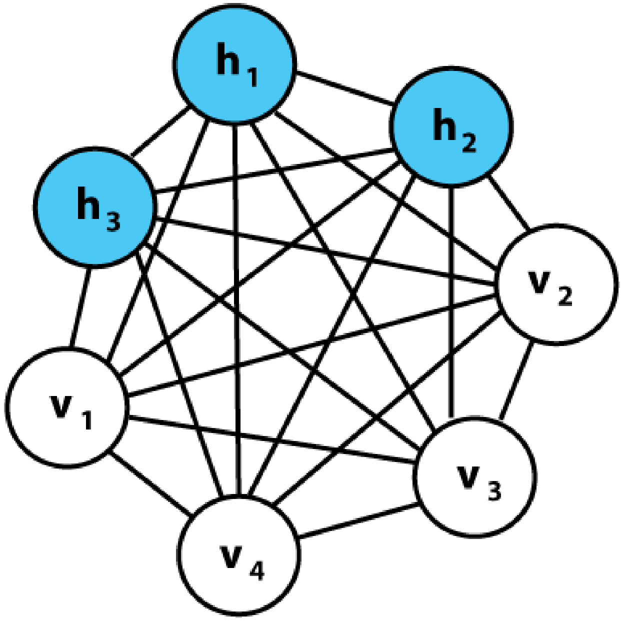


سایر شبکه‌های بازگشتی

۱– ماشین بولتزمن (Boltzmann Machine):

– نکات مشترک با شبکه هوپفیلد:

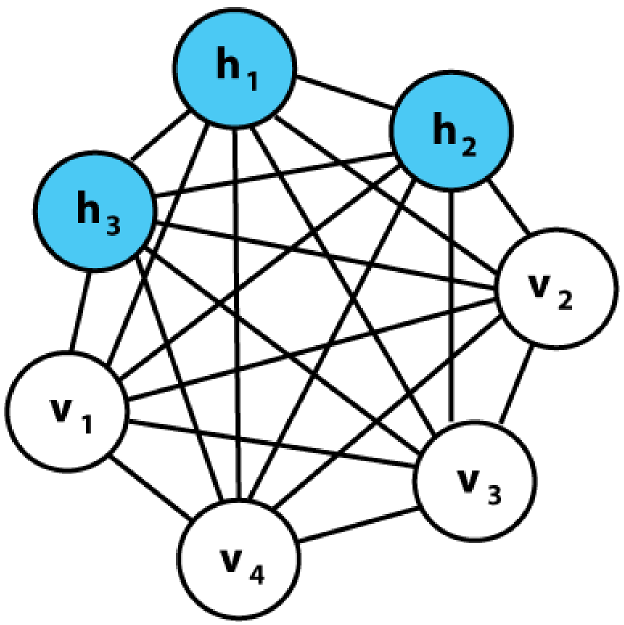
- سلول‌ها با حالت باینری
- وزن‌های متقارن



سایر شبکه‌های بازگشتی

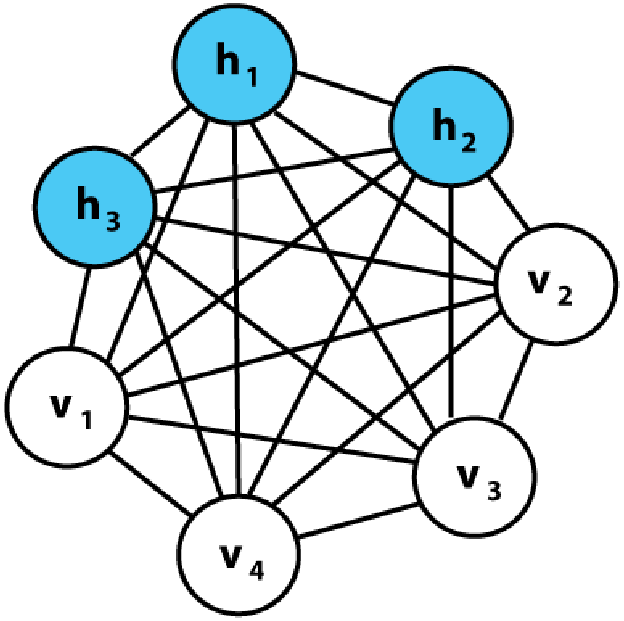
۱- ماشین بولتزمن (Boltzmann Machine):

- نکات مشترک با شبکه هوپفیلد:
  - سلول‌ها با حالت باینری
  - وزن‌های متقارن
  - عدم وجود خودپسخورد



سایر شبکه‌های بازگشتی

۱- ماشین بولتزمن (Boltzmann Machine):

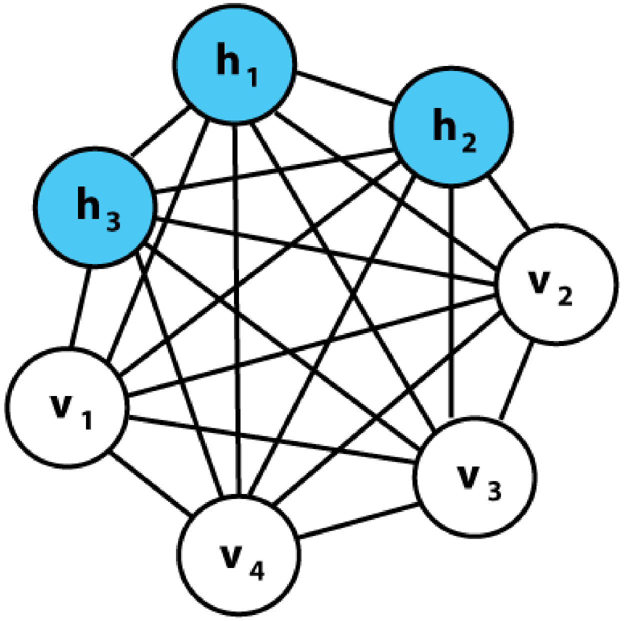


- نکات مشترک با شبکه هوپفیلد:
  - سلول‌ها با حالت باینری
  - وزن‌های متقارن
  - عدم وجود خودپسخورد

