

## طراحی فنر



طراحی اجزاء 2

دکتر محمد جواد اشرفی

1

## ویژگیها



- ▶ اعمال نیرو
- ▶ ایجاد انعطاف
- ▶ ذخیره انرژی و بازگشت آن
- ▶ جذب انرژی ناخواسته

دکتر محمد جواد اشرفی

طراحی اجزاء 2

2

## انواع فنرها

فنر مارپیچ  
فشاری



Helical Compression  
Spring

فنر مارپیچ  
کششی



Helical Extension  
Spring

فنر مارپیچ  
مخروطی



Conical Spring



Torsion Spring

فنر مارپیچ  
پیچشی

دکتر محمد جواد اشرفی

طراحی اجزاء 2



Laminated or Leaf Spring

فنر برگ



Disc or Belleville Spring

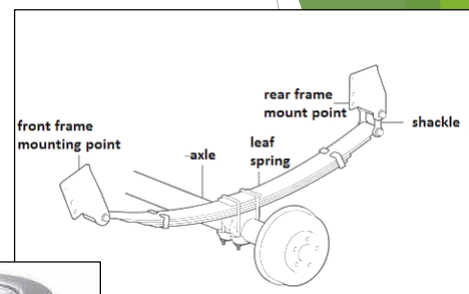
فنر دیسکی / واشر مخروطی

3

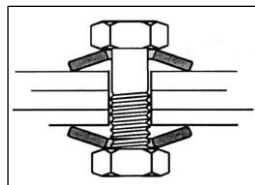
## انواع فنرها



فنر مارپیچ



فنر برگ



فنر دیسکی (belleville)

دکتر محمد جواد اشرفی

طراحی اجزاء 2

4



## مثالها: فنر مارپیچ فشاری

- ▶ سوپاپ موتور
- ▶ سیستمهای تعلیق



طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

5

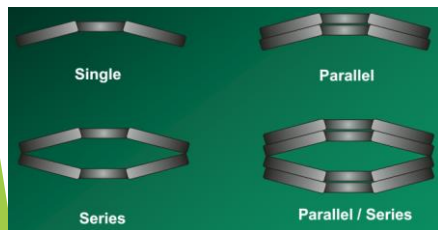
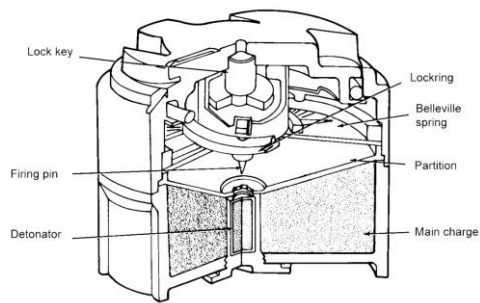


## مثالها: فنر برگ

- ▶ سیستم تعلیق خوردروهای سنگین
- ▶ واگنها



طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی



طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

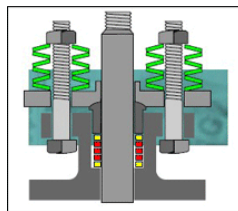
## مثالها: فنر دیسکی

➤ مزایا:

- نیروی قابل اعمال زیاد در فضای کم
- عمر خستگی بالا
- با چیدن این دیسک ها روی هم، ضخامتهای مختلفی قابل حصول است.

➤ کاربردها:

- انواع مین ها
- آب بندی و پکینگ
- انواع شیرها



7

## مثالها:

- فنر مارپیچ کششی
- فنر مارپیچ پیچشی



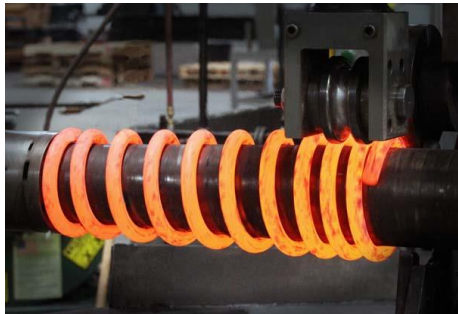
www.explainthatstuff.com



طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

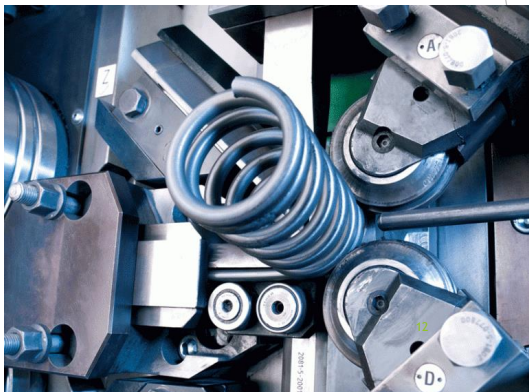


## ساخت فنر



► فنر با قطر پایین: شکل دهی و نوردهی سرد

► فنر با قطر بالا: شکل دهی یا نوردهی گرم



طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی



طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

13

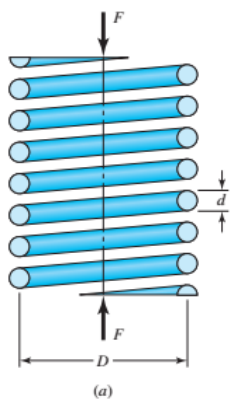




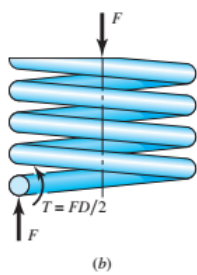
طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

