به نام خدا

سیستم‌های کنترل خطی

تمرین سری سوم

۱۴۰۴-۱۴۰۵-۱

تاریخ بارگذاری: ۱۴۰۴/۸/۲۲

تاریخ تحویل: ۱۴۰۴/۹/۲

دستیاران آموزشی مسئول: سید سینا علیزاده طباطبایی (ssa.tabatabai@gmail.com)،
نگار شمائی (negar.shamaei83@gmail.com)
دستیاران آموزشی قسمت شبیه سازی: سامیار روزبهانی (samyar.rouzbahani@gmail.com)
،حامد گل کار (h5.golkar@gmail.com)

خواهشمند است جهت تحویل تمرین به نکات زیر توجه داشته باشید:

۱. دانشجویان می‌توانند سوالات خود را پیرامون تمرین، با دستیار آموزشی مسئول از طریق راه‌های ارتباطی مطرح کنند.

۲. پاسخ‌های خود را، تا موعد ذکر شده به صورت یک فایل PDF یکپارچه، در سامانه ایلرن بارگذاری نمایید.

۳. در صورتی که در سوالات، شبیه‌سازی از شما خواسته شده بود، صرفا نتایج را در فایل PDF بیاورید و کدها را به صورت Zip ارسال نمایید.

سوال ۱

یک سیستم کنترلی با فیدبک واحد دارای تابع تبدیل حلقه بسته به صورت زیر است:

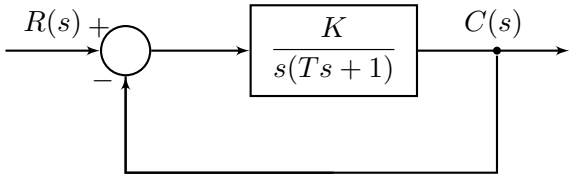
$$G(s) = \frac{Ks(s+2)}{(s^2-4s+8)(s+3)}$$

الف) محدوده K را برای پایداری بیابید.

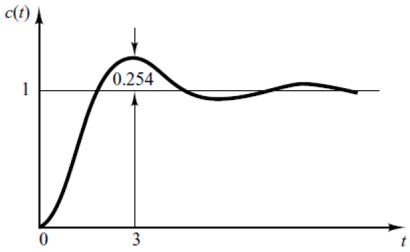
ب) فرکانس نوسان را زمانی که سیستم در آستانه پایداری قرار دارد، بیابید.

سوال ۲

سیستم کنترلی با فیدبک واحد و پاسخ آن به ورودی پله به صورت زیر است. مقادیر K ، T ، زمان صعود و زمان نشست را تعیین کنید.



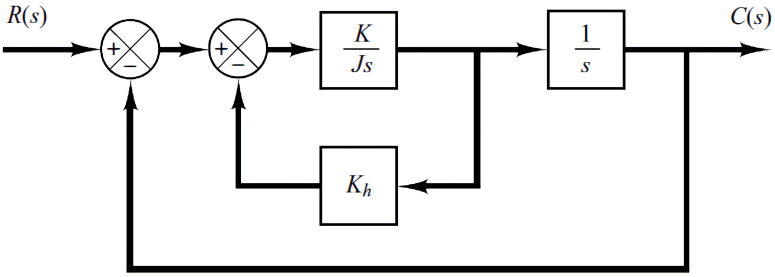
الف) سیستم حلقه بسته



ب) پاسخ پله سیستم

سوال ۳

سیستمی به صورت زیر تعریف می‌شود. موارد خواسته‌شده را بیابید:



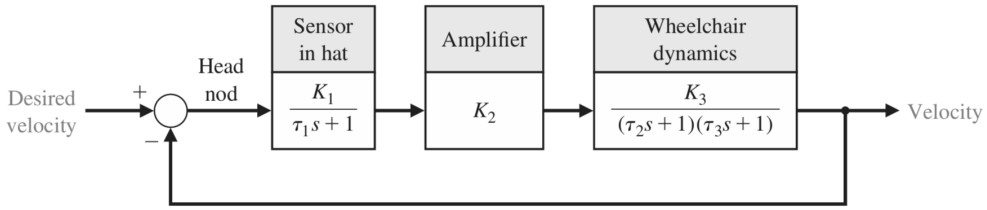
سیستم سوال ۴

الف) با در نظر گرفتن $\frac{K}{J} = 4$، مقدار k_h چقدر باشد تا نسبت میرایی برابر با 0.6 شود؟