- نکات متفاوت با شبکه هوپفیلد:

سایر شبکه‌های بازگشتی

۱- ماشین بولتزمن (Boltzmann Machine):

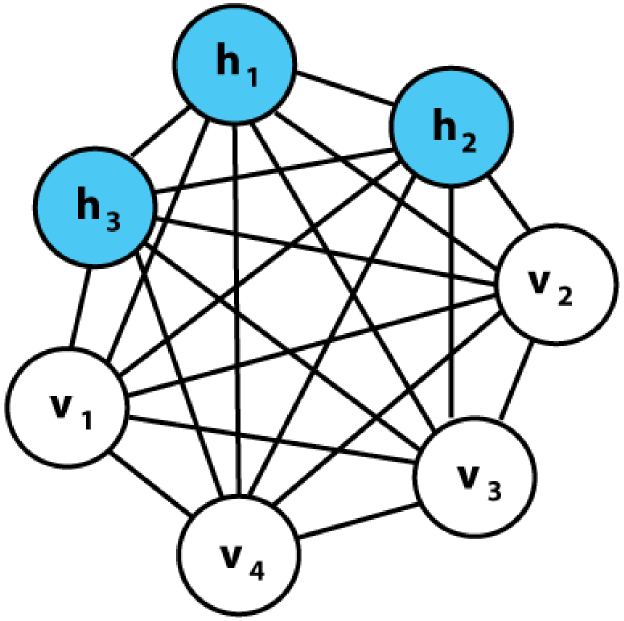


- نکات مشترک با شبکه هوپفیلد:
  - سلول‌ها با حالت باینری
  - وزن‌های متقارن
  - عدم وجود خودپسخورد

- نکات متفاوت با شبکه هوپفیلد:
  - امکان وجود سلول‌های پنهان

سایر شبکه‌های بازگشتی

۱- ماشین بولتزمن (Boltzmann Machine):

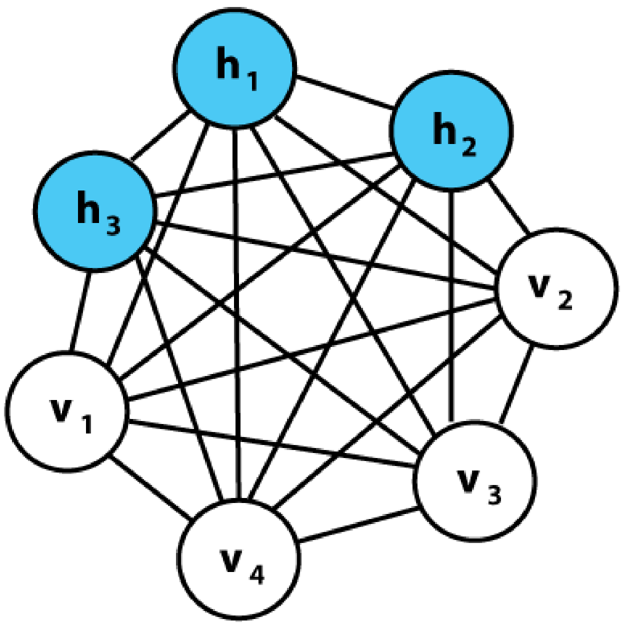


- نکات مشترک با شبکه هوپفیلد:
  - سلول‌ها با حالت باینری
  - وزن‌های متقارن
  - عدم وجود خودپسخورد

- نکات متفاوت با شبکه هوپفیلد:
  - امکان وجود سلول‌های پنهان
  - سلول‌ها با عملکرد اتفاقی

سایر شبکه‌های بازگشتی

۱- ماشین بولتزمن (Boltzmann Machine):



- نکات مشترک با شبکه هوپفیلد:
  - سلول‌ها با حالت باینری
  - وزن‌های متقارن
  - عدم وجود خودپسخورد

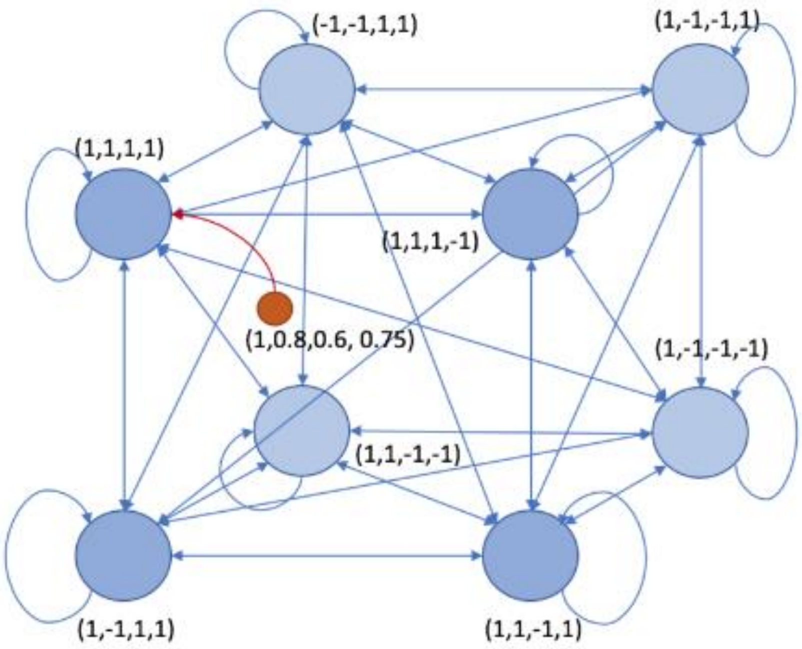
- نکات متفاوت با شبکه هوپفیلد:
  - امکان وجود سلول‌های پنهان
  - سلول‌ها با عملکرد اتفاقی
  - می‌تواند به‌صورت بانظارت نیز عمل کند.