14

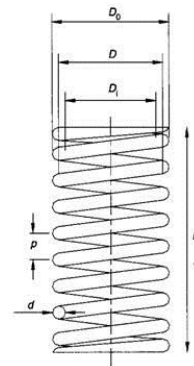
## تنش در فنرهای مارپیچ



فنر فشاری



دیاگرام آزاد برش دلخواه



►  $D$ : قطر نامی یا قطر فنر

►  $d$ : قطر مفتول

► بارهای وارده به مفتول فنر بر اساس دیاگرام آزاد:

► بار عرضی

► گشتاور پیچشی

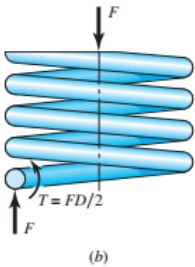
$$D = \frac{D_i + D_o}{2}$$

$$d = \frac{D_o - D_i}{2}$$

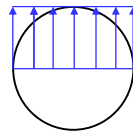
15

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

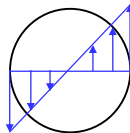
## تنش در فنرهای مارپیچ



(b)



$$\tau_1 = \frac{F}{A}$$



$$\tau_2 = \frac{Tr}{J}$$

با روش جمع آثار:

تنش ماکزیمم در قطر داخلی

$$\tau_{\max} = \frac{Tr}{J} + \frac{F}{A}$$

$$T = FD/2 \quad A = \pi d^2/4 \quad J = \pi d^4/32$$

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2}$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

16

## تنش در فنرهای مارپیچ

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2}$$

$$C = \frac{D}{d}$$

$$\tau = K_s \frac{8FD}{\pi d^3}$$

$$K_s = \frac{2C + 1}{2C}$$

اندیس فنر:  $C = \frac{D}{d}$

معمولا بین ۶ تا ۱۲

نشانهگر شکل فنر

تعیین کننده روش ساخت

برای مقادیر بزرگ: نورد سرد

برای مقادیر کوچک: نورد گرم

ضریب اثر بار عرضی

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

17

## تنش در فنرهای مارپیچ

### ► اثرات انحنا:

► معادلات نوشته شده بدون در نظر گرفتن انحنا فتر بود

► با در نظر گرفتن اثر بار عرضی و انحنا

► ضریب وال  $K_W$ :

$$K_W = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0.615}{C}$$

► ضریب برگشتراسر  $K_B$ :

$$K_B = \frac{4C + 2}{4C - 3}$$

► تفاوت این دو ضریب کمتر از ۲٪ است.

► از ضریب  $K_B$  استفاده می کنیم.

$$\tau = K_B \frac{8FD}{\pi d^3}$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

18

## فنرهای غیر خطی



طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

19



## ضریب سختی (سفتی) فنر

► با استفاده از روش انرژی (کاستیگیانو)

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{T^2 l}{2GJ} + \frac{F^2 l}{2AG} \\
 T &= FD/2, l = \pi DN \\
 J &= \pi d^4/32 \\
 A &= \pi d^2/4
 \end{aligned}
 \rightarrow
 U = \frac{4F^2 D^3 N}{d^4 G} + \frac{2F^2 DN}{d^2 G}$$

$$y = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} + \frac{4FDN}{d^2 G}$$

$$y = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \left( 1 + \frac{1}{2C^2} \right) \approx \frac{8FD^3 N}{d^4 G}$$

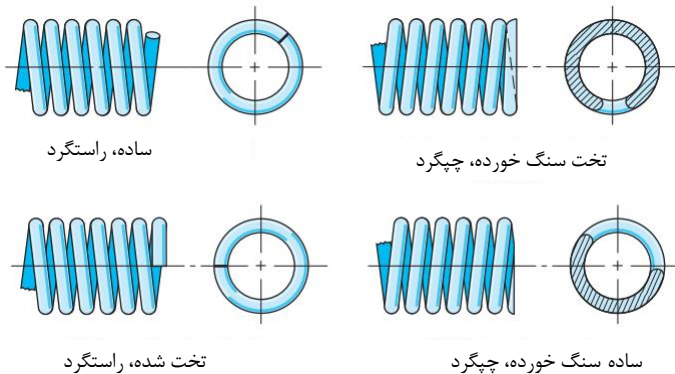
$$k \approx \frac{d^4 G}{8D^3 N}$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

20

## تعداد حلقه و طول فنر فشاری

► انتهای فنرهای فشاری بسته به کاربرد و حساسیت:



دکتر محمد جواد اشرفی

توضیح شکل:

فقط انتهای سمت راست مد نظر است.

