به نام خدا

سیستم‌های کنترل خطی

تمرین سری اول

۱۴۰۴-۱۴۰۵-۱

تاریخ بارگذاری: ۱۴۰۴/۷/۲۰

تاریخ تحویل: ۱۴۰۴/۷/۳۰

دستیاران آموزشی مسئول: محمدعرفان افشاری، علیرضا نجفی (erfan.afahari82@ut.ac.ir, alireza.najafi.m@ut.ac.ir)

خواهشمند است جهت تحویل تمرین به نکات زیر توجه داشته باشید:

۱. دانشجویان می‌توانند سوالات خود را پیرامون تمرین، با دستیار آموزشی مسئول از طریق راه‌های ارتباطی در نظر گرفته شده، مطرح کنند.

۲. پاسخ‌های خود را، تا موعد ذکر شده به صورت یک فایل PDF یکپارچه، در سامانه ایلرن بارگذاری نمایید. توجه داشته باشید که فایل ارسالی نیاز به چرخش یا تغییر وضوح نداشته باشد.

۳. در صورتی که در سوالات، شبیه‌سازی از شما خواسته شده بود، صرفا نتایج را در فایل PDF بیاورید. کد و فایل‌های شبیه‌سازی را به صورت یک فایل zip همراه تمرین ارسال نمایید.

سوال ۱

طراحی سیستم کنترل گلخانه هوشمند

فرض کنید قرار است یک سیستم تهویه مطبوع هوشمند برای یک گلخانه طراحی کنید. هدف اصلی این سیستم، ثابت نگه داشتن دما و رطوبت در یک بازه مشخص و از پیش تعیین‌شده، به منظور ایجاد شرایط بهینه برای رشد گیاهان است. این سیستم باید بتواند با وجود تغییرات عوامل خارجی مانند نوسانات دمای هوای بیرون، تغییر میزان تابش آفتاب و یا باز شدن درب گلخانه، همچنان شرایط مطلوب را در محیط داخلی حفظ کند.

مقادیر مطلوب دما و رطوبت به عنوان ورودی مرجع به سیستم داده می‌شوند. یک کنترل‌کننده مرکزی تحت عنوان مغز متفکر سیستم به طور پیوسته داده‌های دریافتی از حسگرهای اندازه‌گیر دما و رطوبت داخل گلخانه را با این مقادیر مطلوب مقایسه می‌کند. سپس بر اساس اختلاف مشاهده شده، تصمیمات لازم را اتخاذ کرده و فرمان‌های مناسب را به تجهیزاتی مانند گرم‌کن، خشک‌کن، رطوبت‌ساز و فن ارسال می‌نماید. این تجهیزات با عملکرد خود، شرایط فیزیکی داخل گلخانه را تغییر داده تا دما و رطوبت واقعی به مقادیر مطلوب نزدیک شوند. عوامل خارجی مانند آب و هوای بیرون به عنوان اغتشاش بر این فرآیند اثر می‌گذارند.

یک بلوک دیاگرام کلی از این سیستم کنترل ترسیم کنید و قسمت‌های اصلی را در دیاگرام خود به وضوح مشخص نمایید. حال فرض کنید می‌خواهید ساختار کلی سیستم را انتخاب کنید. کدام یک از دو ساختار حلقه باز یا حلقه بسته برای مناسب‌تر است؟ مزایا و معایب هر یک از این دو ساختار را در این کاربرد خاص (سیستم تهویه گلخانه) توضیح دهید و در نهایت گزینه مناسب‌تر را با ذکر دلایل خود انتخاب کنید.

سوال ۲

تبدیل لاپلاس و معکوس آن

الف) تبدیل لاپلاس توابع زیر را محاسبه کنید.

- $f(t) = t^2 e^{-3t} \cos(4t)$
- $g(t) = (t-2)u(t-2) + 5u(t)$

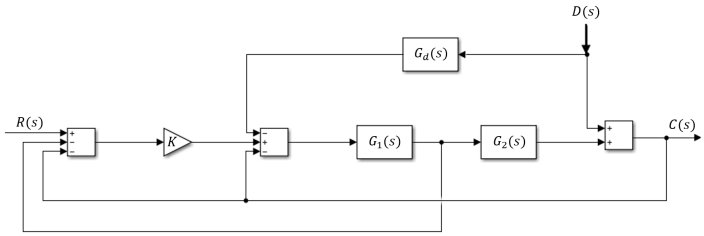
ب) معکوس تبدیل لاپلاس توابع زیر را با استفاده از روش تجزیه به کسرهای جزئی و خواص تبدیل لاپلاس بیابید.