سایر شبکه‌های بازگشتی

۲- مدل حالت مغز در یک جعبه (Brain-State-in-a-Box Model):

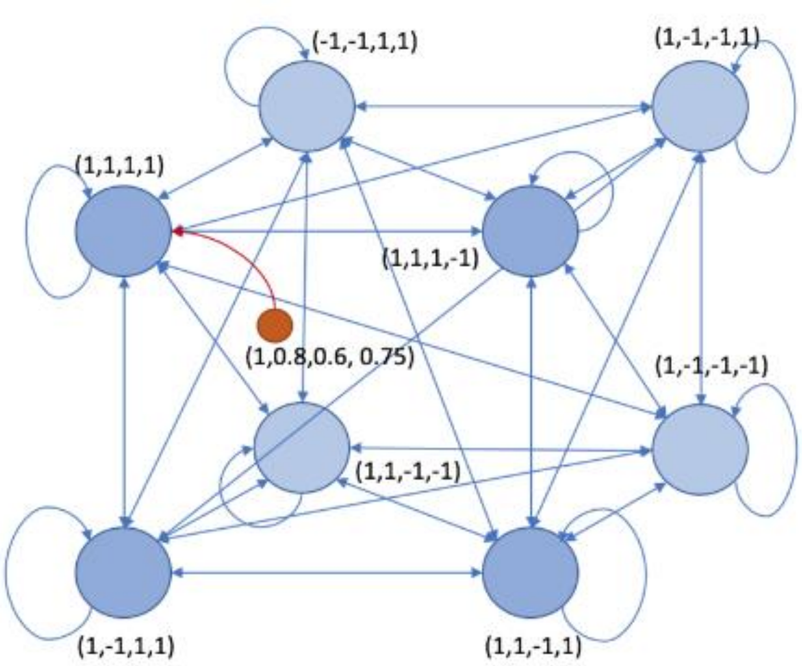
سایر شبکه‌های بازگشتی

۲- مدل حالت مغز در یک جعبه (Brain-State-in-a-Box Model):



سایر شبکه‌های بازگشتی

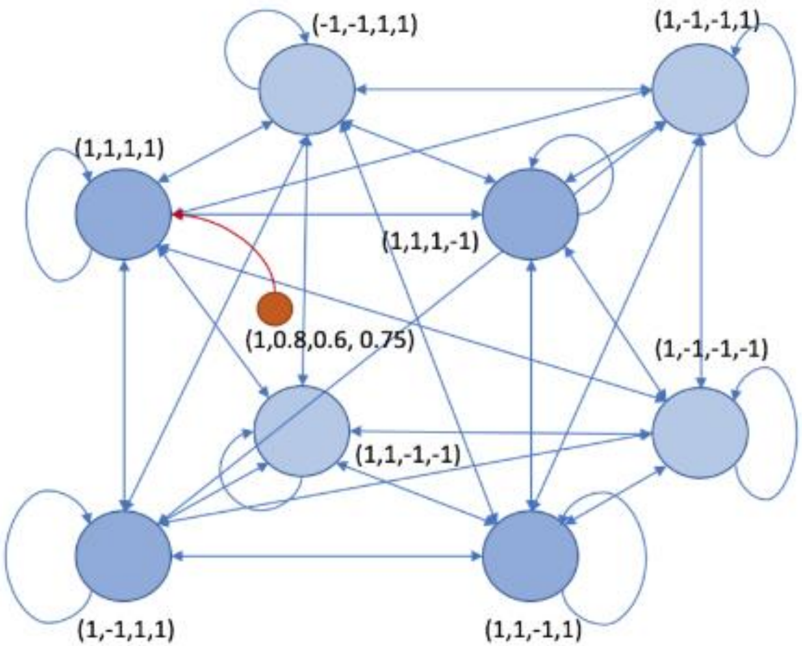
۲- مدل حالت مغز در یک جعبه (Brain-State-in-a-Box Model):



- اگرچه در سال ۱۹۷۷ ابداع شد، ولی دارای ساختار و عملکردی بسیار شبیه به شبکه هوپفیلد است.

سایر شبکه‌های بازگشتی

۲- مدل حالت مغز در یک جعبه (Brain-State-in-a-Box Model):

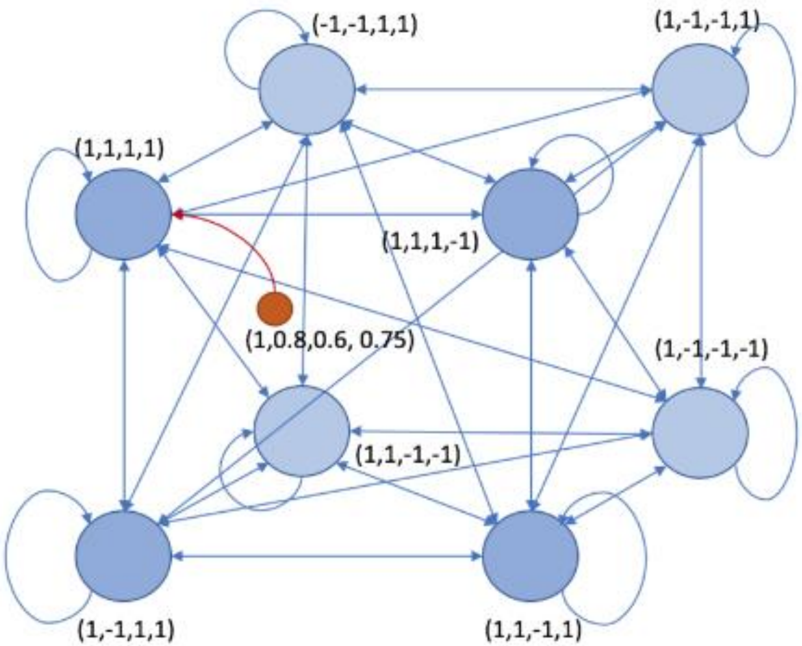


- اگرچه در سال ۱۹۷۷ ابداع شد، ولی دارای ساختار و عملکردی بسیار شبیه به شبکه هوپفیلد است.

- برای N سلول می‌توان شبکه را به‌صورت یک ابر مکعب تصور کرد.