21

## تعداد حلقه و طول فنر فشاری

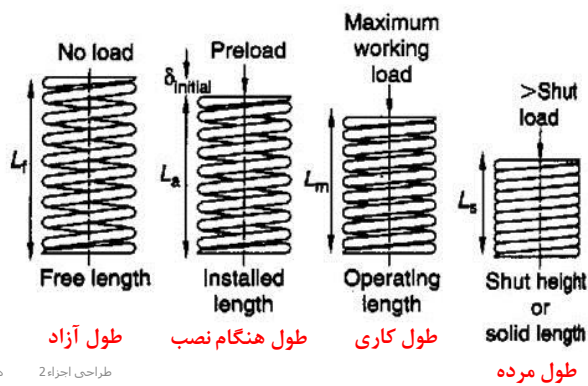


طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی



22

## حالت‌های مختلف فنر فشاری



طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

23

## روابط ابعادی در فنرهای فشاری

►  $N_a$ : تعداد حلقه های موثر فنر

	ساده	ساده سنگ خورده	تخت شده	تخت سنگ خورده
Term	Plain	Plain and Ground	Squared or Closed	Squared and Ground
حلقه های غیر موثر $N_e$	0	1	2	2
کل حلقه ها $N_t$	$N_a$	$N_a + 1$	$N_a + 2$	$N_a + 2$
طول آزاد $L_0$	$pN_a + d$	$p(N_a + 1)$	$pN_a + 3d$	$pN_a + 2d$
طول مرده $L_s$	$d(N_t + 1)$	$dN_t$	$d(N_t + 1)$	$dN_t$
گام $p$	$(L_0 - d)/N_a$	$L_0/(N_a + 1)$	$(L_0 - 3d)/N_a$	$(L_0 - 2d)/N_a$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

24

## پایداری فنرهای فشاری

► با افزایش نیرو و فشرده شدن فنر احتمال کمانش زیاد می شود.

► فشردگی بحرانی:

$$y_{cr} = L_0 C_1' \left[ 1 - \left( 1 - \frac{C_2'}{\lambda_{eff}^2} \right)^{1/2} \right]$$

ضریب رعنائی:

$$\lambda_{eff} = \frac{\alpha L_0}{D}$$

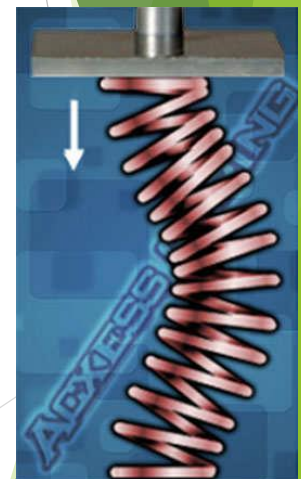
► ثوابت بدون بعد:

$$C_1' = \frac{E}{2(E - G)}$$

$$C_2' = \frac{2\pi^2(E - G)}{2G + E}$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

25



## پایداری فنرهای فشاری

دکتر محمد جواد اشرفی

► ضریب رعنائی:

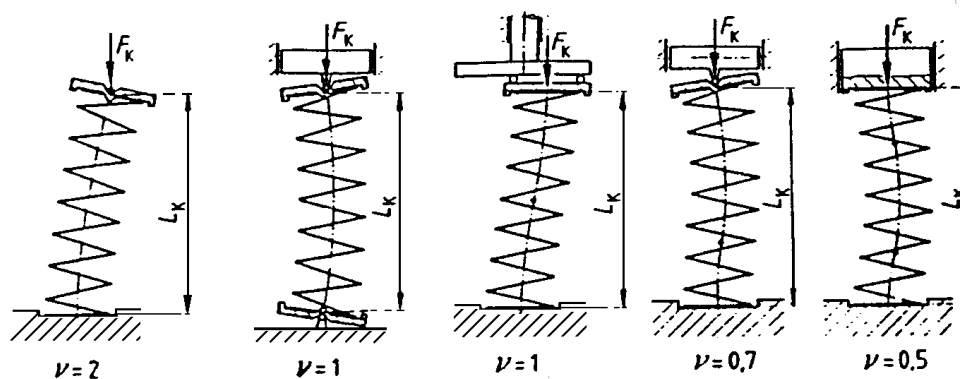
► که  $\alpha$  ضریب شرایط مرزی انتهایی فنر می باشد:

End Condition	Constant $\alpha$
Spring supported between flat parallel surfaces (fixed ends)	0.5
One end supported by flat surface perpendicular to spring axis (fixed); other end pivoted (hinged)	0.707
Both ends pivoted (hinged)	1
One end clamped; other end free	2

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

26

## پایداری فنرهای فشاری



طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

27

## ماده فتر

- ▶ فولادهای کربنی
- ▶ فولادهای آلیاژی: کروم، وانادیوم، سیلیسیم
- ▶ فولاد ضد خوردگی
- ▶ فسفر برنز
- ▶ آلیاژهای نیکل
- ▶ ...

