

מבוא לתקשורת מחשבים

פתרון תרגיל 2

1. פרוטוקול ALOHA

1.1 ההסתברות שלא תהיה התנגשות (הסתברויות שידור שונות):

חצי מהתחנות משדרות בהסתברות p והחצי השני בהסתברות $2p$.

1.1.1 התחנה המשדרת היא מסוג המשדר בהסתברות p ביחידת זמן:

$$P_{1_Success} = \left((1-p)^2\right)^{\frac{n}{2}-1} \cdot \left((1-2p)^2\right)^{\frac{n}{2}}$$

הסבר: $(n/2-1)$ תחנות (עם הסתברות ששידור p) צריכות לא לשדר במשך 2 יחידות זמן, וכן $n/2$ תחנות עם הסתברות $2p$ צריכות לא לשדר בזמן זה.

1.1.2 במקרה השני:

$$P_{2_Success} = \left((1-2p)^2\right)^{\frac{n}{2}-1} \cdot \left((1-p)^2\right)^{\frac{n}{2}}$$

1.2 הסתברות ההצלחה בשידור של שתי חבילות:

תסריט II: תחנה א' משדרת בזמן 6 ו-7, שאר התחנות משדרות בהסתברות p :

השידור יצליח רק אם כל תחנה אחרת לא תנסה לשדר במשך 3 פרקי זמן רצופים:

$$P_{1_Success} = \left((1-p)^3\right)^{n-1}$$

תסריט I: תחנה א' משדרת בזמן 2 ו-8, שאר התחנות משדרות בהסתברות p :

למעשה יש לנו כאן שני מקרים בלתי תלויים של שידור, שכל אחד מהם צריך להצליח:

$$P_{t=2_Success} = \left((1-p)^2\right)^{n-1}$$

$$P_{t=8_Success} = \left((1-p)^2\right)^{n-1}$$

$$P_{Success} = P_{t=2_Success} \cdot P_{t=8_Success} = \left(\left((1-p)^2\right)^{n-1}\right)^2 = \left((1-p)^4\right)^{n-1}$$

המסקנה אם כן היא שההסתברות לשידור מוצלח של שתי חבילות ברציפות, גבוהה מההסתברות להצלחה של שידור בפרקי זמן לא רציפים.

1.3 הסתברות ההצלחה בשידור של שתי חבילות ברשת Slotted

:ALOHA

תסריט II: תחנה א' משדרת בזמן 6 ו-7, שאר התחנות משדרות בהסתברות p :

השידור יצליח רק אם כל תחנה אחרת לא תנסה לשדר במשך 2 פרקי זמן רצופים:

$$P_{6-7_Success} = ((1-p)^2)^{n-1}$$

תסריט I: תחנה א' משדרת בזמן 2 ו-8, שאר התחנות משדרות בהסתברות p :

למעשה יש לנו כאן שני מקרים בלתי תלויים של שידור, שכל אחד מהם צריך להצליח:

$$P_{t=2_Success} = (1-p)^{n-1}$$

$$P_{t=8_Success} = (1-p)^{n-1}$$

$$P_{Success} = P_{t=2_Success} \cdot P_{t=8_Success} = ((1-p)^{n-1})^2 = ((1-p)^2)^{n-1}$$

המסקנה אם כן היא שההסתברות לשידור מוצלח של שתי חבילות ברציפות, זהה להסתברות להצלחה של שידור בפרקי זמן לא רציפים.

2. גישה מרובה

עבור 2 תחנות - $E_2(t)$:

$$P(\text{no collision} \wedge \text{end in 2 time units}) = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8}$$

$$\text{cost} = 2$$

$$P(\text{no collision} \wedge \text{end in 3 time units}) = 2 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\text{cost} = 3$$

$$P(\text{no collision} \wedge \text{end in 4 time units}) = 2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{8}$$

$$\text{cost} = 4$$

$$P(\text{collision}) = 4 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\text{cost} = 4 + E_2(t)$$

$$E_2(t) = \frac{1}{8} \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 3 + \frac{3}{8} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot (4 + E_2(t))$$

$$E_2(t) = 4 \frac{2}{3}$$

עבור 3 תחנות - $E_3(t)$:

$$P(\text{no collision} \wedge \text{end in 3 time units}) = 3! \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{32}$$

$$\text{cost} = 3$$

$$P(\text{no collision} \wedge \text{end in 4 time units}) = 3 \cdot 3! \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}\right) = \frac{9}{32}$$

$$\text{cost} = 4$$

$$P(3 \text{ collide}) = 4 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16}$$

$$\text{cost} = 4 + E_3(t)$$

$$P(2 \text{ collide}) = \binom{3}{2} \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$$

$$\text{cost} = 4 + E_2(t)$$

$$E_3(t) = \frac{3}{32} \cdot 3 + \frac{9}{32} \cdot 4 + \frac{1}{16} \cdot (4 + E_3(t)) + \frac{9}{16} \cdot (4 + E_2(t))$$

$$E_3(t) = \frac{209}{30} \approx 7$$

3. מחיר בנית מתג

3.1 מחיר מנית מתג מסוג בנש:

ראינו כי מספר הרכיבים המצליבים במתג מסוג בנש הוא: $\#Crossbars = \frac{N}{2}(2\log_2 N - 1)$

מאחר וכל הרכיבים הם בגודל 2×2 , מחיר כל רכיב הוא $2^{3/2}$, ולכן המחיר הכולל יהיה:

$$\text{price} = 2^{3/2} \frac{N}{2} \cdot (2\log_2 N - 1) = \sqrt{2}N \cdot (2\log_2 N - 1)$$

3.2. מחיר מתג מסוג Clos:

ראינו כי מספר הרכיבים המצליבים במתג מסוג Clos הוא $\frac{N}{C}(2\log_c N - 1)$. #Crossbars

מאחר וכל הרכיבים הם בגודל $c \times c$, מחיר כל רכיב הוא $c^{3/2}$, ולכן המחיר הכולל יהיה:

$$price = C^{3/2} \frac{N}{C} \cdot (2\log_c N - 1) = \sqrt{C} N \cdot (2\log_c N - 1)$$

על מנת למצוא מחיר מינימלי נגזור לפי C ונקבל:

$$price' = \frac{N}{2\sqrt{C}} \cdot \left(2 \frac{\ln N}{\ln C} - 1 - 4 \frac{\ln N}{\ln^2 C} \right)$$

$$\frac{N}{2\sqrt{C}} \cdot \left(2 \frac{\ln N}{\ln C} - 1 - 4 \frac{\ln N}{\ln^2 C} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(2 \frac{\ln N}{\ln C} - 1 - 4 \frac{\ln N}{\ln^2 C} \right) = 0$$

נשווה את הנגזרת לאפס ונקבל:

$$\Rightarrow \ln^2 C - 2 \ln N \cdot \ln C + 4 \ln N = 0$$

$$N \rightarrow \infty \Rightarrow 4 \ln N - 2 \ln N \cdot \ln C = 0$$

$$\Rightarrow \ln C = 2$$

$$\Rightarrow C = e^2 \approx 7.39$$

הערך השלם הוא 7 או 8. נבדוק כל אחד מהשניים ונבחר בזה המביא למינימום מחיר:

$$price = \sqrt{C} N \cdot \left(2 \frac{\ln N}{\ln C} - 1 \right)$$

$$price|_{c=7} = \sqrt{7} N \left(2 \frac{\ln N}{\ln 7} - 1 \right) \approx N(2.719 \ln N - 2.64)$$

$$price|_{c=8} = \sqrt{8} N \left(2 \frac{\ln N}{\ln 8} - 1 \right) \approx N(2.72 \ln N - 2.83)$$

מתקבל כי הערך השלם הטוב ביותר הוא 7.

4. בנית מתג Clos

4.1. בנית מתג ללא רקורסיה:

נתון שגודל כל Crossbar הינו $c \times c$. כעת עלינו לבנות מתג לא-חוסם במובן הצר ללא רקורסיה (כלומר עובר דרך 3 רכיבי Crossbar):

מתג Clos מוגדר ע"י (N, n, k) . מאחר וכל הרכיבים הינם מגודל זהה של $c \times c$, הרי שבגלל שכבות 1

ו 3 , $n \leq c$, וגם $k \leq c$. מהדרישה שהמתג יהיה לא חוסם במובן הצר מתווסף גם $k \geq 2n-1$, ולכן

$c \geq 2n-1$. כלומר, נשבית כמחצית מהכניסות של כל מתג בשכבת הכניסה וכמחצית מהיציאות של

כל מתג בשכבת היציאה. ללא רקורסיה, נקבל כיוון שרכיב בסיסי ב-Layer 2 הוא בגודל N/n ,

נקבל ש $N = c^2/2$ (ל- c זוגי) וגודל המתג המקסימלי הוא $c^2/2 \times c^2/2$.

