Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Нейротехнологии и программирование

Дисциплина «Вычислительная математика»

Отчет

По лабораторной работе №1

Метод Гаусса с выбором главного элемента

Выполнил:

Амири Зикрулло

P32211

Преподаватель:

Перл Ольга Вячеславовна

Санкт-Петербург, 2023 г.

Описание метода Гаусса с выбором главного элемента:

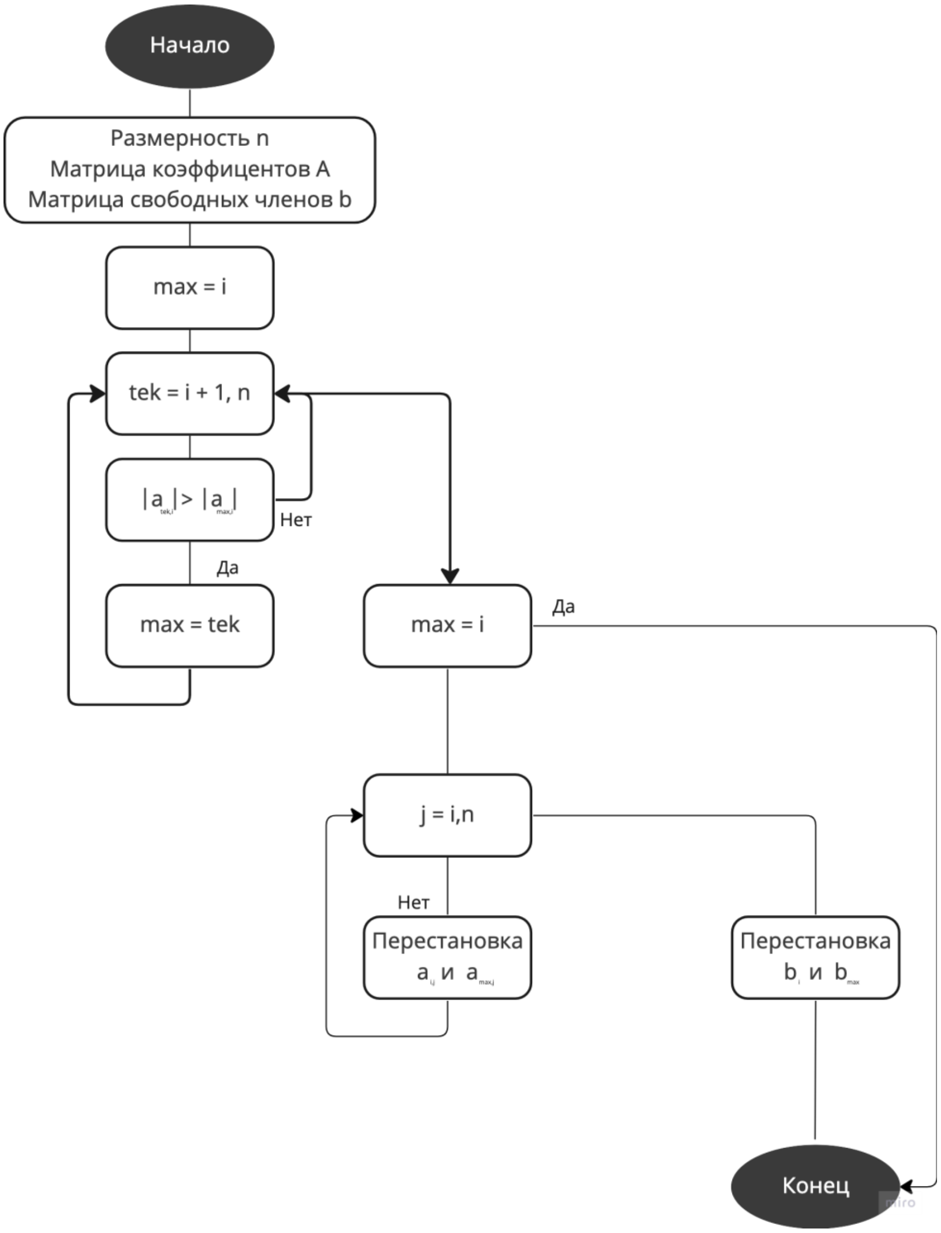
Метод Гаусса с выбором главного элемента — это вариант метода Гаусса для решения систем линейных уравнений, который позволяет избежать ошибок округления и улучшить устойчивость алгоритма.

