**LAPORAN TUGAS BESAR 1**

**IF2123-K02 ALJABAR LINIER**

**DAN GEOMETRI**

**SEMESTER I 2022-2023**

**Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya**

Disusun oleh:

Kelompok 12 (KANI)

Ammar Rasyad Chaeroel 13521136

Edia Zaki Naufal Ilman 13521141

Bintang Dwi Marthen 13521144



**PROGRAM STUDI**

**TEKNIK INFORMATIKA**

**SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO**

**DAN INFORMATIKA**

**INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG 2022**

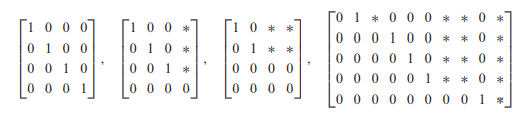
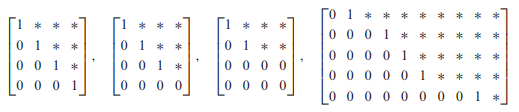
1. **DESKRIPSI MASALAH**

Sistem Persamaan Linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Ada berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan (*x* = *A-1b*), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan *n* peubah dan *n* persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

Di dalam tugas besar 1 ini, mahasiswa diminta untuk membuat satu atau lebih *library* aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan *n* peubah dan *n* persamaan). Selanjutnya, *library* tersebut digunakan di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi, dan persoalan regresi.

1. **TEORI SINGKAT**

Metode eliminasi Gauss dan metode eliminasi Gauss-Jordan merupakan beberapa cara menyelesaikan SPL dengan menggunakan matriks. Kedua metode tersebut dapat digunakan untuk menyelesaikan SPL yang besar karena dapat diimplementasikan pada program komputer sehingga komputasinya dilakukan oleh komputer. Metode eliminasi Gauss secara sekilas merupakan proses perubahan matriks *augmented* menjadi matriks eselon baris melalui penerapan Operasi Baris Elementer (OBE) yang kemudian dilanjutkan dengan penyulihan mundur. Di lain sisi, metode eliminasi Gauss-Jordan merupakan proses perubahan matriks *augmented* menjadi matriks eselon baris tereduksi. Metode eliminasi Gauss-Jordan terdiri atas dua fase: fase maju (perubahan menjadi matriks eselon baris (sama dengan metode eliminasi Gauss) ) dan fase mundur (merubah matriks eselon baris yang telah didapatkan menjadi matriks eselon baris tereduksi).



Gambar 2.1 Matriks Eselon Baris

Gambar 2.2 Matriks Eselon Baris Tereduksi

Berikut merupakan contoh penyelesaian SPL empat variabel menggunakan metode Gauss dan metode Gauss-Jordan:

Setelah mendapatkan matriks eselon baris, dapat dilakukan penyulihan mundur untuk mendapatkan nilai dari *x1*, *x2*, *x3*, dan *x4*.

Untuk menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan, dapat dilanjutkan fase mundurnya karena fase maju dari metode eliminasi Gauss-Jordan adalah metode eliminasi Gauss.

Dari metode Gauss-Jordan didapatkan nilai dari *x1* adalah -1, nilai dari *x2* adalah 0, nilai dari *x3* adalah 1, dan nilai dari *x4* adalah 2. Melalui metode eliminasi Gauss maupun Gauss-Jordan, didapatkan nilai yang sama.

Matriks memiliki suatu properti kuantitatif yang disebut dengan determinan. Determinan dapat digunakan untuk menentukan matriks balikan dari suatu matriks. Ide utama dari penentuan determinan suatu matriks adalah ekspansi kofaktor. Matriks kofaktor dari matriks M merupakan matriks yang untuk setiap elemen pada baris *i* dan kolom *j*, merupakan minor *Mi,j*(determinan dari sub-matriks dengan baris *i* dan kolom *j* dihapus) dari matriks M dikalikan dengan *(-1)i+j*. Setelah didapatkan matriks kofaktor maka determinan dari suatu matriks dengan *m* baris dan *n* baris adalah

dengan *ai,j*merupakan elemen matriks pada baris *i* dan kolom *j* dan *Ci,j* adalah elemen dari matriks kofaktor pada baris *i* dan kolom *j*.

Sebelum melihat contoh ekspansi kofaktor untuk matriks berukuran 3×3 atau lebih, dapat dibuktikan konsep dari ekspansi kofaktor untuk matriks berukuran 2×2 terlebih dahulu. Perlu diperhatiakan untuk suatu matriks berukuran 1×1, maka determinan dari matriks tersebut adalah elemen satu-satunya dari matriks tersebut. Berikut merupakan contoh aplikasi konsep ekspansi kofaktor untuk pencarian determinan matriks 2×2:

dapat diperhatikan bahwa hasil dari determinan matriks 2×2 tersebut sama dengan rumus determinan matriks 2×2 pada umumnya.

