تحلیل هوشمند تصاویر زیست پزشکی

نیم‌سال اول ۰۳ – ۰۲

مدرس: محمدحسین رهبان

1

a) if $y[n] = x[n] * h[n]$, then $y[n-1] = x[n-1] * h[n-1]$

$\Rightarrow$ based on time shift property in convolution:

$$y[n-n_0] = x[n-n_0] * h[n] \quad \text{or} \quad y[n-n_0] = x[n] * h[n-n_0]$$

$$\Rightarrow y[n-n_0-m_0] = x[n-n_0] * h[n-m_0]$$

$$\rightarrow x[n-1] * h[n-1] = y[n-1-1] = y[n-2] \neq y[n-1] \Rightarrow \text{False}$$

b) if $y(t) = x(t) * h(t)$, then $y(-t) = x(-t) * h(-t)$

$\Rightarrow$ based on time scaling property in convolutions:

$$x(\alpha t) * h(\alpha t) = \frac{y(\alpha t)}{|\alpha|}$$

$$\alpha = -1 \Rightarrow x(-t) * h(-t) = \frac{1}{|-1|} y(-t) \Rightarrow x(-t) * h(-t) = y(-t) \Rightarrow \text{True}$$

2

LTI
علی
$$\begin{cases} S1: w[n] = \frac{1}{2} w[n-1] + x[n] \\ S2: y[n] = \alpha y[n-1] + \beta w[n] \end{cases}, \quad y[n] = -\frac{1}{8} y[n-2] + \frac{3}{4} y[n-1] + x[n]$$

a) we can use Z transform:

$$S1 \xrightarrow{Z} W(z) = \frac{1}{2} z^{-1} W(z) + X(z) \rightarrow W(z) = \frac{X(z)}{1 - \frac{z^{-1}}{2}} \quad ①$$

$$S2 \xrightarrow{Z} Y(z) = \alpha z^{-1} Y(z) + \beta W(z) \quad ②$$

$$\xrightarrow[②]{①} Y(z) = \alpha z^{-1} Y(z) + \beta \left(\frac{X(z)}{1 - \frac{z^{-1}}{2}} \right) \rightarrow (1 - \alpha z^{-1}) Y(z) = \beta \left(\frac{X(z)}{1 - \frac{z^{-1}}{2}} \right)$$

$\rightarrow Y(z)\,(1-\alpha z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1}) = \beta X(z)$

$\rightarrow Y(z)\,(1-\frac{z^{-1}}{2}-\alpha z^{-1}+\frac{\alpha z^{-2}}{2}) = \beta X(z)$

$\rightarrow Y(z)\,(1-(\frac{1}{2}+\alpha)z^{-1}+\frac{\alpha z^{-2}}{2}) = \beta X(z)$ ③

$y[n] = \frac{-1}{8}y[n-2]+\frac{3}{4}y[n-1]+x[n] \xrightarrow{z} Y(z) = \frac{-1}{8}z^{-2}Y(z)+\frac{3}{4}z^{-1}Y(z)+X(z)$

$\rightarrow Y(z)\left(\frac{1}{8}z^{-2}-\frac{3}{4}z^{-1}+1\right) = X(z)$ ④

$\xrightarrow[④]{③}$ $\beta = 1$, $\quad \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{8} \rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$

b)

$\rightarrow Y(z) = X(z) \cdot H(z) \rightarrow H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ ⑤

$\xrightarrow{④} Y(z)\left(\frac{8z^2+1-6z}{8z^2}\right) = X(z) \rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{8z^2}{8z^2+1-6z}$ ⑥

$\xrightarrow[⑥]{⑤} H(z) = \frac{8z^2}{8z^2+1-6z} = \frac{z^2}{z^2+\frac{1}{8}-\frac{6z}{8}} = \frac{z^2}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}$

$\rightarrow \frac{H(z)}{z} = \frac{z}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}$ ⑦ $= \frac{A}{z-\frac{1}{2}}+\frac{B}{z-\frac{1}{4}}$

$\rightarrow = \frac{A(z-\frac{1}{4})+B(z-\frac{1}{2})}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}$ ⑧

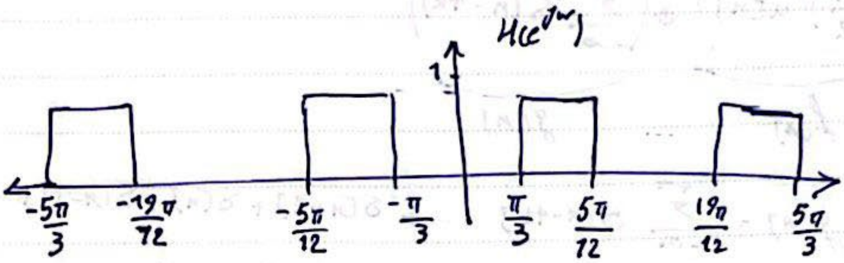
$\xrightarrow[⑧]{⑦} A(z-\frac{1}{4})+B(z-\frac{1}{2}) = z \rightarrow (A+B)z-\frac{A}{4}-\frac{B}{2} = z$