במקרה הכללי $N = c \times \left\lfloor \frac{(c+1)}{2} \right\rfloor$, אולם בהמשך נתייחס למקרה הזוגי בלבד.

4.2 מספר הרכיבים למימוש המתג:

דרושים c רכיבים בכל רמה של המתג המתואר בסעיף הקודם, ולכן $3c$ רכיבים בסיסיים בסך הכל.

4.3 מתג עם רמה אחת של רקורסיה:

במתג עם רמה אחת של רקורסיה יהיו לנו מתגים של $c/2 \times c$ בשכבות החיצוניות ומתגים של $c^2/2 \times c^2/2$ בשכבה המרכזית, ולכן $N = (c/2) \cdot (c^2/2) = c^3/4$ עם $2c^2/2 + c \cdot 3c = 4c^2$ רכיבים.

4.4 מתג עם M רמות רקורסיה:

נסתכל על מקרה כללי בו יש M רמות רקורסיה. נסמן ב- N_M את גודל המתג ברקורסיה ה- M , וב- S_M את מספר הרכיבים ברקורסיה ה- M . ראינו כבר בסעיף הקודם כי על מנת למצוא את גודל המתג למעשה עלינו רק להציב תוצאת כל שלב קודם בשכבה המרכזית ולהכפיל במתג של $c/2 \times c$ בשכבה החיצונית. מסיבה זו גודל המתג יהיה:

$$N_M = \left(\left(\left(\left(\frac{c}{2} \times c \right) \times \frac{c}{2} \right) \times \dots \times \frac{c}{2} \right) \right) = \frac{c^{M+2}}{2^{M+1}}$$

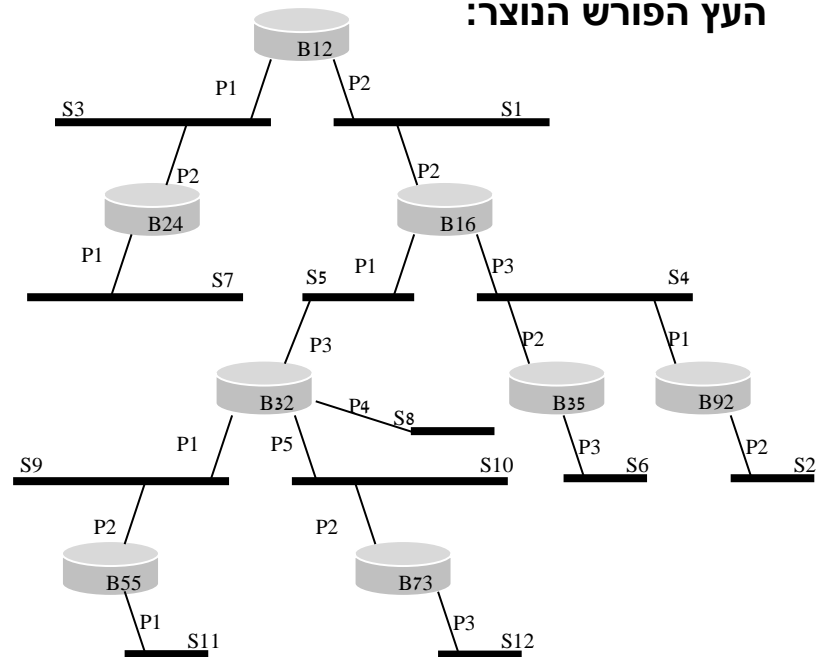
ומספר הרכיבים בו יהיה:

$$S_M = 2 \times N_{M-1} + c \times S_{M-1} = 2 \times N_{M-1} + c \times (2 \times N_{M-2} + c \times (2 \times N_{M-3} + c \times (\dots + 1)))$$

$$= 4 \times c^{M+1} \times \sum_{i=0}^M \frac{1}{2^i} + c^{M+1} = \frac{5 \times 2^{M-1} - 1}{2^{M-1}} \times c^{M+1}$$

5. עץ פורש

5.1.1 העץ הפורש הנוצר:



5.1.2 מרחק כל גשר מהשורש:

| שם הגשר | מרחק מגשר השורש | פורט השורש |
|---------|-----------------|------------|
| B12 | 0 | NULL |
| B24 | 1 | P2 |
| B16 | 1 | P2 |
| B32 | 2 | P3 |
| B35 | 2 | P2 |
| B92 | 2 | P1 |
| B55 | 3 | P2 |
| B73 | 3 | P2 |