28

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

## پایداری مطلق

- ▶ اگر زیر رادیکال منفی باشد یعنی  $C_2'/\lambda_{eff}^2 \geq 1$  به ازاء همه مقادیر فشردگی پایداری خواهیم داشت

$$y_{cr} = L_0 C_1' \left[ 1 - \left( 1 - \frac{C_2'}{\lambda_{eff}^2} \right)^{1/2} \right]$$

- ▶ در نتیجه:

$$L_0 < \frac{\pi D}{\alpha} \left[ \frac{2(E - G)}{2G + E} \right]^{1/2}$$

- ▶ برای ماده فولادی:

$$L_0 < 2.63 \frac{D}{\alpha}$$

29

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

## ماده فنر

### جدول ۳-۱۰

#### فولادهای پرکربن و آلیاژی فنر

منبع:

Harold C. R. Carlson,  
"Selection and Application of  
Spring Materials," *Mechanical  
Engineering*, vol. 78, 1956,  
pp. 331-334.

نام ماده	مشخصه‌های استاندارد	توضیح
سیم موسیقی 0.80-0.95C	UNS G10850 AISI 1085 ASTM A228-51	بهترین، چقرمه‌ترین، و مرسوم‌ترین جنس فنرهای کوچک با بیشترین مقاومت کششی، تحمل بارهای تکراری بیش از دیگر مواد فنر، قطر 0.12 تا 3 mm موجود، حدود دمای کاربری: صفر تا 120°C.
سیم بازیخت شده در روغن 0.60-0.70C	UNS G10650 AISI 1065 ASTM 229-41	انواع فراوان فنر پیچیده با کاربری عمومی و ارزان، اگر سیم موسیقی به صرفه نباشد یا کلفت‌تر بخواهیم. برای بارهای تکان‌دار یا ضربه به کار نرود. قطر مرسوم 3 تا 12 mm، ولی کوچک‌تر و بزرگ‌تر هم هست. دمای کاربری: صفر تا 180°C.

ارزان‌ترین فولاد فنر، با کاربری  
عمومی اگر عمر، دقت، و تغییر شکل  
مهم نباشد. قطر 0.8 تا 12 mm.  
دمای کاربری: صفر تا 120°C.

UNS G10660  
AISI 1066  
ASTM A227-47

سیم سخت کشیده  
0.60-0.70C

مرسوم‌تر فولاد آلیاژی فنر، برای  
تنش‌های بیش از مقاومت فولادهای  
پرکربن و مقاومت خستگی و حد  
دوام با عمر زیاد، و نیز بارهای تکان-  
دار یا ضربه، فنر سوپاپ موتور هواپیما،  
تابکاری شده یا پیش‌بازیخت، قطر  
0.8 تا 12 mm. دمای کاربری: صفر  
تا 220°C.

UNS G61500  
AISI 6150  
ASTM 231-41

فولاد کُرم وانادیم

برای فنر زیر تنش زیاد، عمر دراز،  
بارهای تکان‌دار بسیار خوب، سختی  
مطمئن C50 تا C53، Rockwell، قطر  
0.8 تا 12 mm، دمای کاربری تا  
250°C.