$\rightarrow \begin{cases} A+B = 1 \\ -\frac{A}{4}-\frac{B}{2} = 0 \rightarrow \frac{-A}{2} = B \end{cases} \Rightarrow A = 2\ ,\ B = -1$

$$\rightarrow \frac{H(z)}{z} = \frac{2}{z-\frac{1}{2}} - \frac{1}{z-\frac{1}{4}} \rightarrow H(z) = \frac{2z}{z-\frac{1}{2}} - \frac{z}{z-\frac{1}{4}}$$

$$\xrightarrow{\text{Inverse } Z} h[n] = \left(2\left(\tfrac{1}{2}\right)^n - \left(\tfrac{1}{4}\right)^n\right) u[n]$$

3



a) $x_1[n] = 1 + \sin(\overbrace{\tfrac{3\pi}{8}}^{w} n + \tfrac{\pi}{4})$

$$w = \frac{3\pi}{8} = \frac{2\pi}{N} \times m \rightarrow N = \frac{2\pi}{w} \times m = \frac{2\cancel{\pi}}{\frac{3\cancel{\pi}}{8}} \times m = \frac{16}{3} \times m$$

$\xrightarrow{\text{for } m=3}$ $N = 16$ — min int that makes N an int

$$\rightarrow x_1[n] = 1 + \sin\left(3\left(\tfrac{2\pi}{16}\right) n + \tfrac{\pi}{4}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{Fourier Series}} = \underbrace{1}_{a_0} + \underbrace{\frac{1}{2j}\left(e^{j\frac{\pi}{4}} \cdot e^{j3\left(\frac{2\pi}{16}\right)n}\right)}_{a_3} - \underbrace{\frac{1}{2j}\left(e^{-j\frac{\pi}{4}} \cdot e^{-3\left(\frac{2\pi}{16}\right)n}\right)}_{a_{-3}}$$

in range $[0, 15]$ we do not have -3. so we can change it based on signals periodic pattern $\Rightarrow a_k = a_{k+N} \xrightarrow{N=16} a_{-3} = a_{13}$

$$\rightarrow x_1[n] = 1 + \frac{1}{2j}\left(e^{j\frac{\pi}{4}} e^{j3\left(\frac{2\pi}{16}\right)n}\right) + \frac{-1}{2j}\left(e^{j13\left(\frac{2\pi}{16}\right)} e^{-j\frac{\pi}{4}}\right)$$

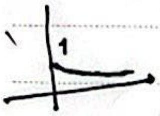
$$y_1[n] = \sum_{k=0}^{N-1 = 15} a_k H\left(e^{j\frac{2\pi}{16}k}\right) \cdot \left(e^{j\frac{2\pi}{16}kn}\right)$$

$$= 1 \cdot H(0) + \left(\frac{1}{2j} e^{j\frac{\pi}{4}}\right) H\left(e^{j3\left(\frac{2\pi}{16}\right)n}\right) e^{j\frac{3\pi}{8}n} - \left(\frac{1}{2j} e^{-j\frac{\pi}{4}}\right) H\left(e^{j13\left(\frac{2\pi}{16}\right)n}\right) e^{j\frac{\pi}{8}(13n)}$$

$$= \frac{1}{2j} \cdot e^{j(\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{4})} - \frac{1}{2j} e^{-j(\frac{3\pi}{8}n + \frac{\pi}{4})} = \sin\left(\frac{3\pi}{8}n + \frac{\pi}{4}\right)$$

b) $x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4k} u[n-4k]$ we can convert signal to a convolution with .. pulse signal

$$\rightarrow x_2[n] = \underbrace{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]\right)}_{f[n]} * \underbrace{\left(\sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(n-4k)\right)}_{g[n]}$$



$$\Rightarrow g[n] = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta[n-4k] = \dots + \delta[n+4] + \delta[n] + \delta[n-4] + \dots$$

$\rightarrow$ period of $g[n]$ is $\underline{\underline{N=4}} \rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{\pi}{2}$

we know that :

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\omega_0 kn} \xrightarrow{\text{for } g} a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{3} g[n] e^{-j\frac{\pi}{2}kn}$$

$$\rightarrow a_k = \frac{1}{4}\left(g[0] \cdot e^{-j\frac{k\pi}{2}(0)} + g[1] e^{-j\frac{k\pi}{2}(1)} + g[2] \cdot e^{-j\frac{k\pi}{2}(2)} + g[3] \cdot e^{-j\frac{k\pi}{2}(3)} \right.$$

for $g[n]$, we have $N=4 \rightarrow g[1], g[2], g[3] = 0$

$$\Rightarrow a_k = \frac{1}{4} \overbrace{g[0]}^{1} = \underbrace{\frac{1}{4}}_{a_0}$$, we know that $\rightarrow y[n] = \sum_{-\infty}^{+\infty} a_k H(e^{jk\omega}) e^{jk\omega n}$

