

# LU-разложение в разреженной матрице

**Команда:** Линейная комбинация

**Состав:** Бышков Олег, Аксенов Павел, Нифонтов Даниил, Волков Артем

# Идея

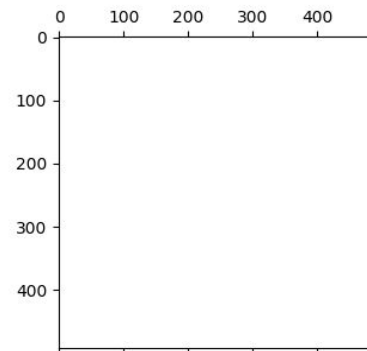
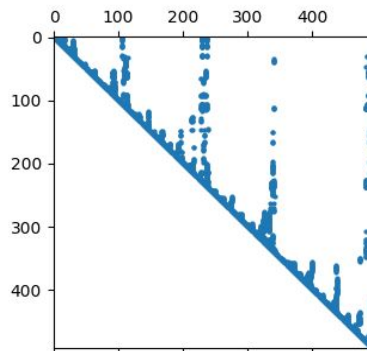
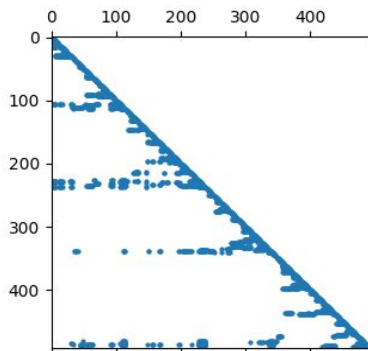
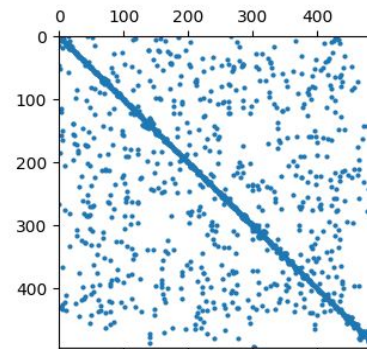
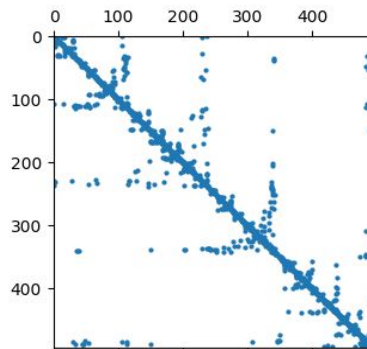
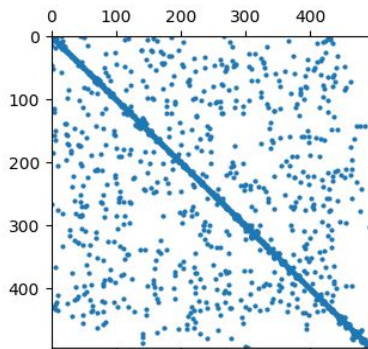
Необходимо найти перестановку, которая как можно лучше сохранит факторы разреженными

Рассматриваемые методы:

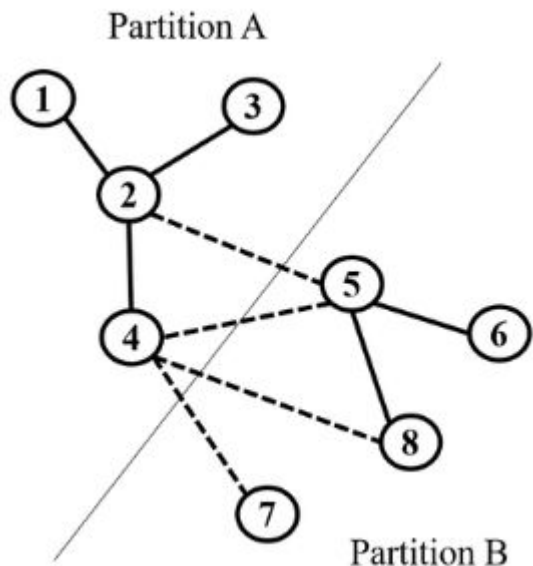
- спектральное разбиение через лапласиан графа
- итеративные перестановки - алгоритм Кернигана-Лина
- многоуровневая рекурсивная бисекция

# Спектральное разбиение

time decomposition [s] = 2.8, dataset: 494x494 vertexes, nnz = 1666, method: spectral\_partitioning



