

# Логика высказываний

MP:  $\frac{A \rightarrow B, A}{B}$  Если  $A$ , то  $B$ .  $A$ . Следовательно  $B$ .  
Если сегодня вторник, то Яна пойдёт в вуз.  
Сегодня вторник. Следовательно, Яна пойдёт в вуз.

Аксиомы:

- ①  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- ②  $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$
- ③  $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

Секвенции

- ①  $(A \rightarrow B), (B \rightarrow C) \vdash A \rightarrow C$
- ②  $A \rightarrow (B \rightarrow C), B \vdash A \rightarrow C$
- ③  $\vdash \neg \neg A \rightarrow A$
- ④  $\vdash A \rightarrow \neg \neg A$
- ⑤  $\vdash A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$
- ⑥  $\vdash (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$
- ⑦  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$
- ⑧  $\vdash A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg (A \rightarrow B))$
- ⑨  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B)$

Правила

- R1:  $\frac{(A \rightarrow B), (B \rightarrow C)}{A \rightarrow C}$
- R2:  $\frac{A \rightarrow (B \rightarrow C), B}{A \rightarrow C}$
- R3:  $\frac{\neg \neg A}{A}$
- R4:  $\frac{A}{\neg \neg A}$
- R5:  $\frac{A, \neg A}{B}$
- R6:  $\frac{\neg A \rightarrow \neg B}{B \rightarrow A}$
- R7:  $\frac{A \rightarrow B}{\neg B \rightarrow \neg A}$
- R8:  $\frac{A, \neg B}{\neg (A \rightarrow B)}$
- R9:  $\frac{(A \rightarrow B), (\neg A \rightarrow B)}{B}$

$$A \vee B \equiv \neg A \rightarrow B$$

$$A \& B \equiv \neg (A \rightarrow \neg B)$$

Теорема дедукции

$$\Gamma, A \vdash B$$

$$\Gamma \vdash A \rightarrow B$$

$$A \vdash \Gamma \rightarrow B$$

Закон Де Моргана

$$\overline{(A \vee B)} \equiv \bar{A} \& \bar{B}$$

$$\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

Свойства конъюнкции

$$① A, B \vdash A \& B$$

$$② A \& B \vdash A, B$$

$$③ A \& B \vdash B \& A$$

Свойства дизъюнкции:

$$① A \vee B \vdash B \vee A$$

$$② A \vdash A \vee B; B \vdash A \vee B$$

$$③ \underbrace{A \vdash B} \Rightarrow \text{где } \forall \varphi: \varphi \vee A \vdash \varphi \vee B \text{ и } A \vee \varphi \vdash B \vee \varphi$$

Пример №1.  $(B \vee (A \vee C)) \vee A \rightarrow B \vee (A \vee C)$

Доказ-ть без исп. св-с гужности и т.д. Методом

$$(\neg(\neg B \rightarrow (\neg A \rightarrow C)) \rightarrow A) \rightarrow (\neg B \rightarrow (\neg A \rightarrow C))$$

1.  $\neg(\neg B \rightarrow (\neg A \rightarrow C)) \rightarrow A$  - ипомежа
2.  $\neg B$  - ипомежа
3.  $\neg A$  - ипомежа
4.  $\neg A \rightarrow \neg(\neg B \rightarrow (\neg A \rightarrow C))$  - КГ, (1)
5.  $\neg(\neg B \rightarrow (\neg A \rightarrow C))$  - МП, (4) и (3)
6.  $\neg B \rightarrow (\neg A \rightarrow C)$  - КЗ, (5)
7.  $\neg A \rightarrow C$  - МП, (6) и (2)
8.  $C$  - МП, (7) и (2)

И.о.  $\neg B \rightarrow (\neg A \rightarrow C), \neg B, \neg A \vdash C \Rightarrow$  <sup>применим закон</sup> <sub>теор. гужности</sub>  
 $\neg(\neg B \rightarrow (\neg A \rightarrow C)) \vdash \neg B \rightarrow (\neg A \rightarrow C)$

Пример №2.