ب) زمان نشست، زمان صعود، زمان فراجهش، مقدار فراجهش و خطا حالت ماندگار به ورودی پله و شیب سیستم کنترل‌شده را بیابید.

سوال ۴

یک سیستم کنترل سرعت بسیار جالب و مفید برای کنترل یک ویلچر طراحی شده است. هدف ما این است که افرادی که از گردن به پایین فلج هستند، بتوانند خودشان ویلچرهای موتوری را هدایت کنند. سیستم پیشنهادی که از حسگرهای سرعت نصب شده در یک هدبند استفاده می‌کند، در شکل زیر نشان داده شده است. حسگر هدبند خروجی متناسب با بزرگی حرکت سر را فراهم می‌کند. یک حسگر در فواصل 90° نصب شده است تا حرکت به جلو، چپ، راست یا عقب فرمان داده شود. مقادیر معمول برای ثابت‌های زمانی عبارتند از: $\tau_1 = 0.5\,s$، $\tau_2 = 1\,s$، و $\tau_3 = 4\,s$.



سیستم کنترل سرعت ویلچر

(الف) مقدار بهره حدی $K = K_1 K_2 K_3$ را برای یک سیستم پایدار تعیین کنید.

(ب) هنگامی که بهره K برابر با یک‌سوم مقدار حدی تنظیم شود، تعیین کنید که آیا زمان نشست (تا 2% مقدار نهایی سیستم) کمتر از $4\,s$ است یا خیر.

(ج) مقداری از بهره را تعیین کنید که منجر به سیستمی با زمان نشست $4\,s$ شود. همچنین، مقدار ریشه‌های معادله مشخصه را زمانی که زمان نشست برابر با $4\,s$ است، به دست آورید.

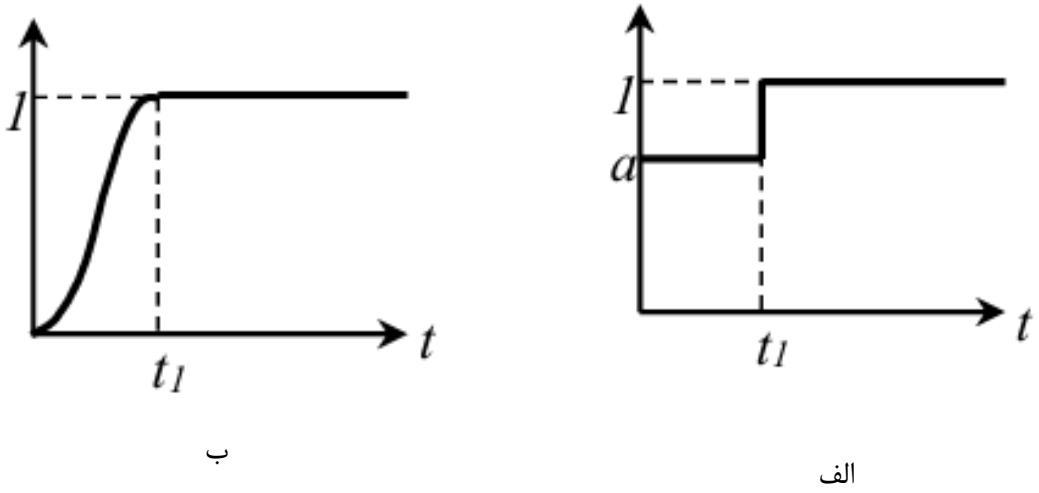
سوال ۵

در یک سیستم درجه دو با تابع تبدیل حلقه باز،

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$$

و با فیدبک واحد منفی، چنانچه بخواهیم پاسخ زمانی، سریع، ولی بدون فراجهش باشد، به جای پله واحد، از ورودی پله‌ای مطابق شکل (الف) استفاده می‌کنیم. در این حالت t_1 و a به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که پاسخ خروجی نظیر پاسخ آورده شده در شکل (ب) می‌شود. مشخصات ورودی فوق را بر حسب مشخصات زمانی سیستم درجه دو (ζ, ω_n) به دست آورید. فرض کنید:

$$0 < \zeta < 1$$



ب

الف

ورودی (الف) و خروجی (ب) سیستم

سوال ۶

برای سیستمی دو بار جدول راث-هوریتز را تشکیل داده‌ایم. یک‌بار وضعیت قطب‌های تابع تبدیل نسبت به خط $s=-1$ (جدول ۱) سنجیده شده است و بار دیگر نسبت به خط $s=-10$ (جدول ۲). در مورد قطب‌های این سیستم چه می‌توانید بگویید؟

جدول ۱: برای $s=-1$

s			
s^4	1	84	-85
s^3	1	-1	0
s^2	1	-1	0
s^1	2	0	0
s^0	-1	0	0

جدول ۲: برای $s=-10$

s			
s^4	1	84	320
s^3	-1	-4	0
s^2	1	4	0
s^1	2	0	0
s^0	4	0	0

سوال ۷

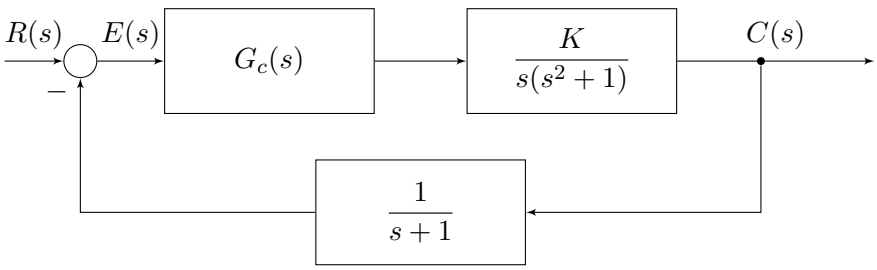
در سیستم حلقه بسته زیر

الف- نشان دهید سیستم زیر بدون کنترل کننده ($G_c(s)$) ناپایدار است.

ب- اگر کنترل کننده را به صورت K_P+K_Ds انتخاب بشود به ازای چه محدوده‌ای از K_D, K_P پایدار است؟

ج- اگر کنترل کننده به صورت $K_P+\frac{K_I}{s}$ انتخاب بشود در مورد پایداری آن بحث کنید؟

د- خطای حالت دائم را برای هر یک از مراحل، به ازای ورودی های پله، شیب، و سهمی محاسبه کنید.

