גילעד לוי ,

ת.ז 326326493 ,

אינפורמציה קוונטית

236990

תרגיל בית 1

**שאלה 1:**

**סעיף 1.1:** תחילה נסמן כי

A הרמיטית ולכן מתקיים כי

ולכן משוויון מספרים מרוכבים ניתן להסיק כי:

וכן כי

ולכן מאלגברה פשוטה מקבלים כי

כלומר כי A מהצורה

כעת עבור כלליים מתקיים כי

ולכן משוויון עם A נקבל כי

הפתרון למערכת זו הוא

ולכן A ניתנת להצגה בצורה הנדרשת.

**סעיף 1.2:**

מסעיף קודם, ולכן מתקיים כי

**סעיף 1.3:**

תחילה, נסמן נבצע כמה חישובי עזר:

כעת, מתקיים כי:

נעבוד תחילה על המונה:

כעת אבצע שני חישובי עזר נוספים:

ממשוואה (II) מתקיים כי:

כעת נחשב את האיבר השני בוקטור:

ולכן ע"ע של A כנדרש.

כעת ידוע כי הו"ע של מטריצה הרמיטית הם אורתוגונליים וכן כי מכיוון ש אינו וקטור האפס ולכן אם נראה כי נקבל כי כל וקטור שאורתוגנלי

ל חייב להיות קבוע כפול ולכן הוא הו"ע השני.

*ולכן הוא הו"ע השני.*

**סעיף 1.4:**

ובפרט הרמיטית ולכן ניתן לכתוב אותה כמו קודם,

כלומר כאשר:

לכן מתקיים כי וכן כי

ולכן וכן

בפרט,

ולכן מתקיים כי

**שאלה 2:**

**סעיף 2.1:**

יהיו A,B הרמיטיות ו- לכן מתקיים כי:

**סעיף 2.2:**

תהי A הרמיטית ויהיו וקטורים עצמיים של A וכן הערכים

העצמיים שלהם בהתאמה.

*לכן מהגדרת ע"ע מתקיים כי וכן*

*ולכן .*

*כעת, מתקיים כי וכן*

*כלומר כנדרש.*

**סעיף 2.3:**

תהי A הרמיטית. אסמן ב- את ערכיה העצמיים וב- את הוקטורים

העצמיים המתאימים. בפרט אניח כי מנורמלים מפני שוקטור עצמי

לאחר כפל בסקלר נותר וקטור עצמי.

לכן מסעיף קודם, אורתוגונליים ולכן מהווים בסיס אורתונורמלי וכן

כידוע ערכיה העצמיים של מטריצה הרמיטית ממשיים.

כעת מתקיים שלכל i .

כעת אגדיר מטריצה U כאשר .

מתקיים כי ובפרט

ולכן כלומר U אוניטרית לפי הגדרה.

כעת מתקיים כי

ולכן מאוניטריות U מתקיים כי

וזה מוכיח את המשפט.

**סעיף 2.4:**

משאלה קודמת הו"ע הם

והע"ע הם וכן לאחר בדיקה הם מנורמלים.

ולכן מהסעיף הקודם הפירוק הספקטרלי של H נתון על ידי

**שאלה 3:**

**סעיף 3.1:**

נוכיח את התכונה באינדוקציה.

בסיס: n=1. התכונה זהה להגדרת A ולכן נכונה.

צעד: נניח נכונות עבור n. לכן מתקיים:

**סעיף 3.2:**

**שאלה 4:**

**סעיף 4.1:**

תחילה נשים לב שכל ארבעת המטריצות הרמיטיות ולכן כדי להוכיח

אוניטריות מספיק להראות כי לכל אחת מהן

**סעיף 4.2:**

U אוניטרית ולכן מתקיים כי בנוסף מהגדרת U מתקיים

כי לכן וזוהי בדיוק ההגדרה לאורתונורמליות.

**סעיף 4.3:**

תחילה מהגדרת אורתונורמליות . כמו כן מהגדרת כפל

מטריצות מתקיים כי לכן ולכן

ולכן U אוניטרית.

**סעיף 4.4:**

יהי ע"ע ו- הו"ע המתאים לו. לכן מתקיים:

*כלומר ולכן*

**שאלה 5:**

**סעיף 5.1.1:**

*וכמו כן*

**סעיף 5.1.2:**

**סעיף 5.1.3:**

**סעיף 5.1.4:**

**סעיף 5.2:**

**סעיף 5.3:**

**סעיף 5.4:**

עמודה כללית של היא מהצורה כאשר עמודה של B

*לכן תוצאת כפל של שתי עמודות כאלה היא:*

*לכן אם אז המכפלה שווה לאפס וכן אם המכפלה שווה*

*לאפס ואחרת מאורתונורמליות המכפלה שווה לאחד.*

*כלומר המכפלה שווה לאחד אםם זוהי בדיוק אותה עמודה ואפס אחרת.*

*לכן עמודות המטריצה אורתונורמליות לפי הגדרה ולכן*

*היא מטריצה אוניטרית.*

**סעיף 5.5:**