# Алгоритм Кернигана-Лина



Алгоритм балансировки разбиения графа:  
инициализация  
считаются величины:

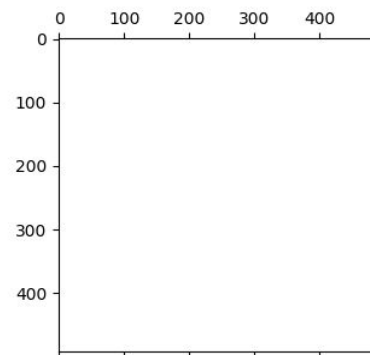
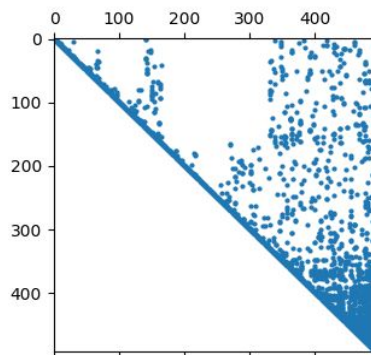
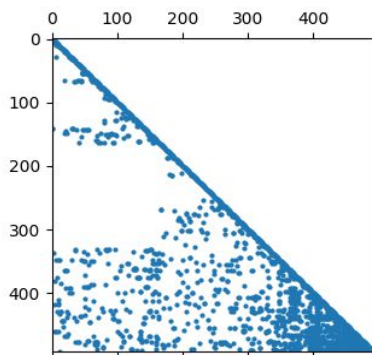
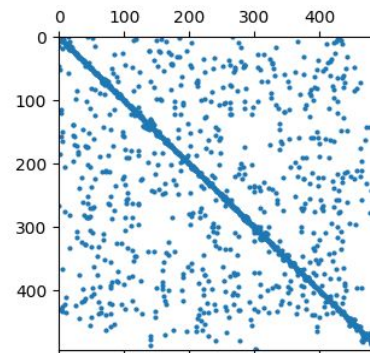
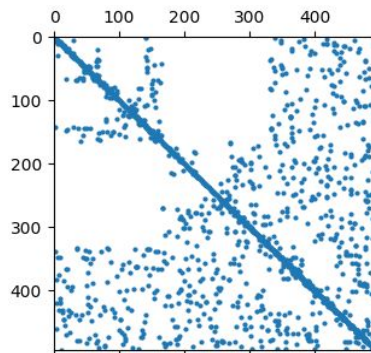
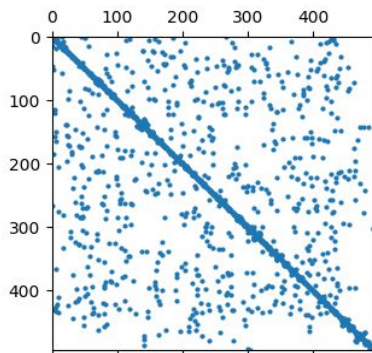
$$D_s = E_s - I_s$$

$$T_{old} - T_{new} = D_a + D_b - 2c_{a,b}$$

серией операций обменов между  
элементами А и В достигается  
максимизация снижения числа рёбер  
между разбиениями

# Итеративные перестановки

time decomposition [s] = 1.9, dataset: 494x494 vertexes, nnz = 1666, method: kernighan\_lin



