

פרויקט מחשב בקורס "שדות אלקטרומגנטיים"

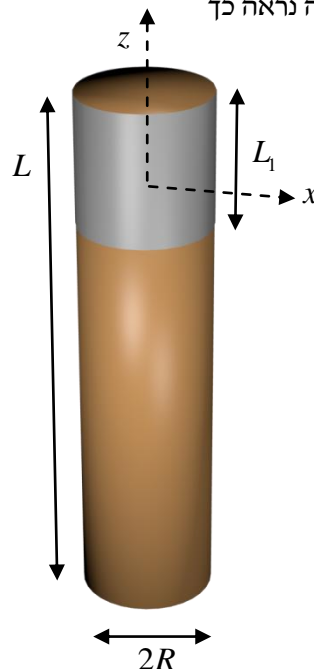
סמסטר א' - תשע"ז

הנתונים בתרגיל המחשב מבוססים על מספר הזהות של הסטודנט. נסמן את ספרותיו של המספר ע"י $z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9$ כאשר z_1 היא הספרה הראשונה ו- z_9 היא ספרת הביקורת.

כל המידות בבעיה נתונות ביחידות של 10^{-5} מטר, כלומר עשרות מיקרונים.

רקע

בעקבות התקדמות משמעותית בטכנולוגיה הרפואית בערים החופשיות, מחליטה דאניריו (אם הדוקונים, מנתצת השללאות) לצאת במיזם רפואי חדש על מנת לעזור לכל חולי הקשקשת האפורה באשר הם (גם לזוירה). לצורך כך היא מקימה את חברת "Khaleesi medical devices" המפתחת התקנים טיפוליים. ההתקן שמפתחת החברה נראה כך



הטיפול מבוסס על שחרור מבוקר של החומר הפעיל ב-Wildfire במינונים נמוכים לתוך הגוף. לצורך כך החברה מייצרת גליל בגובה L ורדיוס R העשוי מגרסא מוצקה של החומר הפעיל. על קצהו של הגליל מולבשת קליפה גלילית בגובה L_1 ורדיוס R העשויה פלדה וליריאנית (מוליך אידיאלי בקירוב טוב מאוד). התקן זעיר זה משוחרר לתוך מחזור הדם. לקליפה המוליכה 2 מטרות:

1. מוטמעים בה חיישנים המבצעים מדידות שונות.
2. האינטראקציה של החומר המוליך עם שדה חשמלי מאפשרת איכון מדויק של מיקום ההתקן במחזור הדם.

על מנת לבצע את תהליך האיכון, נדרש לדעת את הקיטוביות של הקליפה הגלילית המוליכה שבקצה ההתקן. לצורך כך שכן אתכם ה-CTO של החברה, ט. לאניסטר.

הנחות:

1. המקדם הדיאלקטרי של הצילינדר הפעיל הוא ϵ_0 , כלומר ניתן למדל את הקליפה הגלילית כאילו היא מוטמעת בסביבת ואקום אינסופי.
2. השדה המעורר הוא סטטי לחלוטין.
3. סך המטען על הקליפה הגלילית המוליכה הוא אפס.

שאלה 1

הניחו כי רדיוס הקליפה הוא $R = \frac{z_4 + 1}{3}$ וגובהה הוא $L_1 = \frac{z_6 + z_7 + 3}{z_8 + 5} R$.

א. בצעו דיסקרטיזציה של הגליל לפי הזווית φ ולפי z ל- $N = 3000$ אלמנטים.

לא חובה שזה יהיה במדויק, אם לא מסתדרים לכם המספרים אפשר לחרוג מהם מעט, אך הקפידו שצורת האלמנטים תהיה מתאימה לפי העקרונות שעליהם שוחחנו בתרגול.

לצורך נוחיות הניחו כי ראשית הצירים ממוקמת באופן סימטרי ביחס לקליפה, כלומר מרכזה

נמצא על ציר z , והיא משתרעת על פני $-\frac{L_1}{2} < z < \frac{L_1}{2}$, כמוראה באיור.

ב. הניחו כי הקליפה מעוררת בעזרת שדה חשמלי $\mathbf{E} = 1\hat{\mathbf{x}}$

1.ב. נסחו את המטריצות הדרושות בהתאם למה שנלמד בכיתה, וחשבו את פילוג המטען המתקבל על הקליפה (בחרו את החלוקה העדינה ביותר האפשרית כך שזמן החישוב עדיין סביר)

2.ב. ציירו את הפילוג המתקבל על הקווים:

$$\begin{array}{ll} z = -\frac{L_1}{4}, 0 < \varphi < 2\pi & \varphi = 0, -\frac{L_1}{2} < z < \frac{L_1}{2} \\ z = 0, 0 < \varphi < 2\pi & \varphi = \pi/2, -\frac{L_1}{2} < z < \frac{L_1}{2} \\ z = \frac{L_1}{4}, 0 < \varphi < 2\pi & \varphi = \pi, -\frac{L_1}{2} < z < \frac{L_1}{2} \end{array}$$

(אם לא דגמתם בדיוק בקואורדינטות המבוקשות, אז קחו את הדגימה הקרובה ביותר אליהן). הסבירו את התוצאות, והשוו אותן לפתרון האנליטי של גליל מוליך אינסופי באותו שדה מעורר. עמדו על ההבדלים.

3.ב. חשבו את רכיב X של מומנט הדיפול, p_x , המתעורר בגליל ע"י ביצוע נומרי של האינטגרל

$$p_x = \iint x\eta(z, \varphi) ds$$

ורשמו את רכיב הקיטוביות המתאים לעירור בכיוון זה - α_{xx} .

4.ב. מה תוכלו לומר על פתרון הבעיה כאשר השדה המעורר הוא $\mathbf{E} = 1\hat{\mathbf{y}}$?

- ג. כעת מכניסים את הקליפה לשדה מעורר $\mathbf{E} = 1\hat{\mathbf{z}}$. חזרו על סעיף ב' במלואו (למעט השוואה לפתרון אנליטי של גליל אינסופי, אותה אין לבצע כאן). חשבו את רכיב הקיטוביות המתאים לעירור זה: α_{zz} . החישוב של מומנט הדיפול p_z הוא

$$p_z = \iint z\eta(z, \varphi) ds$$

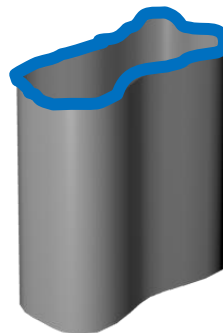
- ד. ציירו גרף של רכיבי הקיטוביות $\alpha_{xx}(L_1), \alpha_{zz}(L_1)$ כתלות באורך הקליפה. אם נגדיר את האורך L_1 מסעיף א' כ- L_{1A} אז ציירו את הגרף המבוקש עבור $\frac{L_{1A}}{2} < L_1 < 2L_{1A}$, כאשר הרדיוס R קבוע.

- ה. ציירו גרף של רכיבי הקיטוביות $\alpha_{xx}(R), \alpha_{zz}(R)$ כתלות ברדיוס הקליפה. אם נגדיר את הרדיוס R מסעיף א' כ- R_A אז ציירו את הגרף המבוקש עבור $\frac{R_A}{2} < R < 2R_A$, כאשר הרדיוס R קבוע.

שאלה 2 - אתגר תכנון

לאחר שמסרתם את תוצאות הפרויקט לחברה, מציע לכם מר לאניסטר אתגר. על מנת לשפר את דיוק תהליך האיכון של ההתקן במחזור הדם, יש לתכנן את צורת הקליפה כך שתביא למקסימום את הסכום $\alpha_{xx}^2 + \alpha_{zz}^2$ תחת האילוצים הבאים:

- שטח הקליפה לא יעלה על $600 \mu m^2$.
- צורת החתך צריכה להיות קבועה, ללא שינויים בכיוון z .
- היקף החתך לא יעלה על $70 \mu m$ (אורך הקו הכחול בתרשים שבתמונה).
- בצורת החתך לא יהיו זוויות חדות יותר מ 45° , על מנת לא לפגוע בכלי הדם.
- יש לשמור על סימטריה שבה $\alpha_{xx} = \alpha_{yy}$ (לא מתקיים בתרשים שבדוגמא, חשבו מדוע).



הפרס עבור קבוצות המהנדסים שיבצעו את האתגר בצורה הטובה ביותר :

1. תהילת עולם.
2. 100 דרקוני זהב (כי לאניסטר תמיד...)
3. מקום ראשון : בונס של 7 נקודות לציון לסופי.
מקום שני : בונס של 4 נקודות לציון הסופי.

איך מגישים הצעה לאתגר?

עליכם להגיש וקטור ערכים, שבו 2000 ערכים [ניתן לסטות ב1% על מנת לייצר חלוקה נוחה, אך לא יותר מזה], המתארים את מרכזי האלמנטים של הצורה שתכנתם. את וקטור הערכים יש לשמור במשתנה `Element_centers` ולשמור בקובץ מידע של מטלב בעזרת הפקודה "save" [עיינו בדוקומנטציה ע"י הקלדה של `doc save`]. בנוסף יש לצרף לקובץ משתנה `ax` המכיל את הערך של α_{xx} ומשתנה `az` המכיל את הערך שחשתבם ל- α_{zz} . את קובץ המידע ששמרתם כ-`challenge.mat` עליכם לצרף לקבצי הפרויקט האחרים עפ"י ההנחיות הרשומות מטה.

הנחיות להגשת הפרויקט

- ההגשה היא בזוגות או ביחידים בלבד (מומלץ בזוגות). תאריך ההגשה : 22.1.2017
- את כל סעיפי התרגיל, כולל גרפים ותרשימים, יש להגיש במסמך מודפס (לא בכתב יד!). בכל סעיף וגרף, יש לצרף הסבר של התוצאות, גם אם אין הדבר רשום במפורש בעבודה.
- עבודות מועתקות שיתפסו יגררו ציון אפס לכל המעורבים בהעתקה והליכים משמעותיים נוספים ישקלו. המעורבים ישלחו למשמר הלילה.
- ציון העבודה יהווה ציון תקף של 7% לציון הסופי.
- את הקוד לפתרון שאלה 1 יש לשמור כקובץ `Matlab` נפרד, תחת השם `Q1.m`. על הקוד להיות מתועד בצורה מפורטת.
- את הקובץ ששמרתם, בתוספת קבצים של פונקציות עזר (אם יש, ממש לא חובה) יש לאחד לקובץ `ZIP` ששמו יהיה `XXXXXXXXXX.zip` עם מספר הזהות של אחד המגישים. את קובץ ה-`ZIP` יש לשלוח לכתובת המייל `EMFieldsTAU@gmail.com`, כאשר בכותרת רשום : "תרגיל מחשב חורף 2017 - XXXXXXXXXX , XXXXXXXXXX", כאשר יש להכניס את מספרי הסטודנט למקום המתאים.