Berikut merupakan contoh pencarian determinan dari matriks 3×3 dengan menggunakan ekspansi kofaktor:

Salah satu aplikasi dari determinan selain menentukan matriks balikan (yang akan dibahas kemudian) adalah menyelesaikan SPL *n* peubah dengan *n* persamaan. Penyelesaian SPL dengan konsep determinan disebut dengan kaidah Cramer. Secara singkat, penyelesaian SPL *Ax = b* dengan kaidah Cramer adalah sebagai berikut:

dengan *An* adalah matriks A yang kolom ke-n ditukarkan dengan elemen-elemen matriks b.

Selain determinan, terdapat salah satu properti aljabar dari matriks yaitu balikan. Dalam aritmetika, untuk setiap bilangan bukan nol *x* maka akan adasuatu bilangan *x -1* yang ketika dikalikan dengan *x* akan menghasilkan satu. Begitu pula dengan matriks, akan tetapi hasil kali dari suatu matriks dengan matriks balikannya akan menghasilkan matriks identitas ( *AA-1=I* dan *A-1­­A=I* ).

Salah satu cara menentukan matriks balikan adalah menggunakan matriks kofaktor dan determinan yang telah dibahas sebelumnya. Rumus untuk menentukan matriks balikan dari suatu matriks A:

Melalui persamaan tersebut, didapati bahwa ketika determinan dari matriks A adalah nol maka matriks A tidak memiliki balikan (*non-invertible*). Selain itu, transpose dari matriks kofaktor disebut dengan matriks adjoin.

Selain menggunakan determinan, balikan dari suatu matriks dapat ditemukan dengan menggunakan OBE dan matriks *augmented*. Untuk mencari matriks balikan menggunakan metode ini, maka dari matriks *augmented* [*A | I*] harus diubah menjadi [*I | A-1*]. Berikut merupakan contoh untuk mencari suatu matriks balikan dari matriks 3×3 menggunakan metode ini:

Salah satu implementasi dari SPL adalah interpolasi polinomial. Interpolasi polinomial merupakan suatu metode untuk menginterpolasikan suatu fungsi polinomial dari pola data yang ada. Suatu fungsi polinomial memiliki bentuk standar *f(x) = a0 + a1 x + a2 x2 + … + an xn*. Perlu diperhatikan kembali bahwa untuk sistem persamaan dengan *n* peubah, dibutuhkan setidaknya *n* persamaan untuk mendapatkan solusi eksak. Berikut merupakan contoh interpolasi polinomial:

Terdapat suatu polinomial pangkat tiga yang melalui titik-titik berikut: (1,3), (2,-2), (3,-5), dan (4,0). Tentukan fungsi dari polinomial tersebut!

Interpolasi polinomial merupakan interpolasi untuk data 1D. Akan tetapi, terdapat suatu jenis interpolasi untuk data 2D yaitu *bicubic interpolation*. *Bicubic interpolation* umumnya digunakan untuk pembesaran citra (peningkatan resolusi). Dalam *bicubic interpolation*, diperlukan nilai-nilai dari titik yang bersebelahan dari titik-titik *normalization*. Sehingga suatu persamaan 4 titik akan menjadi persamaan 16 titik saat menggunakan *bicubic interpolation*. Berikut merupakan contoh penerapan *bicubic interpolation*:

Terdapat suatu pemodelan untuk interpolasi persamaan *f(x,y)* sebagai berikut:

*Normalization* : *f(0,0), f(1,0),f(0,1),* dan *f(1,1)*

*Model* : ; *x = -1,0,1,2*

*Solve* : *aij*

Selain interpolasi polinomial, regresi linier berganda juga dapat digunakan untuk memprediksikan suatu nilai. Pada metode ini, diperlukan setidaknya persamaan yang memiliki (*x1, x2, x3,…,xk, y)*. Metode regresi linier berganda menggunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression*:

.

.

.

Setelah SPL tersebut diselesaikan, maka didapatkan nilai-nilai dari *b0, b1, b2, …, bk*. Dengan adanya nilai untuk setiap *b* maka dapat dilakukan penyulihan ke persamaan umum dari regresi linier untuk mendapatkan nilai yang ingin diprediksi. Berikut merupakan persamaan umum dari regresi linier:

1. **IMPLEMENTASI PUSTAKA DAN PROGRAM DALAM JAVA**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit.

1. **EKSPERIMEN**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit.

1. **KESIMPULAN, SARAN, DAN REFLEKSI**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit.

1. **Referensi**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit.