1. Cel ćwiczenia
   Na laboratorium tworzyliśmy generatory liczb pseudolosowych. Ćwiczenie miało nas zaznajomić z metodami otrzymywania tych liczb pseudolosowych różnymi sposobami.
2. Opis problemu
   2.1. Rozkład jednorodny
   Na zajęciach mieliśmy wygenerować $n = 10^4$ liczb pseudolosowych używając generatora mieszanego, o zadanych parametrach:
   a) $a = 123, c = 1, m = 2^{15}$
   b) $a = 69069, c = 1, m = 2^{32}$
   2.2. Rozkład normalny
   Wykorzystując utworzony generator mieszany mieliśmy wygenerować liczby pseudolosowe o rozkładzie normalnym dla danych parametrów:
   - $\mu = 0.2$
   - $\sigma = 0.5$

   2.3. Testowanie generatora o rozkładzie $N(\mu, \sigma)$ według danej instrukcji.
3. Teoria
   3.1. Generator mieszany
   Liczby pseudolosowe przy użyciu generatora mieszanego tworzymy na podstawie wzoru:

$$x_{i+1} = (ax_i + c) \, mod \, m$$

   3.2. Rozkład normalny
   Funkcję gęstości prawdopodobieństwa dla rozkładu normalnego liczymy według wzoru:

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right),$$

gdzie μ to wartość oczekiwana, a σ to odchylenie standardowe. Tę funkcję potrzebujemy do obliczenia dystrybuanty:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)dy.$$

W celu numerycznego wyznaczenia dystrybuanty przekształcamy:

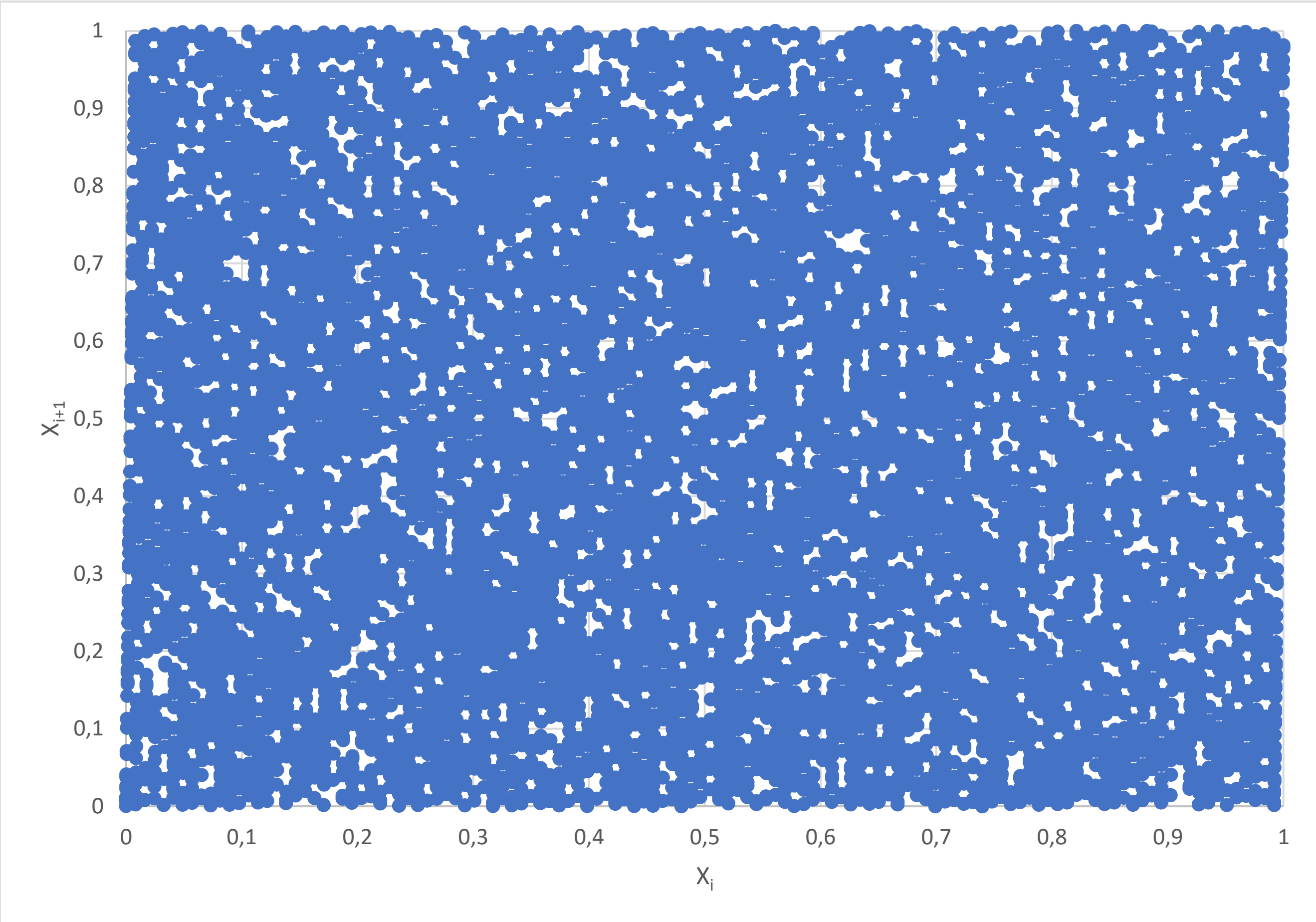
$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)dy = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dy$$

$$F(x) = 1 - \frac{1}{2} erfc(x') = \frac{1 + \mathrm{erf}(x')}{2},$$

gdzie *erf(x)* to funkcja błędu, a *erfc(x)* to dopełnienie tej funkcji.