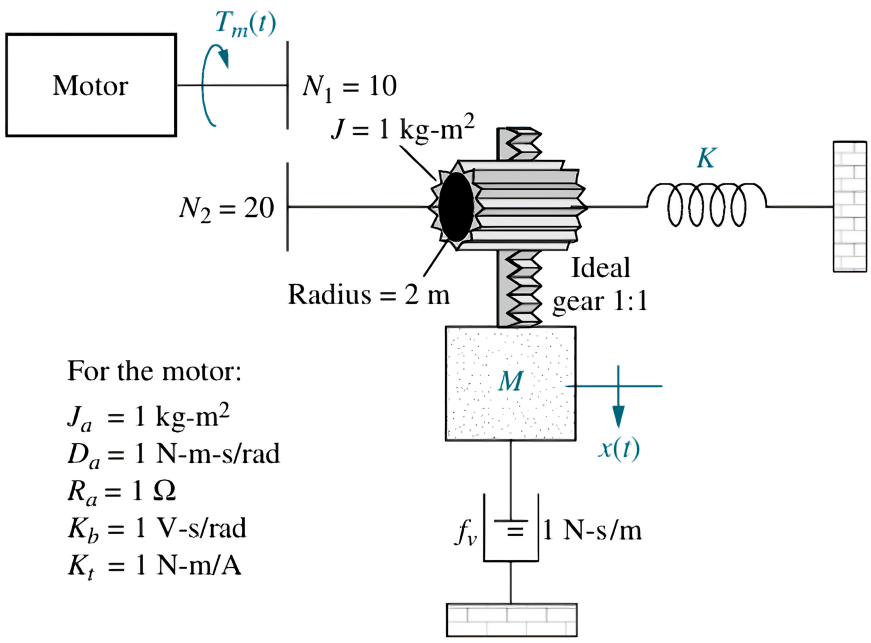


سیستم حلقه بسته سؤال ۷

سوال ۸

در سیستم مکانیکی-موتوری شکل زیر، مقادیر جرمی M و سختی فنر K را به گونه‌ای بیابید که به ازای ورودی پله در گشتاور موتور، $T_m(t)$، پاسخ خروجی $x(t)$ دارای مشخصات زیر باشد:

$Overshoot : 10\%$ و $SettlingTime(2\%) : 15s$



سیستم موتور-جرم-فنر تحت ورودی گشتاور $T_m(t)$

سوال ۱ - شبیه‌سازی

سیستم مرتبه اولی به صورت زیر در نظر بگیرید که در آن K بهره‌ی سیستم و T ثابت زمانی است.

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1}$$

الف) در Live Script MATLAB به ازای مقادیر مختلف زیر پاسخ سیستم به ورودی پله‌ی واحد را رسم کرده و تحلیل خود را بنویسید.

$$(T = 1, K = 1, 2), \quad (T = 0.1, K = 1, 10), \quad (T = 10, K = 0.1, 1)$$

ب) با افزودن یک قطب نزدیک به قطب اصلی سیستم $G(s) = \frac{1}{s+1}$، پاسخ به پله‌ی واحد را رسم کنید و همین کار را برای حالتی که قطب جدید در سمت چپ محور موهومی ولی دور از قطب اصلی قرار دارد تکرار کنید. تغییرات مشاهده‌شده را (از نظر سرعت پاسخ) تحلیل و نتایج را بنویسید.
(به‌عنوان مثال می‌توانید برای «قطب نزدیک» از مقادیری مانند $s = -0.9$ و برای «قطب دور» از مقادیری مانند $s = -10$ استفاده کنید تا تفاوت‌ها واضح‌تر دیده شوند.)
ج) اثر افزودن صفر مینیمم فاز به سیستم:
مقدار $T = 1$ و $K = 1$ انتخاب کنید. در این قسمت قصد داریم اثر افزودن صفر مینیمم فاز به سیستم را بررسی کنیم.

۱. ابتدا به سیستم، صفر مینیمم فاز را در نزدیکی قطب(حدود 0.1 فاصله) طوری اضافه کنید که مقدار حالت ماندگار سیستم تغییری نکند و پاسخ پله سیستم جدید را با استفاده از لاپلاس معکوس در محیط MATLAB به دست آورید.همچنین مشتق زمانی پاسخ پله سیستم بدون صفر را در حوزه لاپلاس محاسبه کرده و از آن نیز لاپلاس معکوس گرفته و رسم کنید . حال ارتباط مشتق زمانی پاسخ پله سیستم بدون صفر را با پاسخ پله سیستم دارای صفر ذکر کنید. نتایج به‌دست‌آمده را با حالت اولیه بدون صفر از نظر سرعت سیستم و میزان فراجهش مقایسه کنید و انتظارات خود را از پاسخ پله سیستم دارای صفر ذکر کنید. در ادامه پاسخ پله سیستم را رسم کرده و مشاهدات را با انتظارات خود تطبیق دهید.

۲. همین مراحل را برای افزودن صفر:

- در سمت چپ قطب و دور از آن (بزرگتر از ده برابر قطب)
- در سمت راست قطب و نزدیک به محور موهومی(کوچکتر از یک دهم برابر قطب)

انجام دهید .