سایر شبکه‌های بازگشتی

۲- مدل حالت مغز در یک جعبه (Brain-State-in-a-Box Model):



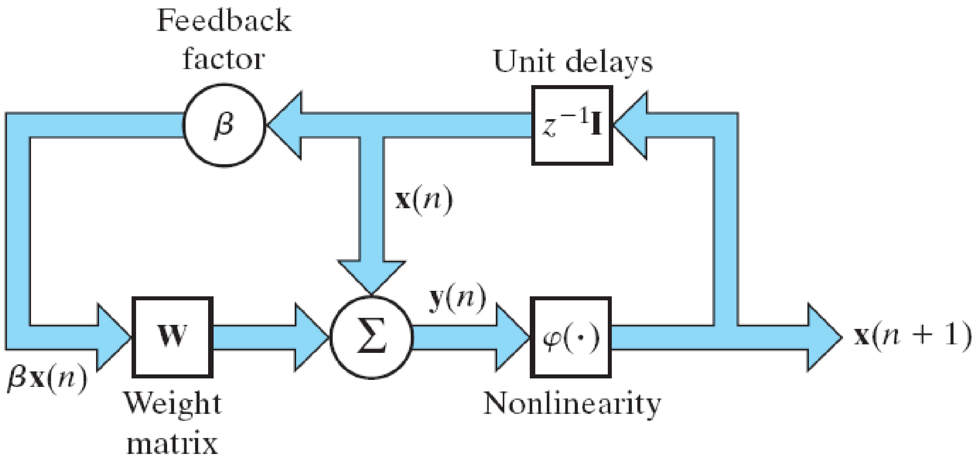
- اگرچه در سال ۱۹۷۷ ابداع شد، ولی دارای ساختار و عمکردی بسیار شبیه به شبکه هوپفیلد است.

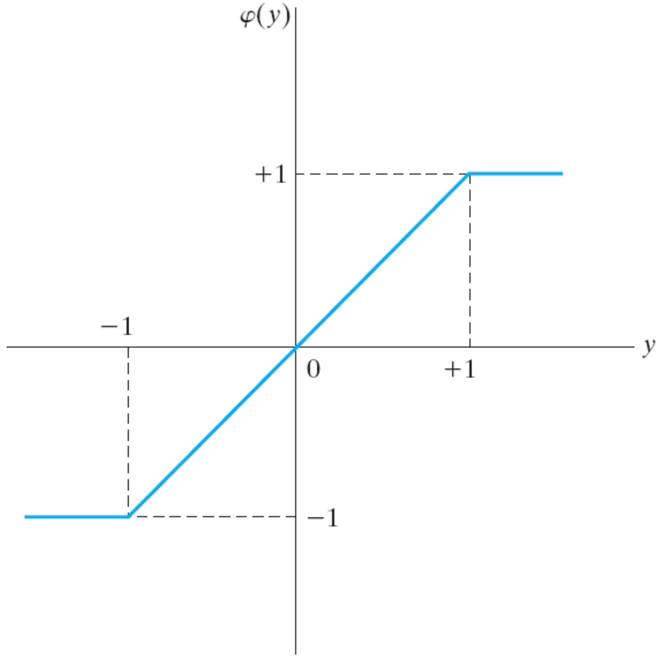
- برای N سلول می‌توان شبکه را به‌صورت یک ابر مکعب تصور کرد.

- تفاوت با شبکه هوپفیلد در تابع غیرخطی سلول‌ها است و دینامیک همزمان حالت سلول‌ها (به‌روز رسانی همزمان سلول‌ها)

سایر شبکه‌های بازگشتی

۲- مدل حالت مغز در یک جعبه (Brain-State-in-a-Box Model):



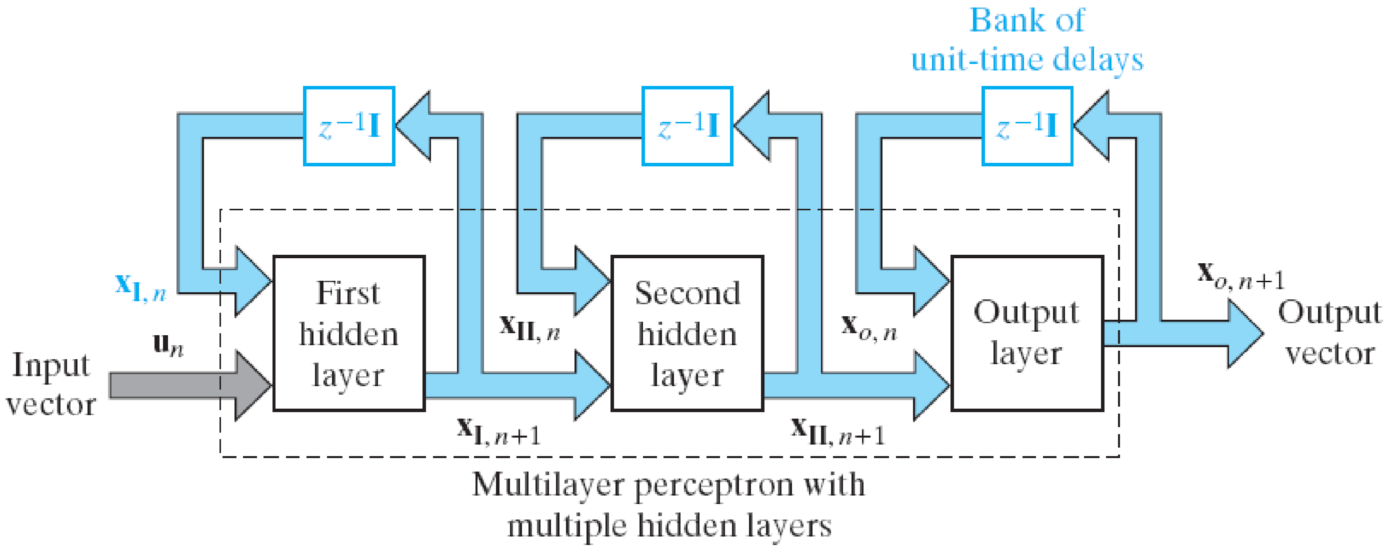


سایر شبکه‌های بازگشتی

۳- پرسپترون چند لایه بازگشتی (Recurrent Multilayer Perceptron):