4. Wyniki
   4.1. Rozkład jednorodny
   4.1.1. Parametry $a = 123, c = 1, m = 2^{15}$

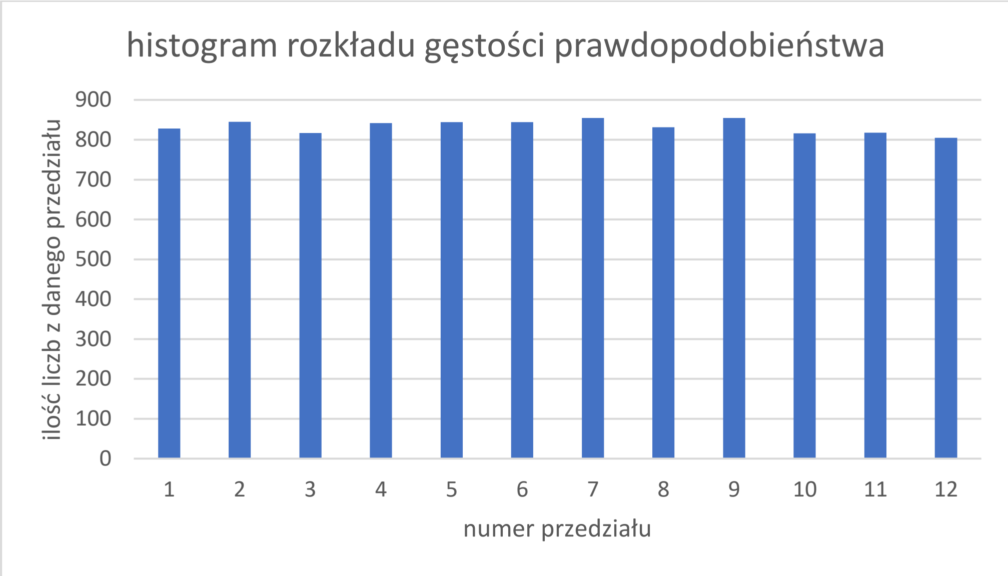
4.1.1.1. Rysunek $X_{i+1} = f(X_i)$



4.1.1.2. Rozkład gęstości prawdopodobieństwa

Podział na 12 równych podprzedziałów – wyznaczenie długości jednego przedziału:

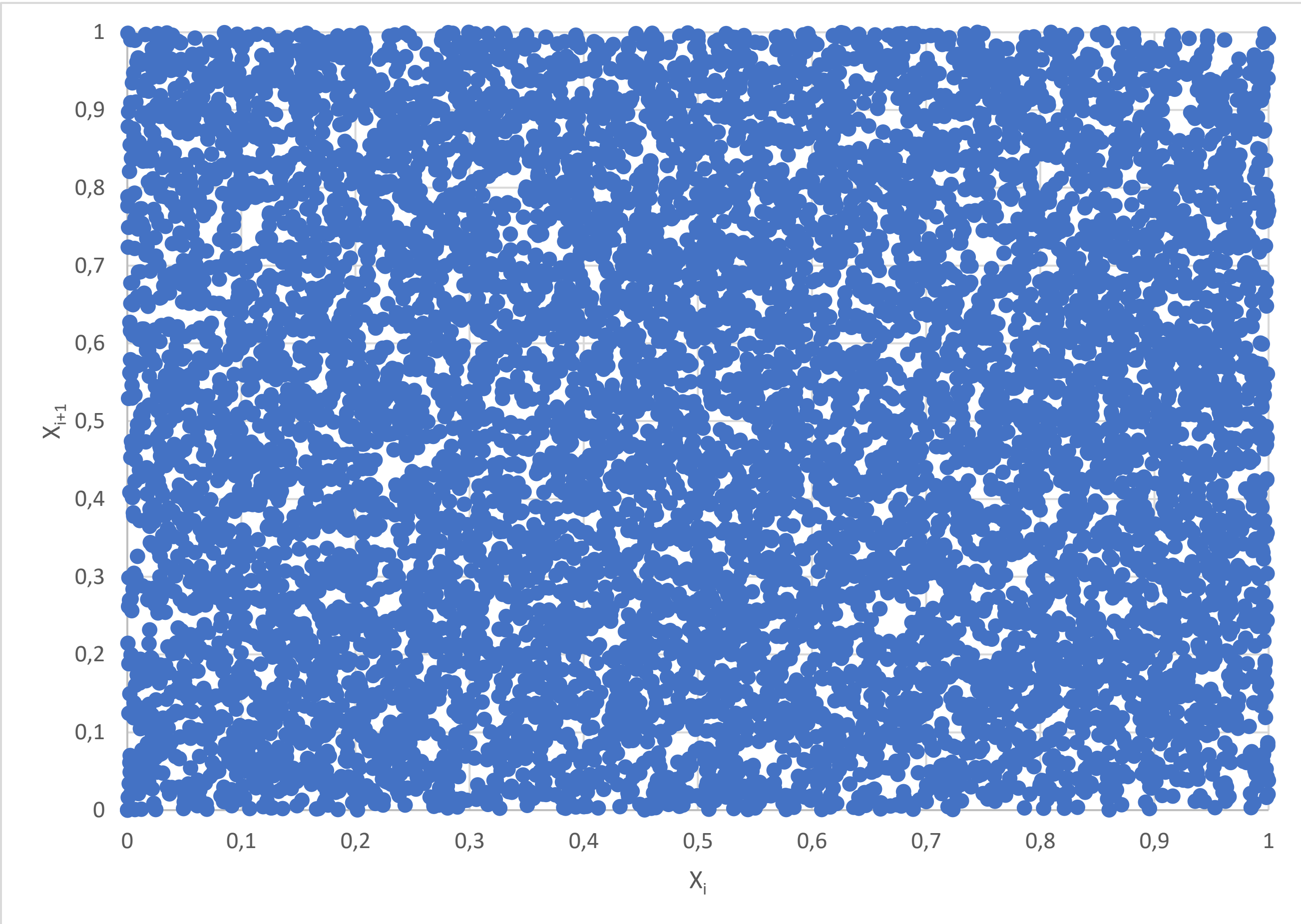
$dlugosc = \frac{b-a}{K}$, co dla naszego przypadku $dlugosc = \frac{1}{12}$



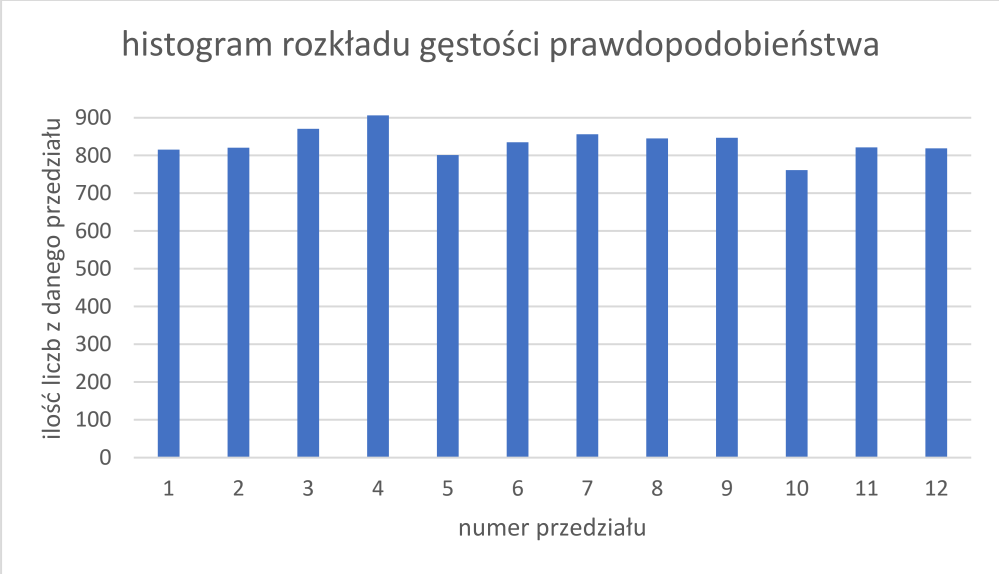
μ = 0,498215 – wartość oczekiwana dla tego przypadku
σ = 0,2871772 – odchylenie standardowe dla danego przypadku

4.1.2. Parametry *a = 69069, c = 1, m =* 2^{32}

4.1.2.1. Rysunek $X_{i+1} = f(X_i)$



4.1.2.2. Rozkład gęstości prawdopodobieństwa



μ = 0,50034 – wartość oczekiwana dla tego przypadku
σ = 0,290114– odchylenie standardowe dla danego przypadku

4.1.3. Porównanie generatorów

Patrząc na otrzymane rysunki, można zauważyć, że dla drugiego przypadku jest więcej „plam"; można by stwierdzić, że pierwszy generator jest lepszy, jednak jest to za mała próba aby to jednoznacznie stwierdzić.

4.2. Rozkład normalny

4.2.1. Średnia arytmetyczna uzyskanego rozkładu normalnego

$\mu_n = 0,601559$

4.2.2. Wariancja i odchylenie standardowe

$\sigma^2 = 0,088975$

$\sigma_n = 0,298287$