$$\underbrace{(\neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow B))}_{\text{л.т.}} \Leftrightarrow \underbrace{\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C)}_{\text{п.т.}}$$

$\Delta \vdash \Pi$ :

1.  $\neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$  - ипомежа
2.  $\neg A$  - ипомежа
3.  $\neg B$  - ипомежа
4.  $\neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow C$  - КГ, (1)
5.  $\neg(\neg A \rightarrow B)$  - КЗ, (2) и (3)
6.  $C$  - МП, (4) и (5)

$$K8: \frac{A, \neg B}{\neg(A \rightarrow B)}$$

И.о.  $\neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow B), \neg A, \neg B \vdash C \Rightarrow$  <sup>прим.</sup> <sub>закон</sub> <sup>теор. гужности</sup>  
 $\neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow B) \vdash \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C), \text{ т.д.}$

$\Pi \vdash \Delta$ :

- $\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C) \vdash \neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$
1.  $\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C)$  - ипомежа
2.  $\neg C$  - ипомежа
3.  $\neg A$  - ипомежа
4.  $\neg B \rightarrow C$  - МП, (3) и (1)
5.  $\neg C \rightarrow B$  - КГ, (4)
6.  $B$  - МП, (5) и (2)

И.о.  $\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C), \neg C, \neg A \vdash B \Rightarrow$  <sup>закон</sup> <sub>теор. гужности</sub>  
 $\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C) \vdash \neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$

И.о.  $(\neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow B)) \Leftrightarrow (\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C))$

### Տիպաբեր N3 (սոց. օրենք) $\neg((x \rightarrow y) \vee (\neg y \rightarrow z)) \equiv (x \wedge \neg y) \wedge \neg z$

$$\neg(\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z)) \equiv ((x \wedge \neg y) \wedge \neg z)$$

Ուժի:

$$1. \neg(\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z)) - \text{սոց. օրենք}$$

$$2. \neg(x \rightarrow y) \wedge \neg(\neg y \rightarrow z) - \text{սոց. օրենք } (1), (2)$$

$$\text{Իրա } A := \neg(x \rightarrow y)$$

$$B := \neg(\neg y \rightarrow z)$$

$$3. \neg(x \rightarrow y) \wedge \neg(\neg y \rightarrow z)$$

$$4. \neg(\neg y \rightarrow z) - \text{սոց. օրենք } (2), (3)$$

$$5. x \wedge \neg y - \text{սոց. օրենք } (3), (4) \Rightarrow x, \neg y$$

$$6. \neg y \wedge \neg z - \text{սոց. օրենք } (4), (5) \Rightarrow \neg y, \neg z$$

$$7. \neg z - \text{սոց. օրենք } (6)$$

$$8. (x \wedge \neg y) \wedge \neg z - \text{սոց. օրենք } (7), (8)$$

$$\text{Դ.Օ. } \neg(\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z)) \vdash (x \wedge \neg y) \wedge \neg z, \text{ շ.մ.գ.}$$

Ուժի:

$$1. (x \wedge \neg y) \wedge \neg z - \text{սոց. օրենք}$$

$$2. x \wedge \neg y \wedge \neg z - \text{սոց. օրենք } (1), (2)$$

$$3. \neg z - \text{սոց. օրենք } (2), (3)$$

$$4. x \wedge \neg y - \text{սոց. օրենք } (2), (4)$$

$$5. \neg y \wedge \neg z - \text{սոց. օրենք } (4), (5)$$

$$6. \neg y \wedge \neg z - \text{սոց. օրենք } (5), (6)$$

$$7. \neg(\neg y \rightarrow z) - \text{սոց. օրենք } (6), (7)$$

$$8. x \wedge \neg y \wedge \neg z - \text{սոց. օրենք } (7), (8)$$

$$9. \neg(x \rightarrow y) - \text{սոց. օրենք } (8), (9)$$

$$10. \neg(x \rightarrow y) \wedge \neg(\neg y \rightarrow z) - \text{սոց. օրենք } (9), (10)$$