В основе метода лежит поиск максимального по модулю элемента в текущем столбце и перестановка строк, чтобы этот элемент стал на главной диагонали. Если в столбце нет элементов, которые по модулю больше всех остальных, то это означает, что матрица системы вырождена, то есть не имеет уникального решения.

После перестановки строк метод Гаусса продолжает решение системы, используя привычные операции вычитания строк и деления на диагональные элементы. Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет получено треугольное представление матрицы системы.

Затем система обратно вычисляется, используя метод обратной подстановки, начиная с последнего уравнения и переходя к предыдущим, пока не будет получено решение всей системы.

Блок-схема метода Гаусса с выбором главного элемента



Реализация метода Гаусса

```python
def gauss(matrix):
    square_matrix = matrix.copy()
    square_matrix = np.delete(square_matrix, len(matrix), 1)
    det = np.linalg.det(square_matrix)
    if det == 0:  # Проверка детерминанта
        determinant_zero()
        return

    n = len(matrix)
    for k in range(n - 1):
        matrix_max(matrix, k)
        for i in range(k + 1, n):
            div = matrix[i][k] / matrix[k][k]
            matrix[i][-1] -= div * matrix[k][-1]
            for j in range(k, n):
                matrix[i][j] -= div * matrix[k][j]
    for k in range(n - 1, -1, -1):
        x[k] = (matrix[k][-1] - sum([matrix[k][j] * x[j] for j in range(k + 1, n)])) / matrix[k][k]
    return x
```

Примеры работы программы

Тест №1

Входной файл input.txt:

```
main.py    input.txt
4,394 -1,758 -4,9 8,887 -8,993 2,445 9,301 5,363 9,979 -4,62 -4,32 7,225 3,035 5,742 -8,724 -2,406 -8,765 9,401 5,578 0,402 173,40532
0,782 -3,37 -1,689 -6,141 -7,091 2,707 -0,887 1,665 6,045 -2,685 -6,397 -6,9 -0,405 8,953 -7,086 -7,558 -3,073 -4,708 7,547 3,777 123,81377
-4,041 -4,639 -3,256 -1,705 -7,365 3,478 -8,919 8,064 -5,397 9,713 -7,763 6,901 -8,403 -6,387 -8,388 6,789 5,028 8,098 9,738 0,188 -146,44079
-6,067 8,065 -7,923 4,125 -6,559 6,789 8,362 -4,847 4,308 4,109 8,031 6,626 9,312 -5,177 -8,73 -8,432 5,563 -9,726 9,229 -1,968 -207,77786
1,442 -2,398 -8,634 -3,801 -2,002 5,34 -8,697 -4,347 1,899 -2,806 7,809 -6,411 -7,29 -7,975 -2,704 -5,333 4,17 9,194 6,689 -7,281 -326,33278
0,295 -4,396 -5,794 -9,725 -7,715 8,79 -9,658 5,221 9,465 7,824 -9,491 -7,844 0,098 2,491 0,463 -9,289 -2,073 5,443 -8,551 7,059 317,38007
-7,591 -3,085 -9,778 3,037 6,602 -7,202 3,974 6,901 -8,607 -8,921 -7,46 -4,687 -9,311 -8,853 -8,003 7,16 -4,077 -4,287 6,551 -9,039 -126,32522
2,434 -0,63 7,301 -8,567 2,612 -0,466 6,833 -6,044 -3,757 -6,249 5,24 -4,34 3,412 -2,114 8,69 -6,015 -2,761 -4,318 5,992 -3,632 -62,3378
8,072 6,745 7,968 6,843 -0,591 1,344 -1,535 -6,449 -7,997 -0,27 -5,102 6,099 -0,933 -0,025 7,545 -7,079 1,604 -6,01 3,263 7,141 -133,49197
5,15 7,328 -2,7 9,653 -2,723 3,261 -6,692 3,175 8,685 -9,969 -9,441 4,593 2,113 4,362 2,625 9,332 -5,41 -6,796 8,19 -1,632 31,4185
-5,76 4,021 0,342 -0,439 -5,655 7,911 -8,855 -8,936 5,635 -8,308 -7,271 -0,773 -4,626 -7,078 9,417 0,669 7,19 -7,869 8,082 -4,842 -168,3588
-6,681 -0,301 -5,661 -8,494 6,954 5,613 -5,08 -6,411 -2,986 -9,214 5,073 -1,227 2,541 0,91 -6,693 6,958 0,092 -7,068 5,35 -7,837 -120,9985
-6,95 8,339 7,83 -4,634 -3,261 1,44 3,208 -1,336 -2,6 -8,928 -9,892 -6,79 0,029 -9,079 -5,678 -3,997 -1,945 -2,608 -7,702 6,224 53,30938
-1,379 -9,094 -2,344 -9,546 2,833 2,013 6,109 3,711 -2,901 9,2 -7,268 -7,005 8,264 -9,731 1,36 -3,491 6,14 0,215 -5,827 1,712 201,90914
9,6115 9,714 4,965 -4,437 -7,488 -0,012 8,986 0,955 -7,964 5,54 3,052 -4,061 4,637 4,43 7,433 0,175 -5,089 3,905 9,427 7,099 42,0858
-9,699 -8,127 7,376 -9,785 1,764 -9,347 2,961 9,494 1,915 7,177 8,125 -5,488 -7,45 -0,994 -8,808 2,691 4,891 0,321 -7,975 7,123 93,80871
-4,937 -6,34 -0,32 7,056 -6,372 -4,161 3,928 6,335 1,229 6,309 -5,253 4,613 9,972 9,314 7,841 7,589 -4,652 0,748 -0,664 -3,976 254,02937
-9,314 -9,132 3,378 -0,1 -7,422 -0,308 -6,649 5,101 -0,456 9,574 2,689 1,099 1,294 4,942 -4,703 4,753 5,629 1,541 -9,585 7,686 98,12454
-8,791 2,725 -2,656 4,637 -2,225 -5,924 9,628 -0,106 -7,812 -7,389 4,522 -3,009 -1,697 -0,565 7,495 -8,451 1,527 -0,491 5,732 2,89 -111,05032
9,615 9,714 4,965 -4,437 -7,488 -0,012 8,986 0,955 -7,964 5,54 3,052 -4,061 4,637 4,43 7,433 0,175 -5,089 3,905 9,427 7,099 42,0858
```

Рис. 1. Размер матрицы, матрица коэффициентов 20x20, матрица свободных членов

Результат работы:

```
Решение методом Гауса:
x[ 1 ] = 0.0000
x[ 2 ] = -5.3943
x[ 3 ] = -9.7100
x[ 4 ] = -11.8696
x[ 5 ] = -1.6559
x[ 6 ] = -8.6055
x[ 7 ] = 7.1464
x[ 8 ] = -5.5886
x[ 9 ] = 9.2776
x[ 10 ] = 1.1097
x[ 11 ] = -10.2307
x[ 12 ] = 5.4314
x[ 13 ] = 4.3828
x[ 14 ] = 3.9450
x[ 15 ] = 5.0347
x[ 16 ] = 6.3840
x[ 17 ] = -8.7820
x[ 18 ] = 0.6086
x[ 19 ] = -7.8704
x[ 20 ] = 12.7419
```

```
Определитель: 2.530121527580813e+19
Вектор невязки:
r[ 1 ] = -173.4053199999999989022398950
r[ 2 ] = -123.8137700000000005211404641
r[ 3 ] = 146.440789999999992687662598
r[ 4 ] = 207.777860000000003992681741
r[ 5 ] = 326.332780000000013842509361
r[ 6 ] = -317.3800699999999989249772625
r[ 7 ] = 126.325220000000001618900569
r[ 8 ] = 62.337800000000001432454155
r[ 9 ] = 133.491970000000009122231859
r[ 10 ] = -31.418500000000001648459147
r[ 11 ] = 168.358800000000002228262019
r[ 12 ] = 120.998500000000007048583939
r[ 13 ] = -53.309379999999997323811840
r[ 14 ] = -201.909140000000007830749382
r[ 15 ] = -42.085799999999998988187144
r[ 16 ] = -93.808710000000004924913810
r[ 17 ] = -254.0293700000000000118234311
r[ 18 ] = -98.124539999999996098267729
r[ 19 ] = 111.050319999999999254214345
r[ 20 ] = -42.085799999999998988187144
```