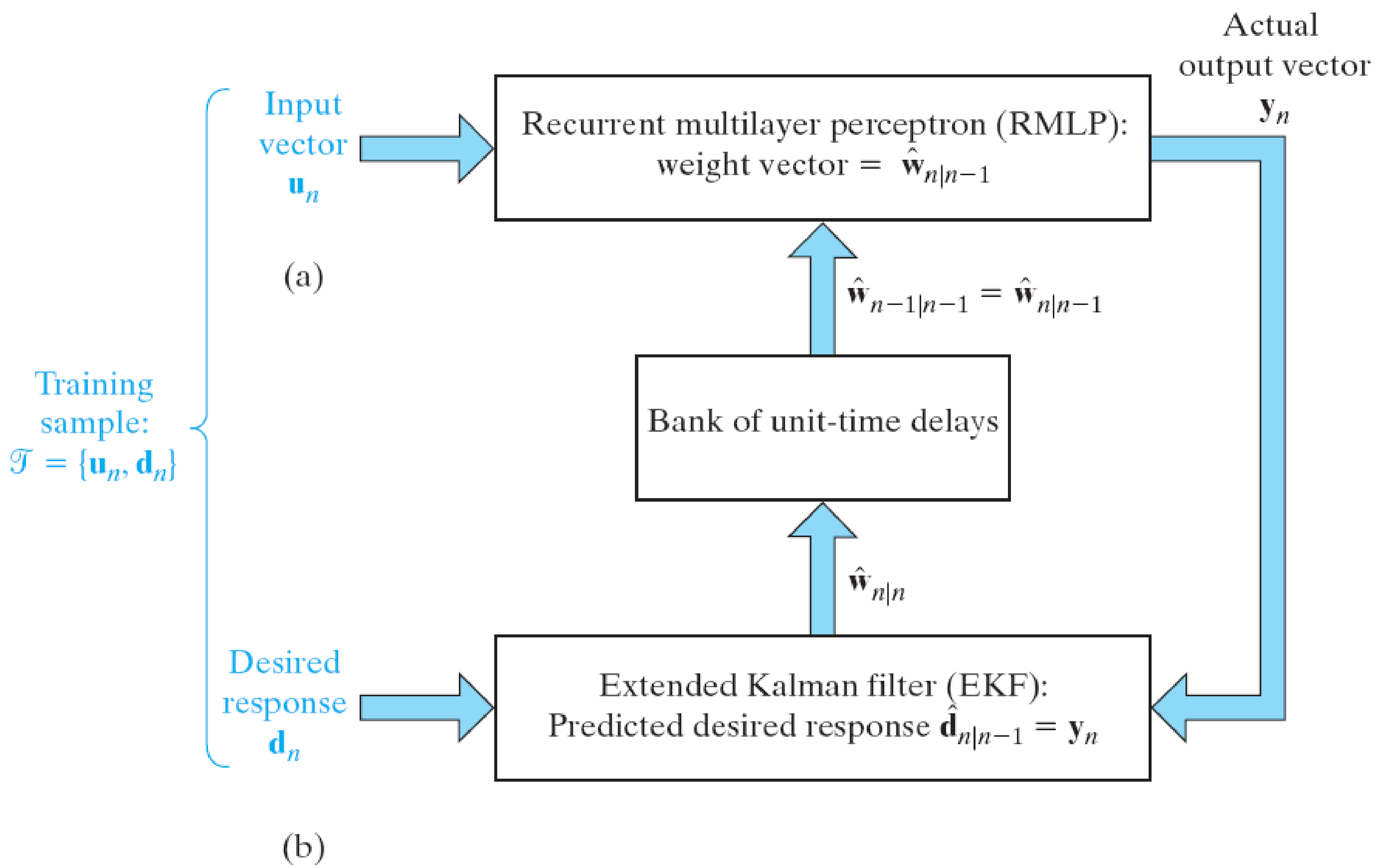
سایر شبکه‌های بازگشتی

۳- پرسپترون چند لایه بازگشتی (Recurrent Multilayer Perceptron):



سایر شبکه‌های بازگشتی

۳- پرسپترون چند لایه بازگشتی (Recurrent Multilayer Perceptron):



