

# 期末复习

司继春

上海对外经贸大学统计与信息学院

1. 统计学分为 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_ 两部分。
2. 统计推断分为 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_ 两部分。
3. 参数估计分为 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_。
4. 直方图适用于哪一类数据 \_\_\_\_\_。
5. 两个独立的卡方分布之和为 \_\_\_\_\_ 分布。
6. 若  $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ , 那么  $\sum_{i=1}^N X_i \sim$ \_\_\_\_\_。
7. 若  $\psi(x)$  为凹函数, 则  $E(\psi(x))$ \_\_\_\_\_  $\psi(Ex)$ 。(  $>, \geq, <, \leq, =$  )
8. 如果分布左偏, 则样本均值 \_\_\_\_\_ 样本中位数。(  $>, \geq, <, \leq, =$  )
9. 显著性水平  $\alpha$  是指犯第 \_\_\_\_\_ 类错误的概率。
10. 若一组样本  $x_i, i = 1, \dots, 500, \bar{x} = 5, \overline{x^2} = 15000$ , 那么样本方差  $s^2 =$ \_\_\_\_\_。
11. 评价估计量通常有哪些准则? 其定义分别是?
12. 若测得一组身高数据为: 173, 169, 178, 165, 174, 182, 168, 176, 170, 177, 假设身高服从正态分布, 求:
  - (a) 样本均值与样本方差;
  - (b) 根据以上身高数据是否可以认为平均身高为 175?
  - (c) 写出平均身高的 95% 的置信区间。
  - (d) 对原假设  $H_0: \mu = 175$  在  $\alpha = 5\%$  的显著性水平下, 进行假设检验。
13. 已知 Beta 分布的密度函数为:

$$f(x|\alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}$$

若一组 i.i.d 样本  $x_i, i = 1, \dots, N$  服从 Beta 分布, 求 Beta 分布的充分统计量。

14. 假设一组独立同分布样本  $x_i, i = 1, 2, \dots, N$ ,  $x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 求:
  - (a) 参数  $\mu, \sigma^2$  的矩估计;
  - (b) 参数  $\mu, \sigma^2$  的极大似然估计;
  - (c) 证明矩估计是无偏估计;
  - (d) 证明极大似然估计是一致估计。
  - (e) 求  $\hat{\mu}$  的极限分布 (渐进分布)。
  - (f) 求  $\hat{\mu}$  的 95% 的置信区间。
15. 假设一组独立同分布样本  $x_i, i = 1, 2, \dots, N$ ,  $x_i \sim LN(\mu, \sigma^2)$ , 即  $\ln x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 求:
  - (a) 若参数  $\sigma^2 = 1$ , 求  $\mu$  的矩估计;
  - (b) 求  $x_i$  的密度函数;
  - (c) 求参数  $\mu, \sigma^2$  的极大似然估计;
  - (d) (a) 中矩估计是否是无偏估计?
  - (e) 证明矩估计是一致估计。
  - (f) 求  $\hat{\mu}$  的极限分布 (渐进分布)。
16. 如果样本  $x_i \sim Ber(p)$  i.i.d,  $i = 1, \dots, N$ , 设原假设为  $H_0: p = 0.5$ , 请问:
  - (a) 该假设检验的备择假设是什么?
  - (b) 该假设检验的检验统计量是什么?
  - (c) 该假设检验的拒绝域是什么?
  - (d) 请写出该假设检验的势函数 (power function)。