5.1.3 הפורט המיועד:

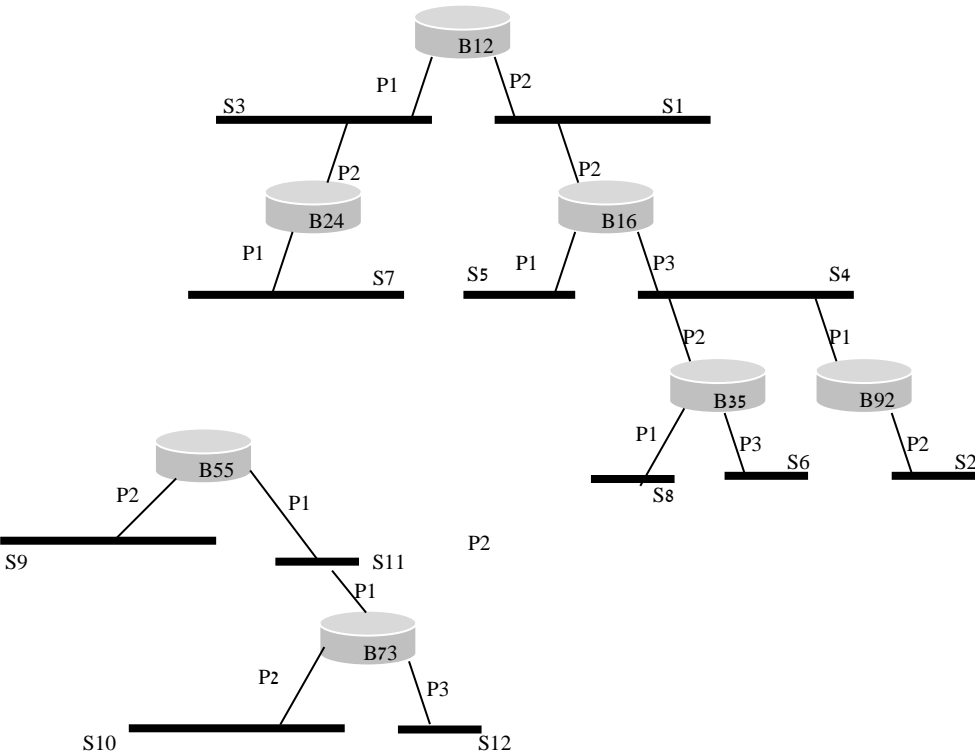
| שם הסגמנט | פורט מיועד |
|-----------|------------|
| S1 | P2 (B12) |
| S2 | P2 (B92) |
| S3 | P1 (B12) |
| S4 | P3 (B16) |
| S5 | P1 (B16) |

| | |
|----------|-----|
| P3 (B35) | S6 |
| P1 (B24) | S7 |
| P4 (B32) | S8 |
| P1 (B32) | S9 |
| P5 (B32) | S10 |
| P1 (B55) | S11 |
| P3 (B73) | S12 |

5.1.4. כל הגשרים מקדמים מסגרות.

5.1.5. כאשר B32 מתחזה לB16 לא משתנה כלום.

5.1.6. כאשר B32 תקול נוצרים שני עצים:



6. עץ פורש

6.1. כמובן. נתון כי הגשר שהתקלקל עלול להחזיר את החבילה לגשר ממנו נשלחה. זהו מסלול מעגלי.

6.2. כן. תקלה כזאת תגרום לחבילה להישלח שוב ושוב (כדוגמא קיצונית, חשבו על סגמנט אחד עם שני גשרים: גשר א' משדר על הסגמנט, ולכן גם ב', ואז א, שוב וחוזר חלילה). לכן התקשורת בכל הרשת תחסם לאחר שתשודר חבילה אחת.

6.3. כן. נניח כי המסלול E-D-C-B-A הוא מסלול בעץ הפורש, הגשר C הוא המקולקל, והודעה עוברת מ A ל E. בנוסף נניח כי קיים חיבור (שאינו חלק מהעץ הפורש) בין C ל A. עקב התקלה, ההודעה שמגיעה ל C ויעדה E נשלחת גם לגשר D וגם לגשר A. מגשר D היא מגיעה ליעדה, ואילו מגשר A היא נשלחת לאורך המסלול שוב כמו בהתחלה.