



سوالات

مسئله‌ی ۱.

یک مزایده برای یک کالا ۱ با حداقل ۳ شرکت کننده را در نظر بگیرید. نشان دهید تخصیص دادن کالا به شرکت کننده با پیشنهاد بیشتر با هزینه‌ای برابر سومین بزرگترین پیشنهاد، به یک مزایده غیر DSIC ختم می‌شود.

مسئله‌ی ۲.

مسئله Sponsored Search Auction را بخاطر بیاورید که در آن شرکت کننده i ام ارزیابی v_i به ازای هر کلیک را دارد. همچنین k اسلات با CTR های $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_k$ داریم. همچنین داشتیم که مقدار Social Surplus برای یک تخصیص شرکت کنندگان به اسلات‌ها برابر $\sum_{i=1}^n v_i x_i$ است که x_i برابر CTR اسلاتی است که به شرکت کننده i ام اختصاص داده شده است (در صورتی که اسلاتی به آن اختصاص داده نشده بود برابر صفر است). نشان دهید در صورتی که شرکت کننده با z امین بیشترین پیشنهاد را به اسلات z ام تخصیص دهیم مقدار Social Surplus بیشینه می‌شود.

مسئله‌ی ۳.

با کمک Myerson Lemma نشان دهید مزایده Vickrey تنها مزایده کالا واحد است که اولاً DSIC است، ثانیاً کالا را به بیشترین پیشنهاد کننده می‌دهد و ثالثاً utility بازنده‌ها صفر است.

مسئله‌ی ۴.

مشابه آنچه برای اثبات Myerson Lemma در کلاس گفته شد، ثابت کنید اگر یک allocation rule خاصیت monotone را نداشته باشد آنگاه implementable نیست.

مسئله‌ی ۵.

ثابت کنید برای هر پیشنهاد غیرصادقانه $b_i \neq v_i$ در یک مزایده Vickrey میتوان \mathbf{b}_{-i} را طوری یافت که مقدار دریافتی i در صورت پیشنهاد b_i اکیدا کمتر از دریافتی آن در صورت پیشنهاد v_i باشد.

مسئله‌ی ۶.

الف.

فرض کنید در یک مزایده قیمت دوم برای یک کالا، زیرمجموعه‌ی S از شرکت کنندگان تصمیم گرفته‌اند که با هم تبانی کنند تا جمع سودشان را بیشینه کنند. فرض کنید که سایر شرکت کنندگان صادقانه در مزایده شرکت کرده‌اند. شرط لازم و کافی روی S برای آنکه بتوانند سود جمعیشان را به نحوی، نسبت به حالتی که صادقانه شرکت می‌کردند، افزایش دهند را بیان و ثابت کنید (دقت کنید که بازیکنانی که با هم تبانی می‌کنند می‌توانند اطلاعات محرمانه خود را برای هم فاش کنند).

ب.

می‌دانیم که مزایده قیمت دوم یک کالا، با فرض مطلوبیت شبه‌خطی تمام شرکت کنندگان، یعنی

$$u_i(v_i, p_i) = v_i x_i - p_i, \quad x_i = \begin{cases} 1 & \text{اگر } i \text{ برنده شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

یک مکانیزم صادقانه است. شرایط ضعیفتری روی تابع مطلوبیت $u_i(v_i, p_i)$ بیان کنید که در آن همچنان مشارکت صادقانه استراتژی غالب هر شرکت کننده باشد. سپس سعی کنید با شرایط جدید، فرایند اثبات صادقانه بودن مکانیزم را تکرار کنید.

مسئله‌ی ۷.

فرض کنید بجای یک کالا، k کالای یکسان داریم و تعداد شرکت کنندگان نیز $n > k$ نفر می‌باشند. همچنین فرض کنید که هر شرکت کننده حداکثر یک واحد از کالای در مزایده را میتواند برنده شود (یا صفر یا یک واحد). مزایده‌ای همانند مزایده Vickery اینبار برای این k کالا طراحی کنید به طوری که DSIC و Welfare Maximizing باشد.

مسئله‌ی ۸.

مزایده زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید k واحد کالا داریم و $n > k$ شرکت کننده. همچنین یک عدد مانند R را نیز در نظر بگیرید. پس از اینکه تمامی شرکت کنندگان اعداد خود را (b_i) به برگزار کننده تحویل دادند، k نفر اول آنها را در نظر میگیریم و مجموعه این افراد را S مینامیم. حال تا زمانی که شرکت کننده‌ای در S وجود داشت مثل i که $b_i < \frac{R}{|S|}$ ، آن شخص را از مجموعه کنار میگذاریم و دوباره شرط را برای تمامی شرکت کنندگان چک میکنیم. در انتها اگر افرادی در مجموعه باقی ماندند و حذف نشدند، به هرکدام یک واحد از کالا میدهیم و از هرکدام $\frac{R}{|S|}$ واحد پول دریافت میکنیم.

الف

نشان دهید این روش تخصیص صعودی است.

ب

مزایده سوال قبل را در نظر بگیرید. نشان دهید اگر در آن مزایده، برگزار کننده حداقل R واحد از شرکت کنندگان بگیرد، این مزایده از شرکت کنندگان دقیقاً R واحد پول میگیرد.

نشان دهید یک valuation profile برای شرکت کنندگان وجود دارد که توسط آن، مزایده این سوال مقدار پول R بدست می‌آورد، ولی مزایده سوال قبل کمتر از R (منظور از valuation profile بردار v_i برای شرکت کنندگان است)

مسئله‌ی ۹.

نشان دهید که مزایده سوال قبل تبانی است! به این معنا که هیچ گروهی از شرکت کنندگان نمیتوانند دست به یکی کنند و طوری مقادیر خود را اعلام کنند که در نهایت افرادی از این گروه سودشان زیاد شود بدون اینکه سود بقیه افراد آن گروه کم شود. به عبارتی نشان دهید اعلام صادقانه برای این گروه Pareto Dominant است.

مسئله‌ی ۱۰.

فرض کنید در یک مزایده قیمت دوم تک کالایی، هزینه فروش کالا برای برگزار کننده $C > 0$ میباشد. به عنوان مثال فرض کنید هزینه فرصت تولید این کالا این مقدار است. در این صورت تعریف سود اجتماعی میشود آن مقداری که برنده برای این کالا دارد منهای هزینه فرصت برگزار کننده. مزایده قیمت دوم را طوری تغییر دهید که مزایده حاصل DSIC و Welfare Maximizing باشد. همچنین میخواهیم این مزایده طوری باشد که تنها در صورتی که کالا فروش برود که فروشنده ضرر نکند.

مسئله‌ی ۱۱.

به مزایده ای که در آن فردی یک قیمت را اعلام میکند (به طوری که همه مطلع شوند) و در صورتی که کسی قیمت بیشتری نگفت فرد اعلام کرده برنده میشود و باید همان قیمت را بپردازد، مزایده باز صعودی گفته میشود (مزایده معمول که در فیلم‌ها نیز میبینید). آیا در این مزایده شرکت کنندگان استراتژی غالب دارند؟ توضیح دهید.

(موفق باشید :)