

به نام خدا

امیررضا رجبی

۹۸۳۱۱۲۶

تمرین چهار پردازش تصویر

سوال یک

$$1. F\{f(x - x_0, y - y_0)\} = \sum_{x=x_0}^{M-1+x_0} \sum_{y=y_0}^{N-1+y_0} f(x - x_0, y - y_0) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{yv}{N})}$$

$$\begin{cases} m = x - x_0 \\ n = y - y_0 \end{cases} \rightarrow F\{f(x - x_0, y - y_0)\} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) e^{-j2\pi(\frac{u(m+x_0)}{M} + \frac{v(n+y_0)}{N})}$$

$$F\{f(x - x_0, y - y_0)\} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) e^{-j2\pi(\frac{um}{M} + \frac{vn}{N})} * e^{-j2\pi(\frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N})}$$

$$F\{f(x - x_0, y - y_0)\} = F(u, v) * e^{-j2\pi(\frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N})}$$

$$2. \begin{cases} x' = x \cos(\theta) - y \sin(\theta) \\ y' = x \sin(\theta) + y \cos(\theta) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = x' \cos(\theta) + y' \sin(\theta) \\ y = -x' \sin(\theta) + y' \cos(\theta) \end{cases}$$

$$g(x, y) = f(x \cos(\theta) + y \sin(\theta), -x \sin(\theta) + y \cos(\theta)) \rightarrow G(b, c) \\ = \int \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{-j(bx + cy)} dx dy$$

$$= \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') e^{-j(b(x' \cos(\theta) + y' \sin(\theta)) + c(-x' \sin(\theta) + y' \cos(\theta)))} dx' dy'$$

$$= \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') e^{-j((b \cos(\theta) + c \sin(\theta))x' + (-b \sin(\theta) + c \cos(\theta))y')} dx' dy'$$

$$= F(b \cos(\theta) + c \sin(\theta), -b \sin(\theta) + c \cos(\theta))$$

تبدیل فوریه را نیز rotate میکند .

$$3. \text{use 1: } f\left(x + \frac{M}{2}, y + \frac{N}{2}\right) \leftrightarrow F(u, v) * e^{-j2\pi\left(\frac{uM}{2} + \frac{vN}{2}\right)} = F(u, v) e^{-j\pi(u+v)} = F(u, v) * (-1)^{u+v}$$

سوال دو

1. a) $h(x, y) = \delta(0) - 2\pi A \sigma^2 e^{-2\pi^2 \sigma^2 (x^2 + y^2)}$

1. b) $F(u, v) \left(e^{\frac{2j\pi u}{M}} + e^{\frac{2j\pi v}{N}} - 2 \right)$

1. c) $F(u, v) \left(2j \left(\sin \left(\frac{2\pi u}{M} \right) + \sin \left(\frac{2\pi v}{N} \right) \right) - 4 \right)$

۲) هر دو بالا گذر هستند زیرا بایشتتر شدن u, v مقدار بیشتری رو میگیرند