$$11. \neg(\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z)) - \text{սոց. օրենք } (10), (11)$$

$$\text{Դ.Օ. } (x \wedge \neg y) \wedge \neg z \vdash \neg(\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z))$$

$$\neg(\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z)) \equiv (x \wedge \neg y) \wedge \neg z$$

$$(*) \neg(A \rightarrow B) \vdash A \wedge \neg B$$

ճշտության և սխալության մ.օ կոնտրադիկցիա

$$\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$$

$$1. \neg(A \wedge \neg B) - \text{սոց. օրենք}$$

$$2. \neg(A \rightarrow \neg B) - \text{սոց. օրենք } (1), (2)$$

$$3. A \rightarrow \neg B - \text{ՌՅ, (2)}$$

$$4. B \rightarrow \neg B - \text{սոց. օրենք } (3)$$

$$5. A \rightarrow B - \text{ՌԴ, (3), (4)}$$

$$\text{Դ.Օ. } \neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$$

### Տիպաբեր N5 $(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$

$$\neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow C \equiv \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C)$$

Ուժի:

$$1. \neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow C - \text{սոց. օրենք}$$

$$2. \neg A - \text{սոց. օրենք}$$

$$3. \neg B - \text{սոց. օրենք}$$

$$4. \neg(\neg A \rightarrow B) - \text{ՌՅ, (2), (3)}$$

$$5. C - \text{ՄՔ, (4), (5)} \quad \text{շ.մ.գ.}$$

$$\text{Դ.Օ. } \neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow C, \neg A, \neg B \vdash C \Rightarrow \neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow C \vdash \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C)$$

Ուժի:

$$1. \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C) - \text{սոց. օրենք}$$

$$2. \neg C - \text{սոց. օրենք}$$

$$3. \neg A - \text{սոց. օրենք}$$

$$4. \neg B \rightarrow C - \text{ՄՔ}$$

$$5. \neg C \rightarrow B - \text{ՌԳ, (4)}$$

$$6. B - \text{ՄՔ, (5), (6)} \quad \text{շ.մ.գ.}$$

$$\text{Դ.Օ. } \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C), \neg C, \neg A \vdash B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C) \vdash \neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C) \vdash \neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow C; \text{ շ.մ.գ.}$$

Задание 4. (из задачи 1)  $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

$$A \wedge (\neg B \rightarrow C) \equiv (A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg C)$$

$\Delta \vdash \Pi$ :

- |   |  |
|---|--|
| 1. $A \wedge (\neg B \rightarrow C)$ - assumption     | 5. $\neg B$ - MP, (2) & (3)                            |
| 2. $A \rightarrow \neg B$ - assumption                | 6. $C$ - MP, (5) & (4)                                 |
| 3. $A$  | 7. $A \wedge C$ - no cl-by $\wedge$ , (6) & (3)        |
| 4. $\neg B \rightarrow C$ } cl-bo $\rightarrow$ , (1) | 8. $\neg(A \rightarrow \neg C)$ - no imp. $\neg$ , (7) |

И.о.  $A \wedge (\neg B \rightarrow C), A \rightarrow \neg B \vdash \neg(A \rightarrow \neg C)$  м.г.

$\Rightarrow A \wedge (\neg B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg C)$ , з.м.г.

$\Pi \vdash \Delta$ :

- $\neg(A \wedge B) \rightarrow (A \wedge C)$  - assumption
  - $\neg A \rightarrow \neg(A \wedge B)$  - cl-bo  $\rightarrow$
  - $\neg B \rightarrow \neg(A \wedge B)$  - cl-bo  $\rightarrow$
  - $\neg A \rightarrow (A \wedge C)$  - R1, (1) & (2)
  - $A \wedge C \rightarrow A, C$  - cl-bo  $\rightarrow$
  - $\neg A \rightarrow A$  - R1, (5) & (4)
  - $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$  - no imp. гуженкички ( $A \vee A = A$ )
  - $A$  - MP, (6) & (7)
  - $\neg B \rightarrow (A \wedge C)$  - R1, (3) & (1)
  - $\neg B \rightarrow C$  - R1, (9) & (8)
  - $A \wedge (\neg B \rightarrow C)$  - no cl-by  $\wedge$ , (10) & (8)
- И.о.  $\neg(A \wedge B) \rightarrow (A \wedge C) \vdash A \wedge (\neg B \rightarrow C)$ , з.м.г.