UNS G92540  
AISI 9254

فولاد کُرم سیلیس



## ماده فنر

طبق (DIN EN 10089 (2003-04), جایگزین برای DIN 17221							فیلاد فنر، نورد گرم، قابل بهسازی
نوع فولاد	شماره	نورد گرم	آبیل نرم +A	در حالت بهسازی شده (+QT) <sup>(1)</sup>		تغییر طول نسبی شکست A %	خواص، کاربرد
				کشش R <sub>m</sub> N/mm <sup>2</sup>	تنش تسلیم R <sub>p0.2</sub> N/mm <sup>2</sup>		
نام کوتاه	مواد	سختی HB	سختی HB				
38Si7	1.5023	240	217	1300...1600	1150	8	ضامن فنری پیچ
46Si7	1.5024	270	248	1400...1700	1250	7	فنر برگی (شمشی)، فنر پیچی
55Cr3	1.7176	> 310	248	1400...1700	1250	3	فنرهای کششی و فشاری بزرگ
54SiCr6	1.7102	310	248	1450...1750	1300	6	مفتول فنر
61SiCr7	1.7108	310	248	1550...1850	1400	5,5	فنر برگی (شمشی)، فنر بشقابی
51CrV4	1.8159	> 310	248	1400...1700	1200	6	فنرهای تحت بار بالا
(1) مقادیر استحکام برای نمونه آزمایشی با d = 10 mm صادق است.							
توضیح							
<p>⇒ قطر مفتول d = 20 mm، طول مفتول l = 8000 mm : EN 10089 - 20 × 8000 - 51CrV4+A : مفتول گرد</p> <p>نوع فولاد 51CrV4، وضعیت تحویلی آبیل نرم شده (+A)</p>							
شکل تحویل							قطر مفتول d به mm (انتخاب)
<ul style="list-style-type: none"> <li>مفتول تاب‌گیری شده</li> <li>کلاف رینگ</li> </ul>							5,0 - 5,5 - 6,0 - 6,5 - 7,0 - 7,5 - 8,0 - 8,5 - 9,0 - 9,5 - 10,0 - 10,5 - 11,0 - 11,5 - 12,0...19,0 - 19,5 - 20,0 - 21,0 - 22,0 - 23,0...27,0 - 28,0 - 29,0 - 30,0

استانداردهای ماشین کاری، ولی نژاد

## ماده فنر

- تعیین خواص مکانیکی فنر:
  - آزمایش کشش بر روی مفتول فنر  $S_{ut}$
  - طراحی فنر بر اساس تنش تسلیم برشی یا پیچشی  $S_{sy}$
  - تخمین مهندسی برای تنش تسلیم کششی:
 
$$0.6S_{ut} \leq S_y \leq 0.9S_{ut}$$
  - با استفاده از معیار وان-مایرز:
 
$$S_{sy} = 0.577S_y$$

$$0.35S_{ut} \leq S_{sy} \leq 0.52S_{ut}$$

## ماده فنر

- ▶ با توجه به فرایند ساخت، با افزایش قطر استحکام کاهش می یابد.
- ▶ معمولاً آزمایش روی قطر خاصی انجام می شود (مثلاً ۱۰ میلیمتر)
- ▶ برای بقیه قطرها از رابطه زیر استفاده می شود:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

35

## ماده فنر

جنس	شماره ASTM	نمای m	قطر، in	A, kpsi · in <sup>m</sup>	قطر، mm	A, MPa · mm <sup>m</sup>	قیمت نسبی سیم
سیم موسیقی*	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2211	2.6
سیم QQ&T†	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1855	1.3
سیم سخت کشیده‡	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1783	1.0
سیم فولاد کرم-وانادیم§	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2005	3.1
سیم فولاد کرم-سیلیس	A401	0.108	0.063-0.375	202	1.6-9.5	1974	4.0
سیم فولاد ضدزنگ 302#	A313	0.146	0.013-0.10	169	0.3-2.5	1867	7.6-11
		0.263	0.10-0.20	128	2.5-5	2065	
		0.478	0.20-0.40	90	5-10	2911	
سیم فسفر برنز**	B159	0	0.004-0.022	145	0.1-0.6	1000	8.0
		0.028	0.022-0.075	121	0.6-2	913	
		0.064	0.075-0.30	110	2-7.5	932	

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

\* سطح صاف، براق، بی عیب.  
† پوسته های ناشی از گرمکاری باید پاک شود.  
‡ سطح نرم، براق و بی عیب ظاهری.  
§ سیم بازپخت شده با کیفیت صنایع هوایی، تایکاری شده آنهم هست.  
|| بازپخت تا سختی Rockwell C49 بازپخت نشده آنهم هست.  
# از فولاد ضدزنگ 302.  
\*\* بازپخت شده A510.

## ماده فنر

G		E		قطر d	حد کشسان، درصد کشش		جنس
GPa	Mpsi	GPa	Mpsi	in			
82.7	12.0	203.4	29.5	<0.032	65-75	45-60	سیم موسیقی A228
81.7	11.85	200	29.0	0.033-0.063			
81.0	11.75	196.5	28.5	0.064-0.125			
80.0	11.6	193	28.0	>0.125			
80.7	11.7	198.6	28.8	<0.032	60-70	45-55	فنر HD، A227
80.0	11.6	197.9	28.7	0.033-0.063			
79.3	11.5	197.2	28.6	0.064-0.125			
78.6	11.4	196.5	28.5	>0.125			
77.2	11.2	196.5	28.5		85-90	45-50	بازپخت در روغن A239
77.2	11.2	203.4	29.5		85-90	50-60	فنر سوپاپ A230
77.2	11.2	203.4	29.5		88-93	65-75	کرم-وانادیم A231
77.2	11.2	203.4	29.5		88-93		A232
77.2	11.2	203.4	29.5		85-93	65-75	کرم-سیلیس A401
							فولاد ضدزنگ
69.0	10	193	28		65-75	45-55	A313*
75.8	11	208.4	29.5		75-80	55-60	17-7PH
77.2	11.2	200	29		65-70	42-55	414
77.2	11.2	200	29		65-75	45-55	420
79.3	11.5	206	30		72-76	50-55	431
41.4	6	103.4	15		75-80	45-50	برنز فسفردار B159
44.8	6.5	117.2	17		70	50	مس برلیم B197
50.3	7.3	131	19		75	50-55	
77.2	11.2	213.7	31		65-70	40-45	آلیاژ Inconel، X-750

\*ممنوع: 302، 304، 316.