# Многоуровневая рекурсивная бисекция

Phase 1: Coarsening phase

Phase 2: Partitioning phase

Phase 3: Uncoarsening phase

# Многоуровневая рекурсивная бисекция

## 3 Phases

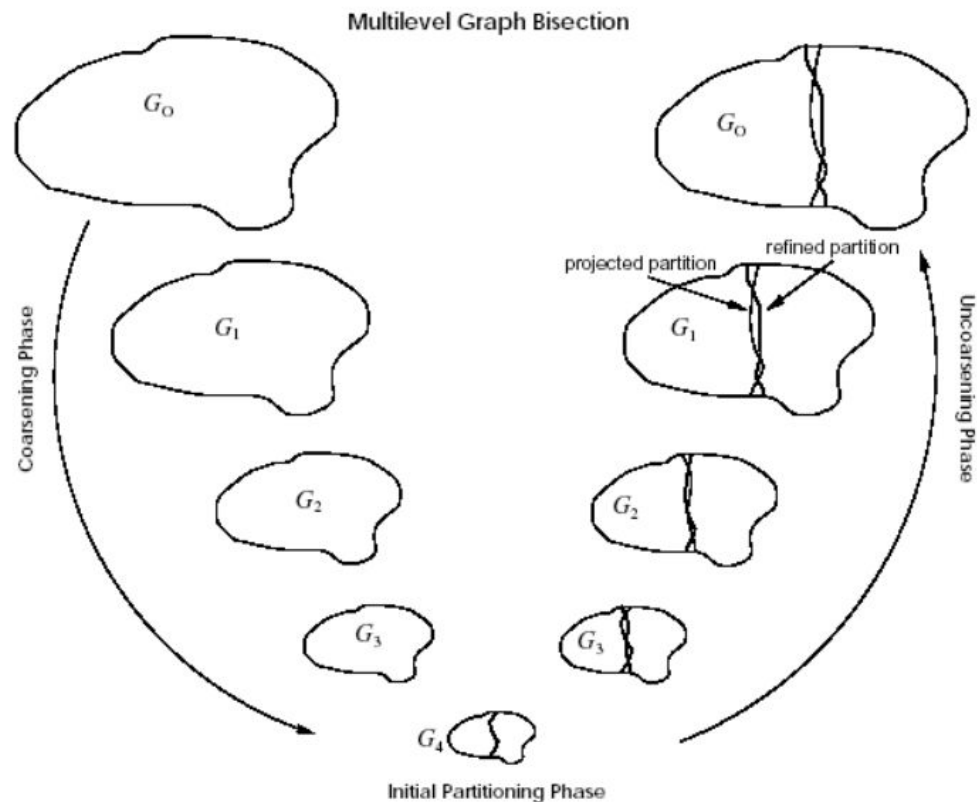
### Coarsen

maximal matchings

### Partition

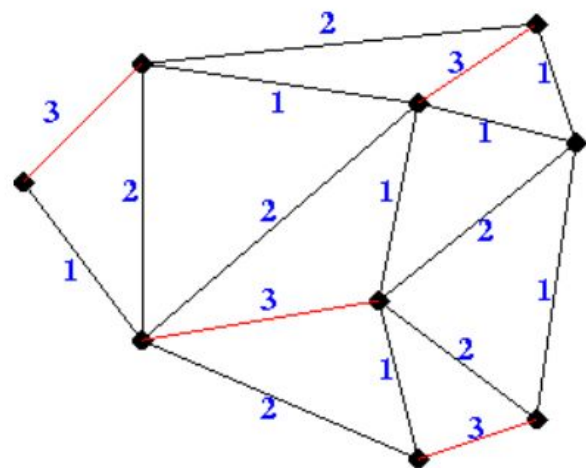
### Uncoarsen

Refinement



# Многоуровневая рекурсивная бисекция

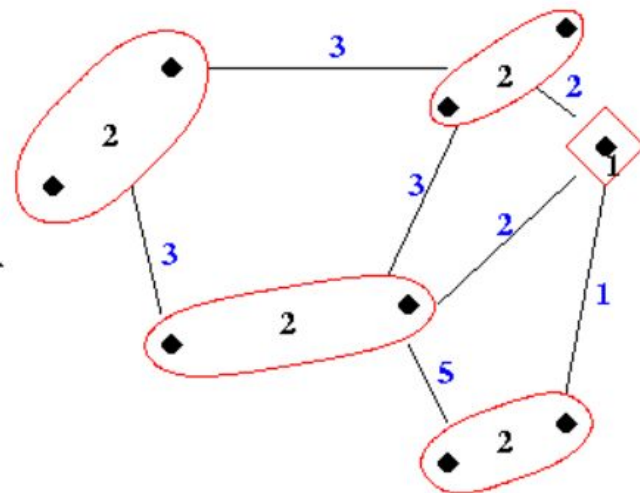
## How to coarsen a graph using a maximal matching