## Пример №6 $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

$\Pi \vdash \Pi$ :

Воспользуемся контрапозицией, т.е. выведем отрицание л.з. из л.л.

- $$\neg(A \vee B \wedge C) \vdash ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$$
- $$\neg A \wedge (\neg B \vee \neg C) \vdash (\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge \neg C) - \text{по з. ДМ}$$
- $$\neg A \wedge (B \rightarrow \neg C) \vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg C)$$
1.  $\neg A \wedge (B \rightarrow \neg C)$  - гипотеза
  2.  $\neg A \rightarrow B$  - гипотеза
  3.  $\neg A$  } по сд-вы  $\wedge$ , (1)
  4.  $B \rightarrow \neg C$  }
  5.  $B$  - МР, (2) и (3)
  6.  $\neg C$  - МР, (4) и (5)
  7.  $\neg A \wedge \neg C$  - по сд-вы  $\wedge$ , (3) и (6)
- И.о.  $\neg A \wedge (B \rightarrow \neg C), \neg A \rightarrow B \vdash \neg A \wedge \neg C \Rightarrow$  м.з.  
 $\Rightarrow \neg A \wedge (B \rightarrow \neg C) \vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg C), \text{т.м.з.}$

$\Pi \vdash \Pi$ :

- $$(A \vee B) \wedge (A \vee C) \vdash A \vee (B \wedge C)$$
- $$(\neg A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow C) \vdash \neg A \rightarrow (B \wedge C)$$
1.  $(\neg A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow C)$  - гипотеза
  2.  $\neg A$  - гипотеза
  3.  $\neg A \rightarrow B$  } по сд-вы  $\wedge$ , (1)
  4.  $\neg A \rightarrow C$  }
  5.  $B$  - МР, (3) и (2)
  6.  $C$  - МР, (4) и (2)
  7.  $B \wedge C$  - по сд-вы  $\wedge$ , (5) и (6)
- И.о.  $(\neg A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow C), \neg A \vdash B \wedge C \Rightarrow$  м.з.  
 $\Rightarrow (\neg A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow C) \vdash \neg A \rightarrow (B \wedge C)$

Пример №7.  $((A \wedge \neg B) \rightarrow (B \vee \neg C)) \equiv (\neg A \vee (B \vee \neg C))$   
 $(\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C)) \equiv (A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C))$

$\Pi \vdash \Pi$ :

1.  $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C)$  - assumption
2.  $A$  - assumption
3.  $\neg B$  - assumption
4.  $\neg(A \rightarrow B)$  - K8, (2) и (3)
5.  $\neg B \rightarrow \neg C$  - MP, (4) и (1)
6.  $\neg C$  - MP, (3) и (5)

И.о.  $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C), A, \neg B \vdash \neg C \Rightarrow$  <sup>здесь  
применяем  
м.г.</sup>  
 $\Rightarrow \neg(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C) \vdash A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C)$

$\Pi \vdash \Pi$ :

1.  $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C)$  - assumption
2.  $A \wedge \neg B$  - assumption
3.  $A$  } по об-б.з., (2)
4.  $\neg B$  }
5.  $\neg B \rightarrow \neg C$  - MP, (4) и (3)
6.  $\neg C$  - MP, (4) и (5)

И.о.  $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C), A \wedge \neg B \vdash \neg B \rightarrow \neg C \Rightarrow$  <sup>м.г.</sup>  
 $\Rightarrow A \vdash (\neg B \rightarrow \neg C) \vdash (A \wedge \neg B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg C), \text{з.м.г.}$

Пример №9  $(\neg(\neg x \rightarrow \neg y) \vee (y \rightarrow z)) \vdash \neg((x \wedge y) \wedge \neg z)$

•  $(\neg(\neg x \rightarrow \neg y) \vee (y \rightarrow z)) \vdash (\neg(x \wedge y) \vee \neg \neg z)$  - г. ДН.