- آموزش این شبکه با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته

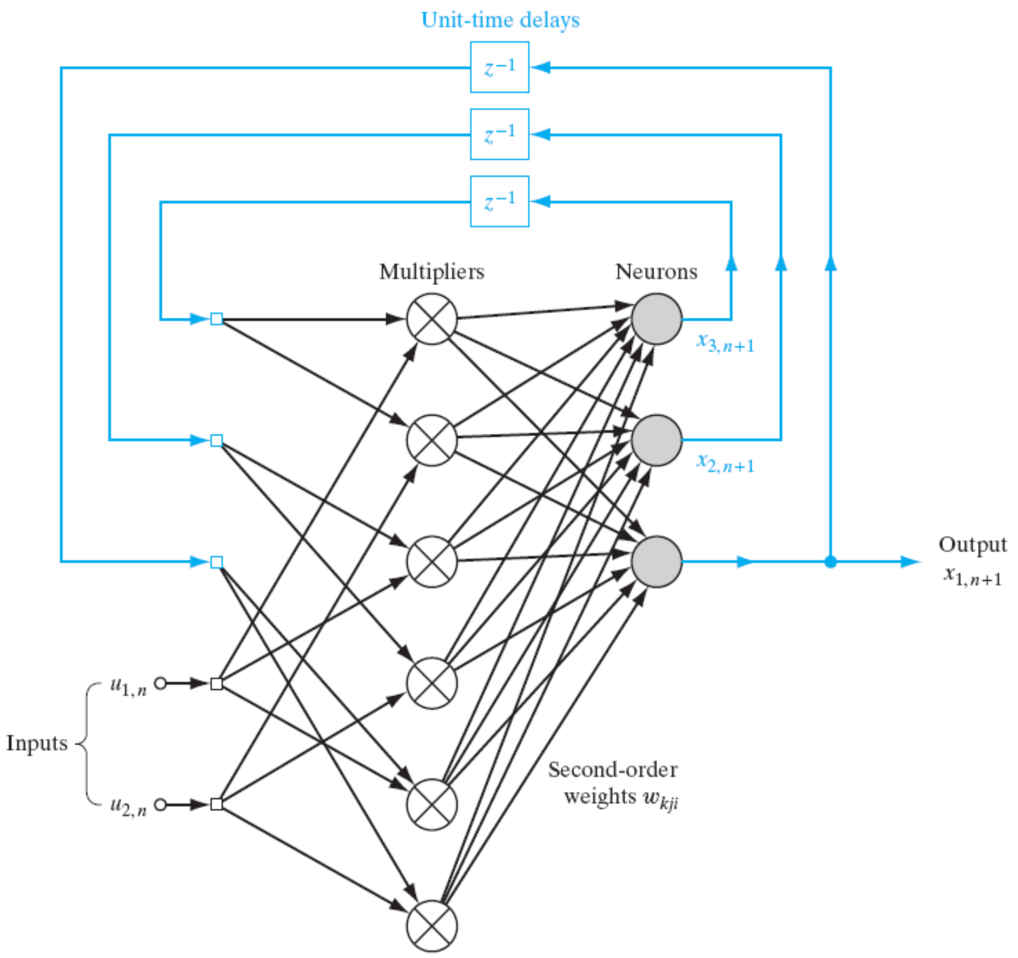
سایر شبکه‌های بازگشتی

سایر شبکه‌های بازگشتی

۴- شبکه بازگشتی مرتبه دو (Second-order Recurrent Neural Network):

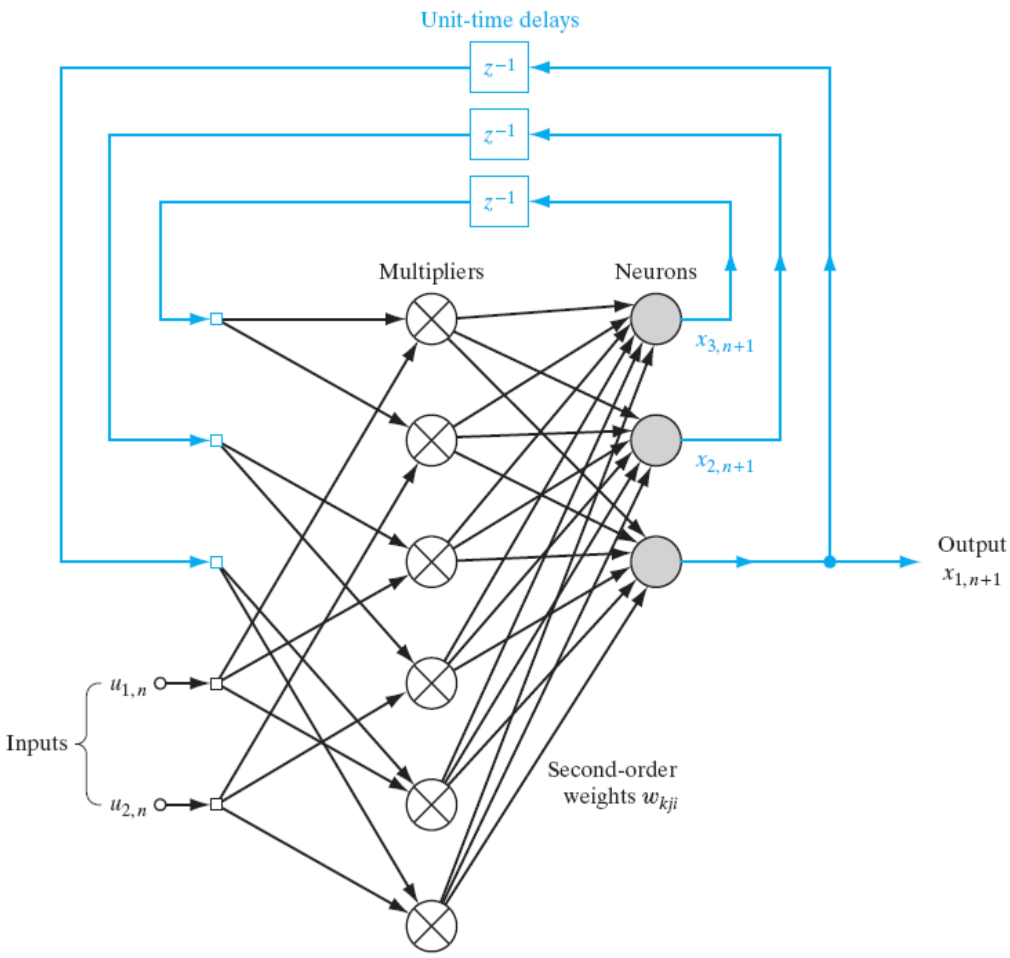
سایر شبکه‌های بازگشتی

۴- شبکه بازگشتی مرتبه دو (Second-order Recurrent Neural Network):