37

## ماده فنر

بیشترین درصد مقاومت کششی		
جنس	قبل از پیش‌تنیدگی (شامل $K_B$ یا $K_W$ )	پس از پیش‌تنیدگی (شامل $K_s$ )
سیم موسیقی و فولاد کربنی سردکشیده	45	60-70
فولاد کربنی و کم‌آلیاژ سخت و بازپخت شده	50	65-75
فولادهای ضدزنگ آستینیتی	35	55-65
آلیاژهای غیر آهنی	35	55-65

### جدول ۱۰-۶

بیشترین تنش‌های پیچشی  
مجاز برای کاربردهای  
ایستای فنرهای مارپیچ  
فشاری

منبع:

Robert E. Joerres, "Springs" Chap.  
24 in Joseph E. Shigley and Charles  
R. Mischke (eds.), *Standard  
Handbook of Machine Design*, 2nd  
ed., McGraw-Hill, New York, 1996.

38

## پیش تنیدگی

- ▶ به منظور افزایش ظرفیت فنر
- ▶ فشردگی کامل فنر تا طول مرده و رسیدن به حد پلاستیک
- ▶ افزایش تنش تسلیم
- ▶ برای فنرهایی که برای بار استاتیکی طراحی می شوند استفاده می شود.

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

39

## طراحی استاتیکی فنر فشاری

- ▶ محدوده های پیشنهادی:

$$1 \quad 4 \leq C \leq 12$$

$$2 \quad 3 \leq N_a \leq 15$$

- ▶ محدوده نیروی فنر:  $0 \leq F_{max} \leq F_s$

- ▶ برای تضمین خطی بودن فنر:

$$\frac{1}{8} F_s \leq F_{max} \leq \frac{7}{8} F_s$$

- ▶ به بیان دیگر اگر  $F_s = (1 + \xi) F_{max}$

$$3 \quad \xi \geq 1/7 \approx 0.15$$

- ▶ ضریب اطمینان  $n_s$

$$4 \quad n_s \geq 1.2$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

40

## طراحی استاتیکی فنر فشاری

► قیمت تمام شده یا (FOM) Figure of Merit

$$\text{fom} = -(\text{relative material cost}) \frac{\gamma \pi^2 d^2 N_t D}{4}$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

41

## طراحی استاتیکی فنر فشاری

► جایگذاری در معادله تنش برشی

$$\tau = K_B \frac{8FD}{\pi d^3}$$

$$\frac{S_{sy}}{n_s} = K_B \frac{8F_s D}{\pi d^3} = \frac{4C + 2}{4C - 3} \left[ \frac{8(1 + \xi)F_{\max} C}{\pi d^2} \right]$$

► معادله درجه ۲ بر حسب C

$$\alpha = \frac{S_{sy}}{n_s} \quad \longrightarrow \quad C = \frac{2\alpha - \beta}{4\beta} + \sqrt{\left( \frac{2\alpha - \beta}{4\beta} \right)^2 - \frac{3\alpha}{4\beta}}$$