•  $(\neg(\neg x \rightarrow \neg y) \vee (y \rightarrow z)) \vdash \neg \neg(x \wedge y) \rightarrow \neg \neg z$

1.  $\neg(\neg x \rightarrow \neg y) \vee (y \rightarrow z)$  - assumption

2.  $\neg \neg(x \wedge y)$  - assumption

3.  $x \wedge y$  - R3, (2)

4.  $x$

5.  $y$

R5:  $\frac{A, \neg A}{B}$

6.  $\neg \neg x$  - R4, (4)

7.  $\neg \neg x \rightarrow (\neg x \rightarrow \neg y)$  - ссб. 5 нм  $A := \neg \neg x$

$B := \neg y$

8.  $\neg x \rightarrow \neg y$  - MP, (7) и (6)

9.  $(\neg x \rightarrow \neg y) \rightarrow (y \rightarrow z)$  - по шк. логическим (A ∨ B = ¬A → B)

10.  $y \rightarrow z$  - MP, (9) и (8)

11.  $z$  - MP, (15) и (10)

12.  $\neg \neg z$  - R4, (11)

$\neg(\neg x \rightarrow \neg y) \vee (y \rightarrow z), \neg \neg(x \wedge y) \vdash \neg \neg z$

Применяем теор. рассуждений, получаем:

$\neg(\neg x \rightarrow \neg y) \vee (y \rightarrow z) \vdash \neg \neg(x \wedge y) \vdash \neg \neg z$

Пример №10  $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$

$\neg A \rightarrow \neg((A \rightarrow B) \rightarrow A)$

1.  $\neg A$  - assumption

2.  $\neg A \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg)$  - ссб 5

3.  $\neg \neg A \rightarrow B$  - MP, (2) и (1)

4.  $A \rightarrow \neg \neg A$  - ссб 4

5.  $A \rightarrow B$  - R1, (4) и (3)

6.  $\neg((A \rightarrow B) \rightarrow A)$  - R8, (5) и (1)

$\neg A \vdash \neg((A \rightarrow B) \rightarrow A)$ , з.м.г.



### Задание №1

Доказать в теории L:

$$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$A \wedge (\neg B \rightarrow C) \equiv (A \wedge B) \rightarrow (A \wedge C)$$

Плн:

1.  $A \wedge (\neg B \rightarrow C)$  - конъюнкция

2.  $A$  - чл-во ф, (1)

3.  $\neg B \rightarrow C$  - чл-во ф, (1)

4.  $A \rightarrow \neg B$  - конъюнкция

5.  $\neg B$  - МП, (4) и (2)

6.  $C$  - МП, (3) и (5)

Плн:

1.  $\neg(A \wedge B) \rightarrow (A \wedge C)$  - конъюнкция

2.  $\neg A \rightarrow \neg(A \wedge B)$  - чл-во ф

3.  $\neg B \rightarrow \neg(A \wedge B)$  - чл-во ф

4.  $\neg A \rightarrow (A \wedge C)$  - Р1, (2) и (1)

5.  $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$  - чл-во  $\vee$

6.  $A \wedge C \rightarrow A, C$  - чл-во ф

7.  $\neg A \rightarrow A$  - Р1, (6) и (4)

8.  $A$  - МП, (7) и (5)

9.  $\neg B \rightarrow (A \wedge C)$ , Р1, (1) и (3)

10.  $\neg B \rightarrow C$  - Р1, (6) и (9)

### Задание №2

Доказать в м.л.:

$$\neg((x \rightarrow y) \vee (\neg y \rightarrow z)) \equiv (x \wedge \neg y) \wedge \neg z$$

$$\neg(\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z)) \equiv (x \wedge \neg y) \wedge \neg z$$