$\rightarrow$ we pass $g[n]$ through filter, so the output $r[n]$ would be:

$$r[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k H(e^{j\frac{k\pi}{2}}) e^{jk\frac{\pi}{2}n} = \sum_{k=0}^{3} a_k H(e^{j\frac{k\pi}{2}}) e^{jk\frac{\pi}{2}n}$$

for all k; except $k=0 \rightarrow a_k = 0 \rightarrow r[n] = a_0 \underbrace{H(e^{j\frac{\pi}{2}(0)})}_{0} e^{j\frac{\pi}{2}(0)n}$

$\Rightarrow r[n] = \frac{1}{4}(0) = 0$, now we should convolve $r[n]$ with $f[n]$ to find the output

as we know the $f[n]$ signal is not periodic. so it does not change the frequency.

$\Rightarrow y_2[n] = f[n] * r[n] = 0 \rightarrow y_2[n] = 0$

a) lets suppose that second image is a filter. size of second image (4)

so for each point in the first image we have to mak N^2 multiplications

and N^2 addition. so the time complexity for each point would be N^2.

the image is $N \times N$, so the whole computation completes in $O(N^4)$.

b) we can solve this problem in frequency domain.

for converting to frequency domain we can use Fast Fourier Transform

which transforms a 1D to fourier domain in $O(N \log N)$

for a 2D image it takes $O(N^2 \log N)$

so for computing the convolution first we transform images into fourier domain

using FFT in $O(2N^2 \log N) = O(N^2 \log N)$. then we do the multiplication

in frequency domain in $O(N)^2$, and at the end we transform the

output back to original domain which also takes $O(N^2 \log N)$

So overall the computation take $O(N^2 \log N)$

۵. سوال پنجم

(a)

Derivation description: متنی است که مشخص میکند تصویر چگونه استخراج و خوانش شده و بدست آمده.

Acquisition device description: هر گونه پردازشی که روی تصاویر قبل از تبادل انجام شده را نشان می دهد.

Sample per pixel: تعداد نمونه ها در هر تصویر ار مشخص میکند.

Manufacturer: سازنده تجهیزات نمونه ها را تولید میکنند.

دانستن برخی از اطلاعات نظیر موارد بالا میتواند در کیفیت تحلیل تاثیر به سزایی داشته باشد. زیرا نمونه های ثبت شده لزوما یکسان نبوده و تحلیل آن ها به یک شکل نخواهد بود. در واقع اگر این موارد لحاظ نشوند ممکن است تحلیل غلتی از نمونه داده شود.

Rescale slope & rescale intercept:

در DICOM از این دو متغیر برای rescale کردن مقدار ذخیره شده در pixel data (SV) استفاده میشود و از رابطه زیر پیروی میکند.

Output units = m*SV + b

که در آن m همان rescale slope و b، rescale intercept است.

[reference]

(b)

DICOM به طور پیش فرض دارای اطلاعات محرمانه و شخصی بیمار است. Anonymizing در واقع فرایند حذف یا تغییر این داده ها به صورتی است که امنیت اطلاعات بیمار در زمان اشتراک حفظ شود. این کار با حذف یا encrypt کردن داده های محرمانه بیمار اعم از patient id،patient name، study date و .. انجام میشود.

پیچیدگی در این کار anonymize کردن داده و حفظ مقدار مجموعه داده DICOM است. برخی Attribute ها خاص هستند، بنابراین، حذف آنها منجر به غیرقابل استفاده شدن DICOM میشود.

کد pydicom برای anonymization:

تابع زیر نام کاربر را حذف و به جای آن anonymous قرار میدهد.

```
def person_names_callback(dataset, data_element):
    if data_element.VR == "PN":
        data_element.value = "anonymous"
```

تابع زیر tag curve های موجود در دیتاست را حذف میکند.

```
def curves_callback(dataset, data_element):
    if data_element.tag.group & 0xFF00 == 0x5000:
        del dataset[data_element.tag]
```

کد زیر به جای شناسه بیمار id را قرار میدهد.

```
dataset.PatientID = "id"
```

کد زیر private tag های دیتاست را حذف میکند.

```
dataset.remove_private_tags()
```

کد زیر برای حذف یک سری از داده های دیگر (اختیاری) استفاده میشود.

```
if "OtherPatientIDs" in dataset:
    delattr(dataset, "OtherPatientIDs")

if "OtherPatientIDsSequence" in dataset:
    del dataset.OtherPatientIDsSequence
```

کد زیر تاریخ تولد بیمار را به مقدار پیش فرض 19000101 تغییر میدهد

```
tag = "PatientBirthDate"
if tag in dataset:
    dataset.data_element(tag).value = "19000101"
```

و در نهایت با حذف و یا تغییر این مقادیر، میتوانیم تصویر را ذخیره کنیم.

reference