- $F(s) = \dfrac{3s^2 + 5s + 2}{(s+1)^3(s+2)}$
- $G(s) = e^{-2s} \dfrac{s^2 + 4s + 7}{s(s+1)^2(s+3)}$

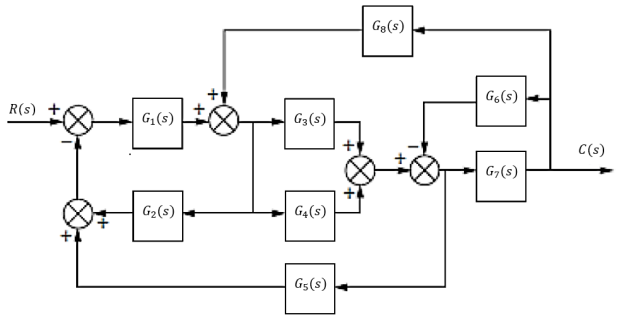
سوال ۳

محاسبه توابع تبدیل و ساده‌سازی بلوک دیاگرام پیچیده

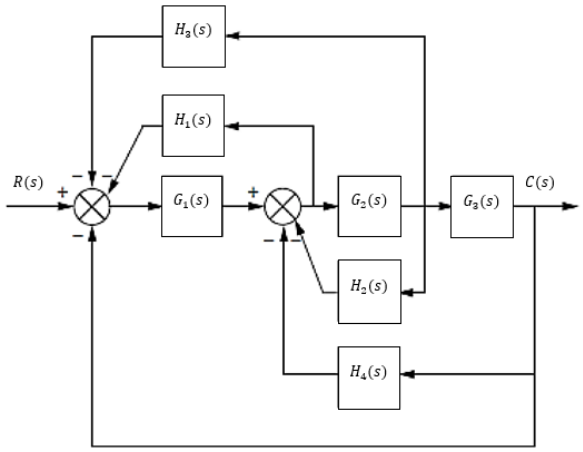
برای سیستم تصویر ۱، توابع تبدیل خروجی به ورودی $\frac{C(s)}{R(s)}$ و خروجی به اغتشاش $\frac{C(s)}{D(s)}$ را با استفاده از جبر بلوکی محاسبه نمایید. سپس برای سیستم تصویر ۲ و ۳، به کمک جبر بلوک دیاگرام، نمایش آن‌ها را تا جای ممکن ساده کرده و تابع تبدیل کلی سیستم $\frac{C(s)}{R(s)}$ را بر حسب H_i و G_i ها به دست آورید.



تصویر ۱) سیستم اول مربوط به سوال ۳



تصویر ۲) سیستم دوم مربوط به سوال ۳

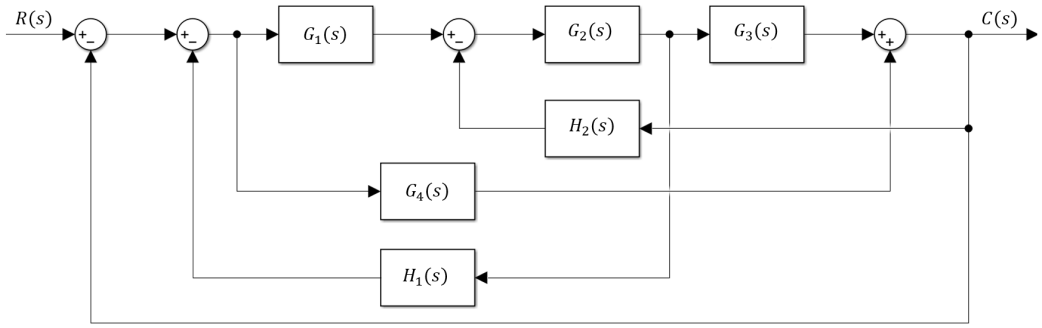


تصویر ۳) سیستم دوم مربوط به سوال ۳

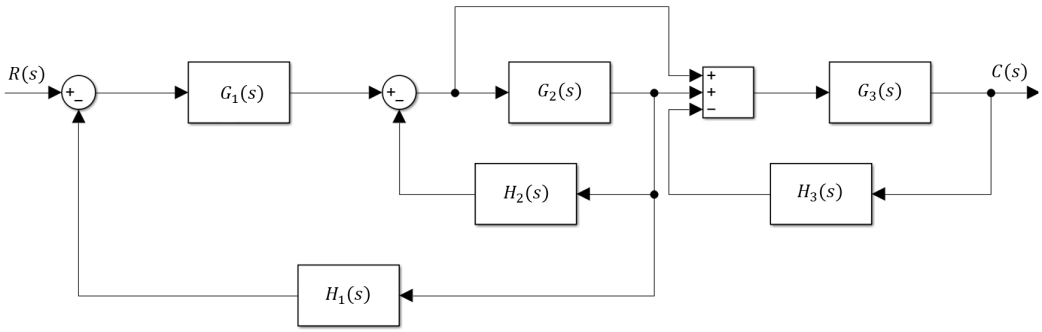
سوال ۴

گراف گذر سیگنال و فرمول میسون

سیستم‌های کنترلی زیر را در نظر بگیرید.