سایر شبکه‌های بازگشتی

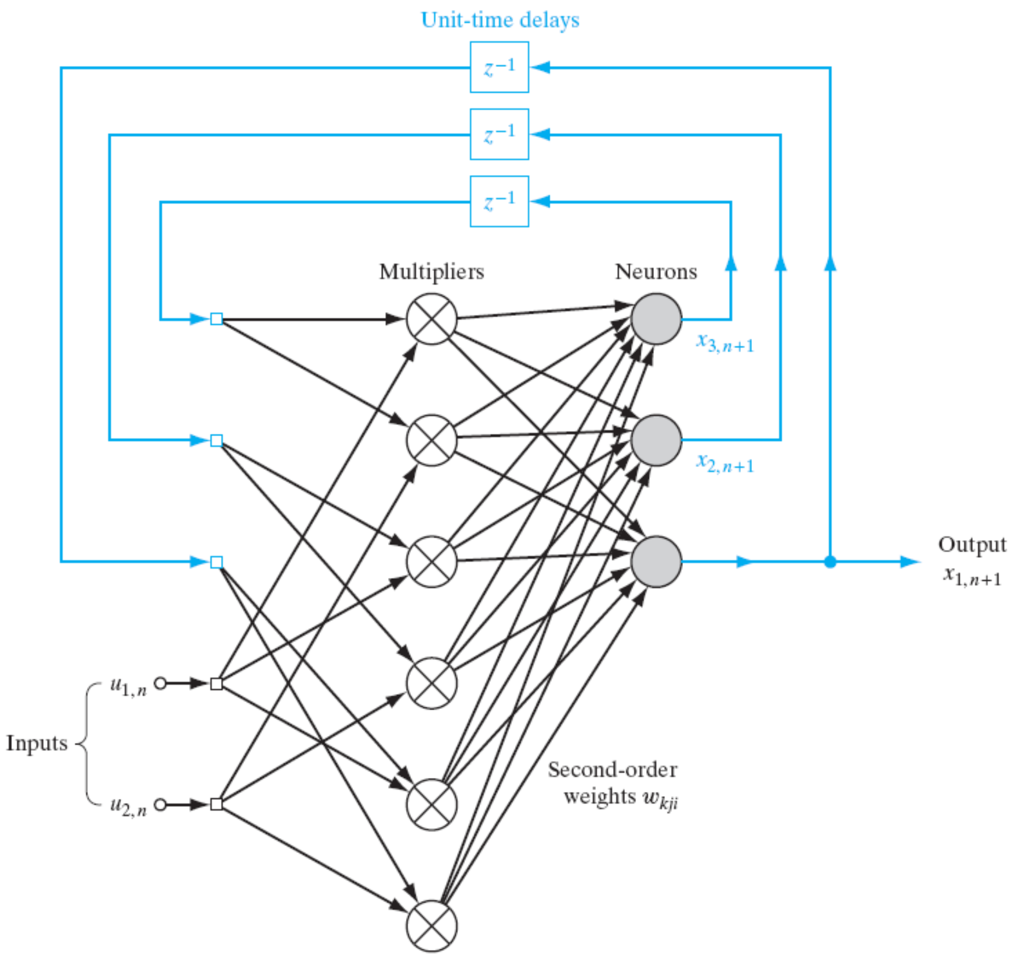
۴- شبکه بازگشتی مرتبه دو (Second-order Recurrent Neural Network):



- سلول‌های با معادله پیوسته

سایر شبکه‌های بازگشتی

۴- شبکه بازگشتی مرتبه دو (Second-order Recurrent Neural Network):

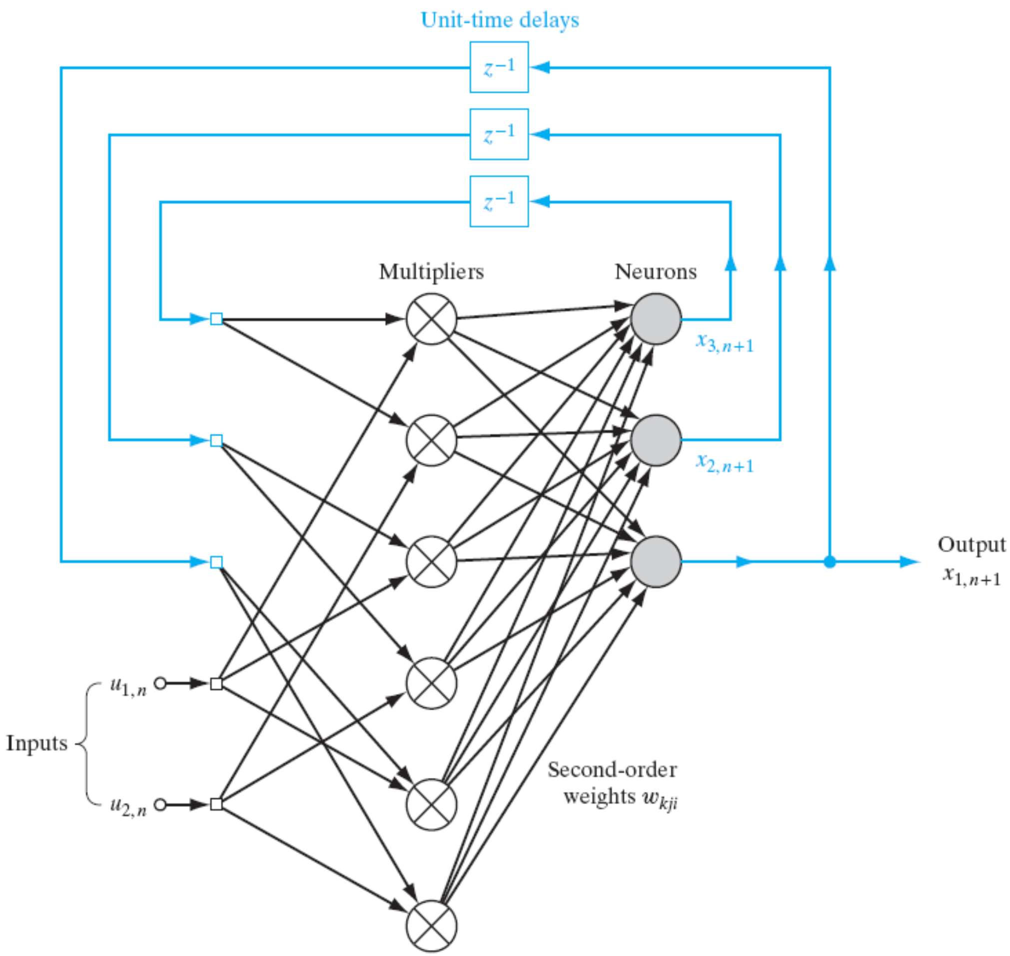


- سلول‌های با معادله پیوسته

- آموزش بانظارت با استفاده از الگوریتمی شبیه به پس‌انتشار خطا

سایر شبکه‌های بازگشتی

۴- شبکه بازگشتی مرتبه دو (Second-order Recurrent Neural Network):



