Log Worksheet ۹۹۳۱۰۵۹ امیرحسین کاشانی

1. If $\log_{100} x = y$, express $\log_{10} x^3$ in terms of y?

$\log_{100} x = y \rightarrow x = 100^y \rightarrow x^3 = 100^{3y} \rightarrow \log_{10} x^3 = (\log_{10} 100) \times 3y \Rightarrow$

$\boxed{\log_{10} x^3 = 6y}$

2. Prove that $\log(n!) = O(n \log n)$.

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$

$n^n = n \times n \times \dots \times n$

برای هر ستون

$1 \leq c_1 n$, $2 \leq c_1 n$, …, $n \leq c_n n$ به ازای همه $c_1 \geq 1$ $\Rightarrow n! \leq n^n$

$\Downarrow$

$\boxed{\log n! \leq \log(n^n)}$

هر عنصر n^n از $n!$ بزرگتر است ★

3. Prove that $\log(n!) = \Omega(n \log n)$ (difficult).

$\log(n!) = \log(n) + \log(n-1) + \log(n-2) + \dots + \log(n/2) + \dots \log(1)$ (the first $n/2$ terms)

$= \Omega\left(\frac{n}{2} \log\left(\frac{n}{2}\right)\right) = \Omega(n \log(n)) = \Omega(\log(n^n))$ ★

با توجه به سوال ۲ و ★ $\Longrightarrow \log(n!) = \Theta(\log(n^n))$