تصویر ۴) سیستم اول مربوط به سوال ۴



تصویر ۵) سیستم دوم مربوط به سوال ۴

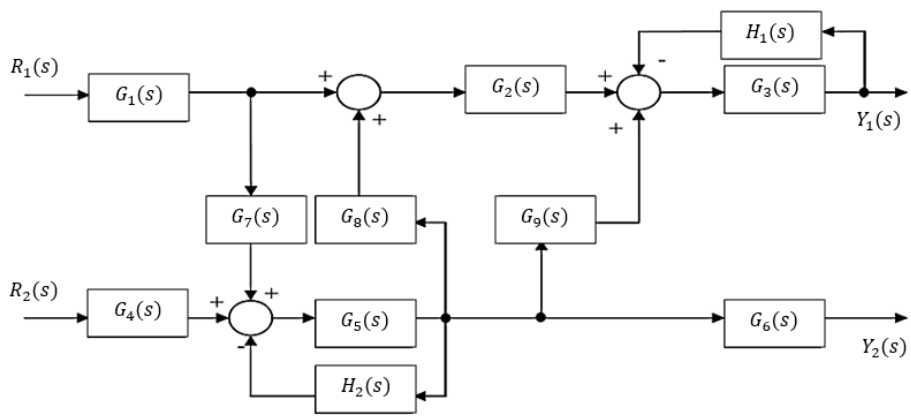
الف) گراف گذر سیگنال معادل برای هر یک از بلوک دیاگرام‌های بالا را رسم کنید.

ب) با استفاده از فرمول بهره میسون، تابع تبدیل خروجی به ورودی $\frac{C(s)}{R(s)}$ را بدست بیاورید.

سوال ۵

فرمول میسون - چند ورودی و چند خروجی

برای سیستم زیر، با استفاده از قاعده میسون، نسبت‌های $\frac{Y_1(s)}{R_1(s)}$، $\frac{Y_1(s)}{R_2(s)}$، $\frac{Y_2(s)}{R_1(s)}$ و $\frac{Y_2(s)}{R_2(s)}$ را بدست آورید.



تصویر ۶) سیستم مربوط به سوال ۵

سوال ۶

معادلات دیفرانسیل و فضای حالت

معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید که توصیف‌کننده یک سیستم دینامیکی است:

$$\dddot{y} + 5\ddot{y} + 8\dot{y} + 4y = 2\ddot{u} + 6u$$

الف) با تعریف مناسب متغیرهای حالت، معادلات حالت سیستم را به فرم ماتریسی زیر بنویسید:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad , \quad y = Cx + Du$$

ب) تابع تبدیل سیستم $\frac{Y(s)}{U(s)}$ را یک بار به طور مستقیم از معادله دیفرانسیل و بار دیگر با استفاده از فرمول $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ از معادلات حالت به دست آورده و نتایج را مقایسه کنید.

سوال ۷

ماتریس فضای حالت

معادلات فضای حالت داده شده زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

الف) تابع تبدیل سیستم را به‌طور مستقیم از روی معادلات فضای حالت، به صورت دستی محاسبه کنید.

ب) تابع تبدیل سیستم را با استفاده از نرم‌افزار متلب بدست آورید.

ج) گراف گذر سیگنال معادلات فضای حالت داده‌شده را رسم کنید و سپس با استفاده از آن، تابع تبدیل سیستم را بدست آورید.

سوال ۸

مفهوم خطی‌سازی

در معادله بخش الف، ابتدا نقطه تعادل مربوط به سیستم را بدست آورید و سپس حول نقطه تعادل معادلات سیستم را خطی‌سازی کنید. برای قسمت ب،، در نقطه مبدا، معادلات مربوطه را خطی‌سازی کنید.

الف)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1\left(1 - x_1 - \dfrac{2x_2}{1+x_1}\right) \\ \dot{x}_2 = x_2\left(2 - \dfrac{x_2}{1+x_1}\right) \end{cases}$$

ب)

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -x_1 - \dfrac{x_2}{\ln(\sqrt{x_1^2+x_2^2})} \\ \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -x_2 + \dfrac{x_1}{\ln(\sqrt{x_1^2+x_2^2})} \end{cases}$$

سوال ۹

تحلیل سیستم غیرخطی

معادلات حالت یک سیستم غیرخطی به صورت زیر تعریف می‌شود که در آن $u(t)$ ورودی و $y(t)$ خروجی است:

$$\dot{x}_1 = -x_1 + x_2 - x_1x_2$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + u(t)$$

$$y = x_1$$

الف) نقاط تعادل سیستم را در غیاب ورودی (زمانی که $u(t) = 0$ است) پیدا کنید.
ب) معادلات سیستم را حول نقطه تعادل غیر از مبدأ که در قسمت قبل پیدا کردید، خطی‌سازی کنید و نمایش فضای حالت A, B, C, D برای سیستم خطی‌شده حاصل را ارائه دهید.