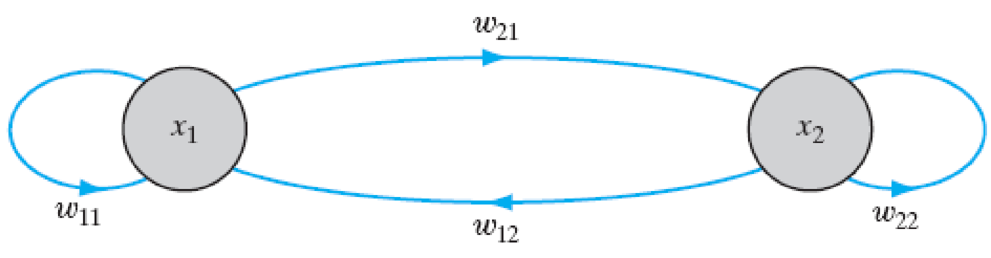
- سلول‌های با معادله پیوسته

- آموزش بانظارت با استفاده از الگوریتمی شبیه به پس‌انتشار خطا

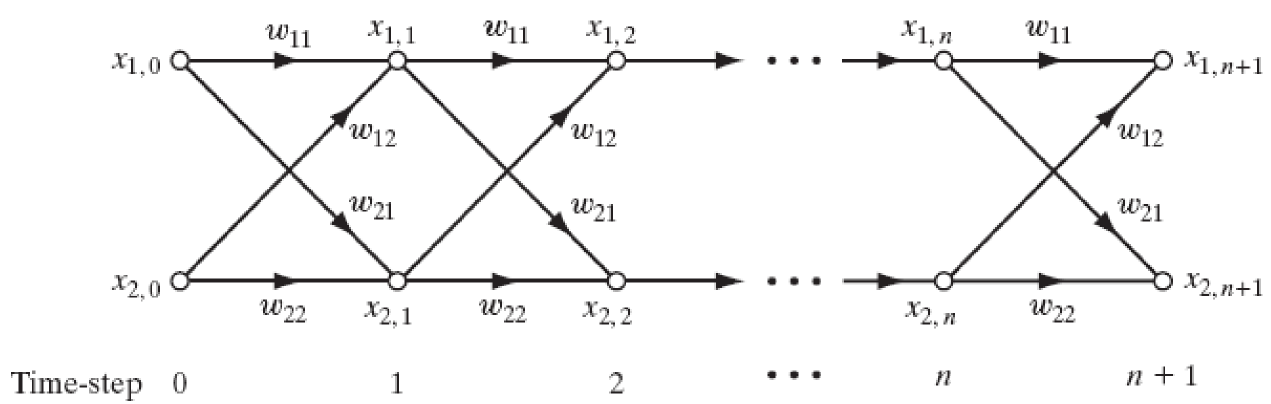
- امکان تعریف سلول‌های پنهان

سایر شبکه‌های بازگشتی

۵- پس انتشار از میان زمان (Backpropagation Through Time):



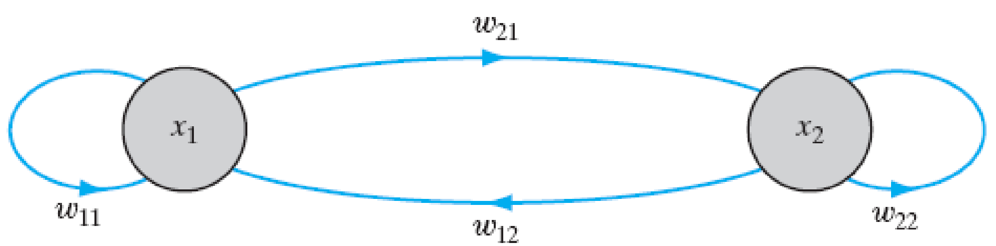
(a)



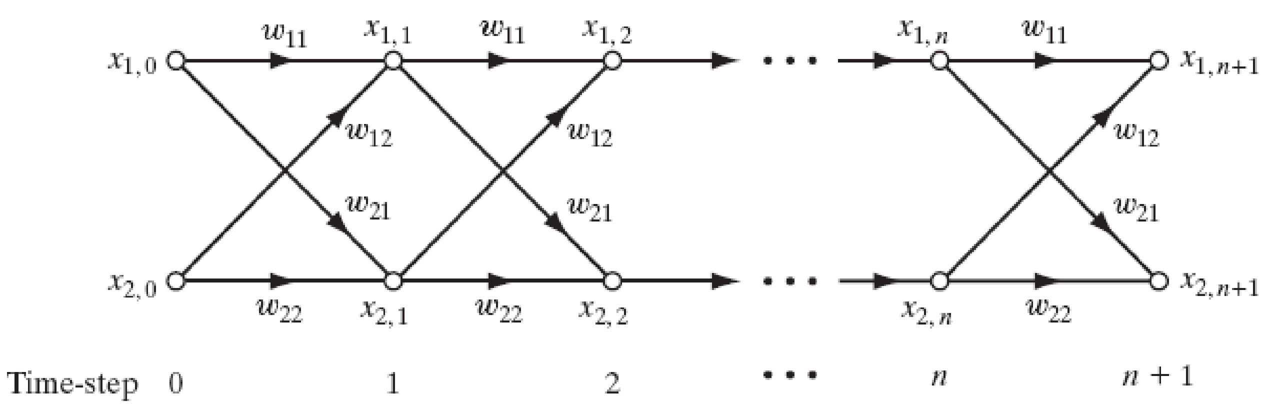
(b)

سایر شبکه‌های بازگشتی

۵- پس انتشار از میان زمان (Backpropagation Through Time):



(a)



(b)

- آموزش بانظارت با استفاده از فرم تعمیم‌یافته پس‌انتشار خطا