Тест №2

Пользовательский ввод матрицы 3x3

```
Ввод:
3 1 1 2
3 2 1 4
2 3 3 1
3.0000 1.0000 1.0000 2.0000
3.0000 2.0000 1.0000 4.0000
2.0000 3.0000 3.0000 1.0000
3.0000 1.0000 1.0000 2.0000
3.0000 2.0000 1.0000 4.0000
2.0000 3.0000 3.0000 1.0000

Решение методом Гауса:
x[ 1 ] = 0.7143
x[ 2 ] = 2.0000
x[ 3 ] = -2.1429

A:
3.0000 1.0000 1.0000 2.0000
0.0000 1.0000 0.0000 2.0000
0.0000 0.0000 2.3333 -5.0000

Определитель: 7.000000000000001
Вектор невязки:
[0. 0. 0.]
```

Тест №3

Пользовательский ввод матрицы 3x3

```
Ввод:
1 2 3 1
2 -1 2 6
1 1 5 -1
1.0000 2.0000 3.0000 1.0000
2.0000 -1.0000 2.0000 6.0000
1.0000 1.0000 5.0000 -1.0000

Решение методом Гауса:
x[ 1 ] = 4.0000
x[ 2 ] = 0.0000
x[ 3 ] = -1.0000

A:
2.0000 -1.0000 2.0000 1.0000
0.0000 2.5000 2.0000 6.0000
0.0000 0.0000 2.8000 -1.0000

Определитель: 14.000000000000004
Вектор невязки:
r[ 1 ] = 5.000000000000000000000000
r[ 2 ] = -8.000000000000000000000000
r[ 3 ] = -1.799999999999999822364316
```

Тест №4

Случайно сгенерированная матрица 3x3

```
Введите количество неизвестных(от 1 до 20): 3
0.0752 0.3827 0.4603 0.8506
0.6953 0.0726 0.9100 0.8758
0.8367 0.4466 0.6826 0.0471

Решение методом Гауса:
x[ 1 ] = -1.7054
x[ 2 ] = -0.1844
x[ 3 ] = 2.2801

A:
0.8367 0.4466 0.6826 0.0471
0.0000 -0.2985 0.3428 0.8366
0.0000 0.0000 0.7922 1.8063

Определитель: -0.19787521250793277
Вектор невязки:
r[ 1 ] = 0.0000000000000000000000
r[ 2 ] = 0.0000000000000000000000
r[ 3 ] = 0.0000000000000000222044605
```

Результат решения матрицы методом Крамера:

Определитель:

Δ = 0.0752·0.0726·0.6826 + 0.3827·0.91·0.8367 + 0.4603·0.6953·0.4466 - 0.4603·0.0726·

·0.8367 - 0.0752·0.91·0.4466 - 0.3827·0.6953·0.6826 = 0.003726668352 + 0.2913866319 + 0.142932807094 -

- 0.027960656526 - 0.0305617312 - 0.181633928206 = 98944895707/500000000000 = -0.197875

Вывод

В ходе выполнения этой лабораторной работы я реализовал на Python решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с помощью метода Гаусса с выбором главного элемента. Я также вручную посчитал ответы для сравнения. При тестировании на сгенерированной матрице размером 3x3 программа дала результат, который совпал с ответом, полученным с использованием метода Крамера.