$$\beta = \frac{8(1 + \xi)F_{\max}}{\pi d^2}$$

42

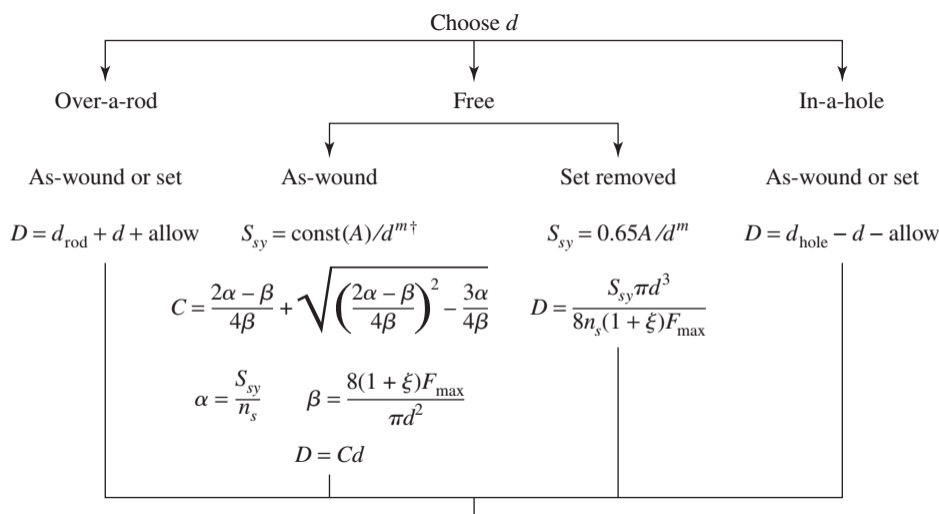
## طراحی استاتیکی فنر فشاری

1. انتخاب جنس فنر
2. انتخاب قطر مقتول فنر
3. تعیین قطر یا اندیس فنر با توجه به محدودیتها و پارامترهای طراحی
  - ▶ قطر خارجی فنر
  - ▶ قطر داخلی فنر
  - ▶ نیروی مرده و ماکزیمم
  - ▶ ضریب اطمینان و تنش تسلیم برشی
4. تعیین تعداد حلقه ها با توجه به
  - ▶ طول مرده، فشردگی ماکزیمم و بحرانی

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

43

## طراحی استاتیکی فنر فشاری





## طراحی استاتیکی فنر فشاری

$$C = D/d$$

$$K_B = (4C + 2)/(4C - 3)$$

$$\tau_s = 8K_B(1 + \xi)F_{\max}D/(\pi d^3)$$

$$n_s = S_{sy}/\tau_s$$

$$OD = D + d$$

$$ID = D - d$$

$$N_a = Gd^4 y_{\max}/(8D^3 F_{\max})$$

$$N_t: \text{Table 10-1}$$

$$L_s: \text{Table 10-1}$$

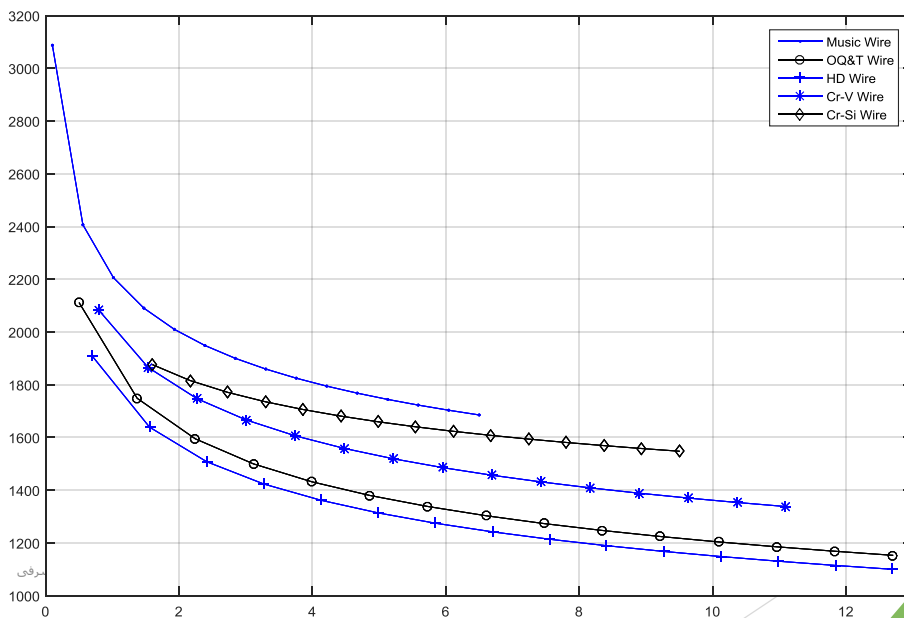
$$L_o: \text{Table 10-1}$$

$$(L_o)_{cr} = 2.63D/\alpha$$

$$fom = -(\text{rel. cost})\gamma\pi^2 d^2 N_t D/4$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

45



## قطرهای مرسوم مفتول فنر

0.5 تا 1.0 میلیمتر با گام 0.1 ▶

1.00 تا 6.00 با گام 0.25 ▶

6.0 تا 10.0 با گام 0.5 ▶

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

47

## مثال: طراحی استاتیکی فنر

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

48

## فرکانس بحرانی فنرهای مارپیچ

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

49

## فرکانس بحرانی فنرهای مارپیچ

- ▶ در اثر حرکت فنر، انتشار موج در فنر خواهیم داشت.
- ▶ این موج در داخل فنر رفت و برگشت کرده و پدیده ضربان ایجاد می شود.
- ▶ در صورتی که فرکانس طبیعی یا ضرایب آن با فرکانس بارگذاری نزدیک باشد، تشدید و خرابی رخ می دهد.