۳. سه سیستم بالا را از نظر سرعت پاسخ و میزان فراجهش با یکدیگر مقایسه نمایید.افرودن صفر مینیمم فاز به تابع تبدیل چه تاثیری روی پاسخ پله دارد؟

سوال ۲ - شبیه‌سازی

الف) یک سیستم مرتبه دوم فرامیرا به‌صورت زیر در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)}$$

پاسخ آن به ورودی پله‌ی واحد را در دو محیط Live Script MATLAB و Simulink رسم کنید.

ب) یک سیستم مرتبه دوم میرای بحرانی به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

پاسخ آن به ورودی پله‌ی واحد را در دو محیط Live Script MATLAB و Simulink رسم کنید سپس به‌طور خلاصه مقایسه‌ای بین رفتار کلی سیستم‌های مرتبه اول، مرتبه دوم فرامیرا و میرای بحرانی از نظر سرعت بیان کنید.

ج) یک سیستم مرتبه دوم زیرمیرای استاندارد به شکل زیر در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

پاسخ به ورودی پله‌ی واحد برای حالات زیر را فقط در محیط Simulink رسم کنید:

$$(\zeta = 0.5,\ \omega_n = 2), \quad (\zeta = 0.8,\ \omega_n = 2), \quad (\zeta = 0.2,\ \omega_n = 2), \quad (\zeta = 0.2,\ \omega_n = 5),$$

$$(\zeta = 0,\ \omega_n = 4), \quad (\zeta = 1,\ \omega_n = 2), \quad (\zeta = 1.5,\ \omega_n = 2).$$

حال با توجه به شکل پاسخ‌ها و روابط گفته شده در درس مشخصات سیستم مرتبه دوم زیرمیرا را با توجه به تغییرات ζ, ω_n بررسی کنید و بگویید تغییرات هر کدام چه تاثیری روی فراجهش، زمان نشست، زمان خیز، زمان اوج و نوسانات خواهد داشت.

سوال ۳ - شبیه‌سازی

سیستم اولیه را $G(s) = \dfrac{4}{s^2+2s+4}$ در نظر بگیرید و در Simulink پیاده‌سازی کنید. به مسیر پیشرو یک قطب به‌صورت بلوک سری $\dfrac{1}{1+T_p s}$ با مقادیر $T_p \in \{0.2,\ 2\}$ اضافه کنید.

سپس خروجی‌ها را در سه **Scope** جداگانه نمایش دهید (برای هر مقدار T_p):

۱) **Scope 1** (مرجع): پاسخ پله واحدِ $G(s)$ و $G_{\mathrm{cl}}(s) = \dfrac{G(s)}{1+G(s)}$.

۲) **Scope 2** (حلقه‌باز): $G'(s) = \dfrac{G(s)}{1+T_p s}$ و $G(s)$.

۳) **Scope 3** (حلقه‌بسته): $G'_{\mathrm{cl}}(s) = \dfrac{G'(s)}{1+G'(s)}$ و $G_{\mathrm{cl}}(s)$.

اکنون یک صفر $(1+T_z s)$ با $T_z \in \{0.2,\ 2\}$ به مسیر پیشروِ $G(s)$ اضافه کرده و دقیقاً همین سه **Scope** را مانند بالا تکرار کنید.

با توجه به خروجی‌های مشاهده‌شده، تحلیل خود از افزودنِ قطب و صفر در سیستم‌های حلقه‌باز و حلقه‌بسته را به‌طور مختصر بنویسید.

سوال ۴ - شبیه‌سازی

یک سیستم مرتبه دوم زیرمیرا به فرم استاندارد در نظر بگیرید و برای هر یک از حالات زیر حداقل سه سیستم در Simulink رسم کرده و با توجه به پاسخ پله‌ی آن‌ها و روابط گفته شده در درس ویژگی مشترک هر سه سیستم را ذکر کنید.

الف) ω_d ثابت باشد

ب) $\alpha = \zeta\omega_N$ ثابت باشد

ج) $\theta = \cos^{-1}(\zeta)$ ثابت باشد