Плн:

1.  $\neg(\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z))$  - конъюнкция

2.  $\neg(x \rightarrow y) \wedge (\neg y \rightarrow z)$  - по омп. ф. и м.л.  $A := \neg(x \rightarrow y)$ , (1)

3.  $\neg(x \rightarrow y)$  - чл-во ф, (2)

4.  $\neg(\neg y \rightarrow z)$  - чл-во ф, (2)

5.  $x \wedge \neg y$  - по омп. ф. и м.л.  $A := x$ , (3)

6.  $\neg y \wedge \neg z$  - по омп. ф. и м.л.  $B := \neg y$ , (4)

7.  $x \wedge \neg y$  - по омп. ф. и м.л.  $B := \neg z$ , (6)

8.  $\neg y$  - по омп. ф. и м.л. (5)

9.  $\neg z$  - по омп. ф. и м.л. (8)

10.  $x \wedge \neg y$  - по омп. ф. и м.л. (7) и (9)

11.  $(x \wedge \neg y) \wedge \neg z$  - по омп. ф. и м.л. (10) и (9)

Плн:

1.  $(x \wedge \neg y) \wedge \neg z$  - конъюнкция

2.  $x \wedge \neg y$  - чл-во ф, (1)

3.  $\neg z$  - чл-во ф, (1)

4.  $x$  - чл-во ф, (2)

5.  $\neg y$  - чл-во ф, (2)

6.  $\neg(x \rightarrow y)$  - Р1, (4) и (5)

7.  $\neg(\neg y \rightarrow z)$  - Р1, (5) и (6)

$$\neg(\neg(x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z)) \equiv (x \wedge \neg y) \wedge \neg z$$

### Задание №4

$$\neg z \rightarrow (\neg x \rightarrow y) \equiv (x \vee \neg y) \vee z$$

$$\neg z \rightarrow (\neg x \rightarrow y) \equiv \neg(x \rightarrow y) \rightarrow z$$

Плн:

1.  $\neg z \rightarrow (\neg x \rightarrow y)$  - конъюнкция

2.  $\neg(x \rightarrow y) \rightarrow z$  - Р1, (1)

Плн:

1.  $\neg(x \rightarrow y) \rightarrow z$

2.  $\neg z \rightarrow \neg(\neg x \rightarrow y)$  - Р1, (1)

3.  $\neg(\neg x \rightarrow y) \rightarrow (\neg x \rightarrow y)$  - чл-во ф

4.  $\neg z \rightarrow (\neg x \rightarrow y)$  - Р1, (3) и (2)

### Задание №6

Доказать в м.л.:

$$(\neg(\neg x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z)) \equiv (x \vee \neg y) \vee z$$

$$(\neg(\neg x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z)) \equiv \neg(\neg x \rightarrow y) \rightarrow z$$

Плн:

1.  $\neg(\neg x \rightarrow y) \rightarrow (\neg y \rightarrow z)$  - конъюнкция

2.  $\neg(\neg x \rightarrow y)$  - конъюнкция

3.  $\neg y \rightarrow z$  - МП, (1) и (2)

4.  $\neg x \wedge \neg y$  - по омп. ф. и м.л. (2)

5.  $\neg y$  - по омп. ф. и м.л. (4)

6.  $\neg z$  - МП, (3) и (5)

Плн:

1.  $\neg(\neg x \rightarrow y) \rightarrow z$  - конъюнкция

2.  $\neg(\neg x \rightarrow y)$  - конъюнкция

3.  $\neg z$  - МП, (1) и (2)

4.  $\neg z \rightarrow (\neg y \rightarrow z)$  - чл-во ф

5.  $\neg z \rightarrow y$  - МП, (1) и (4)

6.  $\neg z \rightarrow \neg z$  - чл-во ф

7.  $\neg z \rightarrow y$  - Р1, (6) и (5)

8.  $\neg y \rightarrow z$  - Р1, (7) и (6)

### Задание №5

Доказать в м.л.:  $\neg z \rightarrow \neg(x \rightarrow y) \equiv x \vee (\neg y \vee z)$

$$\neg z \rightarrow \neg(x \rightarrow y) \equiv \neg x \rightarrow (\neg y \rightarrow z)$$

Плн:

1.  $\neg z \rightarrow \neg(x \rightarrow y)$  - конъюнкция

2.  $\neg x$  - конъюнкция

3.  $\neg y$  - конъюнкция

4.  $\neg x \wedge \neg y$  - чл-во ф, (2) и (3)

5.  $(\neg x \wedge \neg y) \rightarrow z$  - Р1, (4) и (1)

6.  $\neg z$  - МП, (5) и (4)

Плн: //  $(\neg x \rightarrow y)$

1.  $\neg x \rightarrow (\neg y \rightarrow z)$  - конъюнкция

2.  $\neg z$  - конъюнкция

3.  $\neg x$  - конъюнкция

4.  $\neg y \rightarrow z$  - МП, (1) и (3)

5.  $\neg z \rightarrow \neg y$  - Р1, (4) и (2)

6.  $\neg y \rightarrow z$  - Р1, (5) и (4)

7.  $\neg z$  - МП, (6) и (5)

### Задание №7

Используя законы:  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \vee (A \rightarrow C)) \vee B)$

I.  $A \rightarrow B$  - посылка

- преобр. в КМФ:  $\neg A \vee B$

II.  $(C \vee (A \rightarrow C)) \vee B$  - закон включения

- отрицание законности:

$$\neg((C \vee (A \rightarrow C)) \vee B) = \neg(C \vee (A \rightarrow C)) \wedge \neg B = \neg C \wedge \neg(A \rightarrow C) \wedge \neg B$$

$$= \neg C \wedge A \wedge \neg C \wedge \neg B = \neg C \wedge A \wedge \neg B$$

III. 1.  $\neg A \vee B$  - посылка

2.  $\neg C$

3.  $A$  - из отриц. законности

4.  $\neg B$

5.  $B$  - (4) и (3)

6.  $\emptyset$  - (4) и (5)

# Задание № 10 (16)

Метод резолюции:

$$A \rightarrow (B \rightarrow C) \equiv (A \wedge B) \rightarrow C // \neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C$$

I.  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$  - посылка,  $\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C$  - закон.

Преобразуем посылку в КНФ

$$A \rightarrow (B \rightarrow C) = \neg A \vee \neg B \vee C$$

Отрицание заключения:

$$\neg(\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C) = \neg(A \rightarrow \neg B) \wedge \neg C =$$

$$= A \wedge B \wedge \neg C$$

$$1) A$$

$$2) B$$

$$3) \neg C$$

$$4) \neg A \vee \neg B \vee C - \text{из посылки}$$

$$5) \neg B \vee C - \text{из (4) и (1)}$$

$$6) C - \text{из (2) и (5)}$$

$$7) \emptyset - \text{из (3) и (6)}$$

ПТН:

①  $A \wedge B \rightarrow C$  - посылка

$$\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C = (A \rightarrow \neg B) \vee C =$$

$$= \neg A \vee \neg B \vee C$$

②  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$  - заключение

$$\neg(B \wedge \neg C \wedge A)$$

Отрицание заключения:  $B \wedge \neg C \wedge A$

③ 1.  $\neg A \vee \neg B \vee C$  - посылка

$$2. B$$

$$3. \neg C \quad \text{из заключения}$$

$$4. A$$

$$5. \neg B \vee C - (4) \text{ и } (1)$$

$$6. C - (5) \text{ и } (2)$$

$$7. \emptyset - (6) \text{ и } (3)$$

$$\begin{array}{l} A \rightarrow (B \rightarrow C) \\ \neg(B \rightarrow C) \rightarrow \neg A \\ (B \wedge \neg C) \rightarrow \neg A \\ \neg(B \wedge \neg C) \rightarrow \neg \neg A \\ \neg(B \wedge \neg C \wedge A) \\ \text{отр.} \Rightarrow B \wedge \neg C \wedge A \end{array}$$