$G = (N, E)$

$E_m$  is shown in red

Edge weights shown in blue



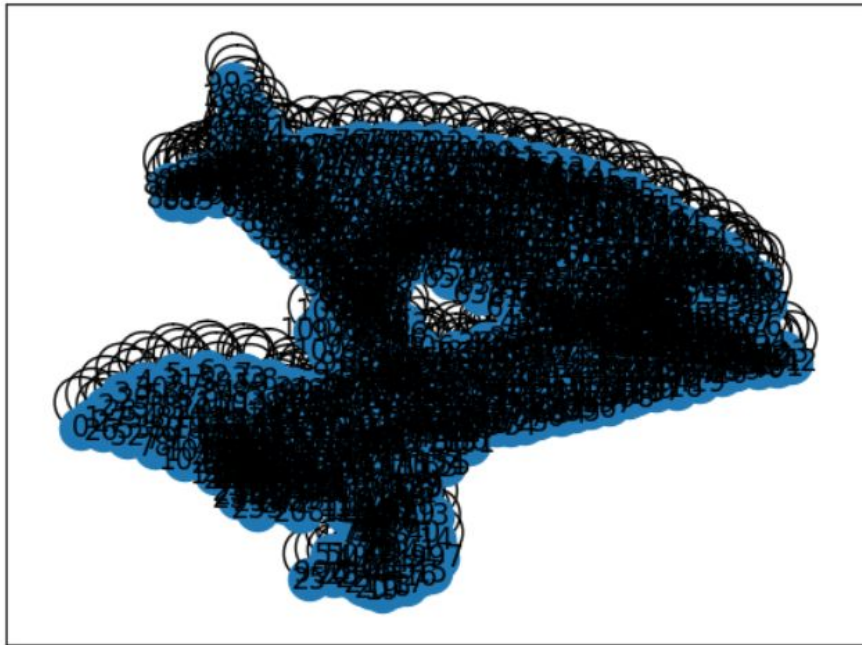
$G_c = (N_c, E_c)$

$N_c$  is shown in red

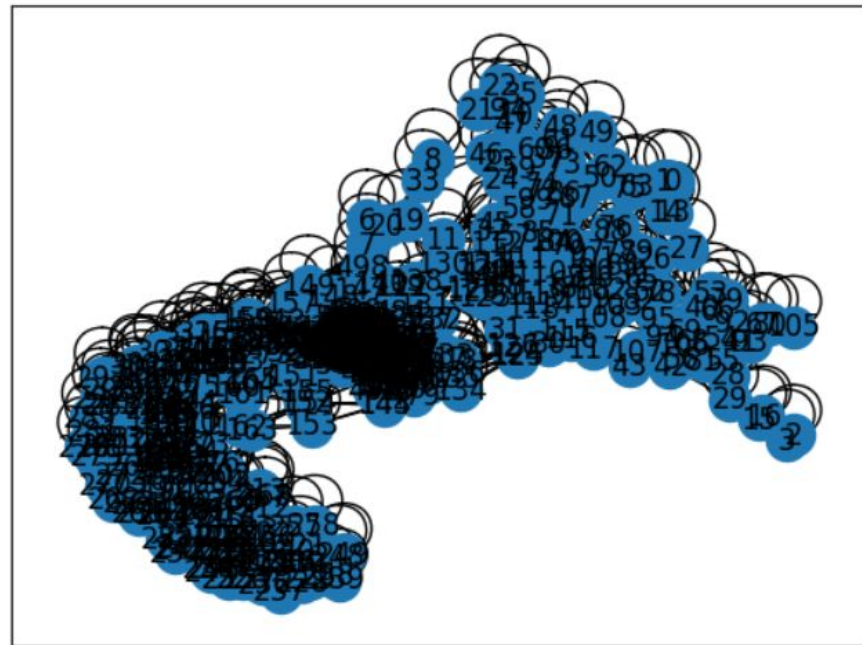
Edge weights shown in blue



# Многоуровневая рекурсивная бисекция



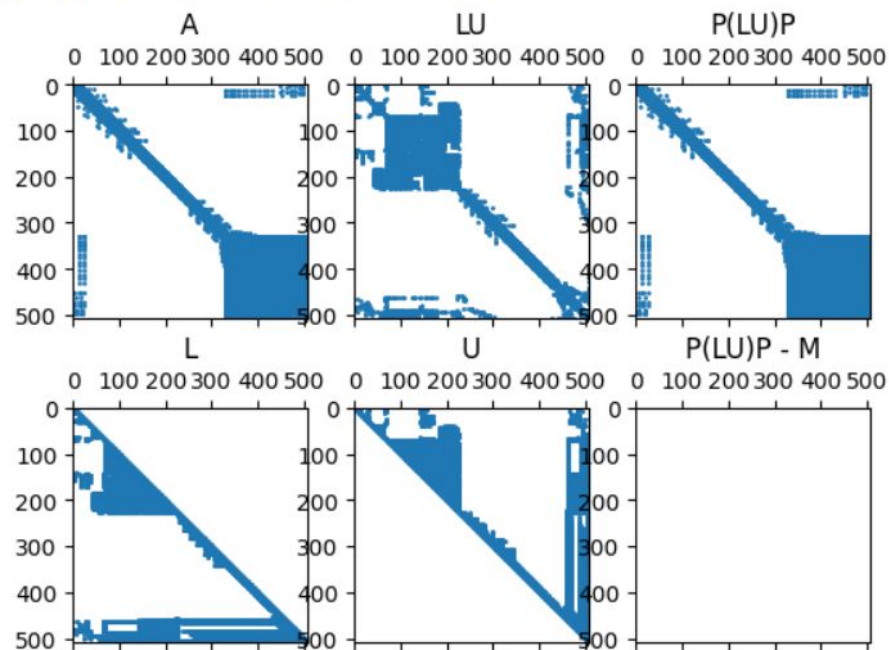
1007



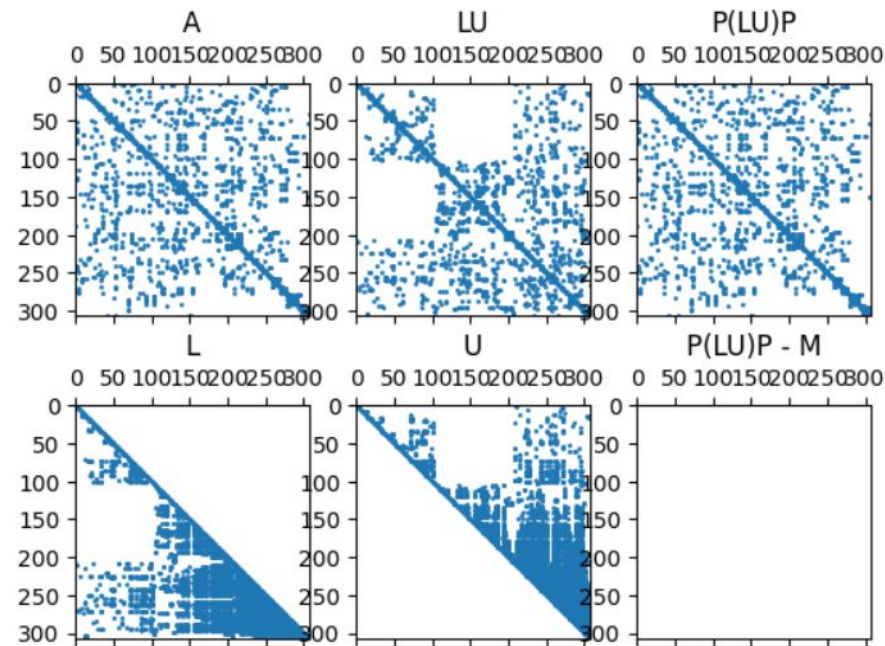
508

# Многоуровневая рекурсивная бисекция

```
(508, 508)
time decomposition [s] = 25.06765103340149
(508, 508)
(508, 508)
norm(A) = 153.88307249337075
norm(LU) = 133.40164916521834
norm(P(LU)P - M) = 9.915297683065175e-13
```



```
(308, 308)
time decomposition [s] = 7.323505401611328
(308, 308)
(308, 308)
norm(A) = 57524.86841468627
norm(LU) = 80.09993757800315
norm(P(LU)P - M) = 2.3914872539071964e-14
```



## Многоуровневая рекурсивная бисекция

датасет:	время:	точность:
arc 130 (130x130)	0.69	$4.6 \cdot 10^{-10}$
494_bus (494x494)	7.32	$2.4 \cdot 10^{-14}$
dwt_1007 (1007x1007)	25.07	$9.9 \cdot 10^{-13}$

# Сравнение подходов

Исходная матрица 1007 x 1007

лапласиан:

```
time decomposition [s] = 38.30822563171387
norm(A) = 153.88307249337075
norm(LU) = 153.88307249337075
norm(P(LU)P - A) = 2.5470925065205442e-14
```

Керниган-Лин:

```
time decomposition [s] = 78.29443883895874
norm(A) = 153.88307249337075
norm(LU) = 153.88307249337075
norm(P(LU)P - A) = 3.77938383108656e-14
```

бисекция:

```
(508, 508)
time decomposition [s] = 25.06765103340149
(508, 508)
(508, 508)
norm(A) = 153.88307249337075
norm(LU) = 133.40164916521834
norm(P(LU)P - M) = 9.915297683065175e-13
```

Ссылка на Github:

<https://github.com/Acool4ik/LU-decomposition-in-sparse-matrix/tree/master>