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

50

## فرکانس بحرانی فنرهای مارپیچ

- برای فنری که بین دو صفحه قرار گرفته، فرکانس طبیعی (بر حسب هرتز)

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

- اگر فنر از یک طرف آزاد باشد:

$$f = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

► وزن فنر: 
$$W = AL\gamma = \frac{\pi d^2}{4} (\pi DN_a)(\gamma) = \frac{\pi^2 d^2 DN_a \gamma}{4}$$

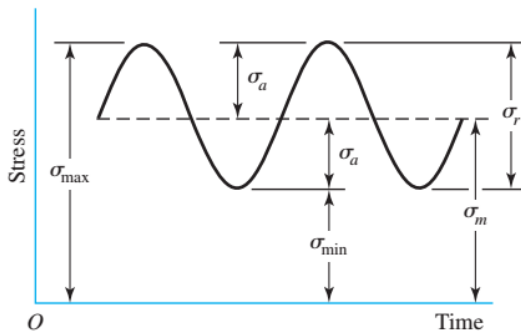
- فرکانس طبیعی اصلی بایستی ۱۵ تا ۲۰ برابر فرکانس بارگذاری باشد.

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

51

## طراحی فنر تحت بار خستگی

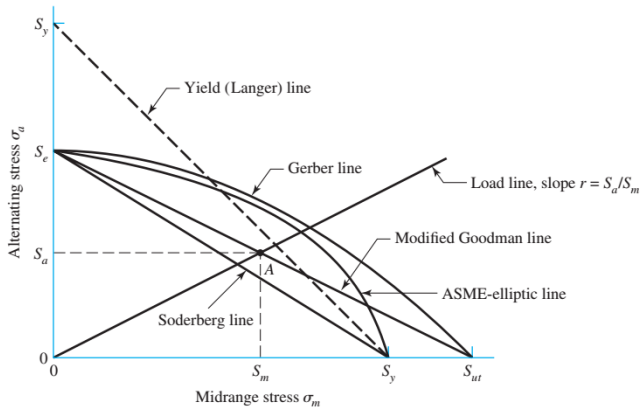
- در بسیاری از کاربردها بار گذاری نوسانی داریم.  
 ► از آنجا که فنرها یا تحت کشش هستند یا فشار پس تنش نوسانی خالص نداریم.  
 ► تعیین استحکام حد دوام بطور مستقیم امکان پذیر نیست.  
 ► همواره تنش میانگین و تنش نوسانی در آزمایشهای خستگی فنر وجود دارد.



52

## طراحی فنر تحت بار خستگی

► به همین جهت از یک نقطه کمکی در خط گودمن یا گربر یا ... استفاده می کنیم.



$$S_{su} = 0.67S_{ut}$$

53

## طراحی فنر تحت بار خستگی

► آزمایشها نشان داده است که مستقل از جنس و قطر استحکام حد دوام در بارگذاری خستگی تقریباً ثابت است.

$$S_{sa} = 35 \text{ kpsi (241 MPa)} \quad S_{sm} = 55 \text{ kpsi (379 MPa)}$$

► یکی از روشهای افزایش استحکام حد دوام **ساچمه زنی** فنر می باشد که ریزترکهای سطحی را رفع می کند. در این حالت:

$$S_{sa} = 57.5 \text{ kpsi (398 MPa)} \quad S_{sm} = 77.5 \text{ kpsi (534 MPa)}$$

54

## طراحی فنر تحت بار خستگی

► در ادامه با معلوم بودن قطر و جنس،  $S_{su}$  تعیین شده:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

$$S_{su} = 0.67S_{ut}$$

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1 - \left(\frac{S_{sm}}{S_{su}}\right)^2}$$

► با فرض منحنی گرپر:

► با فرض خط گودمن:

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1 - \frac{S_{sm}}{S_{su}}}$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

55

## طراحی فنر تحت بار خستگی

► آزمایشهای خستگی نشان می دهد اگر نمونه بدون شیار و ترک و تمرکز تنش باشد:

► **تنش پیچشی میانگین تأثیری در خستگی ندارد**

► بر این اساس معیار و روش **sine** استفاده می شود.

► در فنرها که معمولاً شیار و تمرکز تنش نداریم، این روش مرسوم می باشد.

► در این معیار تنها تنش نوسانی با مقدار تنشهای مرجع نوسانی مقایسه می شود.

► **بدون ساچمه زنی**

$$S_{sa} = 35 \text{ kpsi (241 MPa)}$$

► **با ساچمه زنی**

$$S_{sa} = 57.5 \text{ kpsi (398 MPa)}$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

56



## طراحی فنر تحت بار خستگی

► اگر پیش فشردگی نداشته باشیم:

$$F_{min} = 0$$

$$F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2}$$

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2}$$

$$\tau_a = K_B \frac{8F_a D}{\pi d^3}$$

$$\tau_m = K_B \frac{8F_m D}{\pi d^3}$$

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

57

## مثال

طراحی اجزاء 2 دکتر محمد جواد اشرفی

58