

# Divide and Conquer

Truong Ngoc Tuan

# Nội dung

---

- ❑ Ý tưởng chia để trị
- ❑ Lược đồ chung
- ❑ Merge sort
- ❑ Binary Search
- ❑ Quick sort

# Nội dung

---

- ❑ Ý tưởng chia để trị
- ❑ Lược đồ chung
- ❑ Merge sort
- ❑ Binary Search
- ❑ Quick sort

# Ý tưởng chia để trị



Ngày xưa...



Một hôm...



Các người con...



Người cha bèn...



Bốn người con cũng nói...

# Ý tưởng chia để trị

---

- ❑ Bài học từ cuộc sống: chia nhỏ bó đũa để dễ bẻ hơn
- ❑ Ý tưởng cơ bản: chia nhỏ bài toán lớn thành các bài toán con để có thể tìm lời giải dễ dàng hơn

# Ý tưởng chia để trị

---

- ❑ Là một phương pháp được áp dụng rộng rãi
- ❑ Giải các bài toán con theo cùng 1 cách thức
- ❑ “Tổng hợp” lời giải các bài toán con để có được kết quả bài toán ban đầu

➡ Tư tưởng chung: **Chia để trị**

# Nội dung

---

- ❑ Ý tưởng chia để trị
- ❑ **Lược đồ chung**
- ❑ Merge sort
- ❑ Binary Search
- ❑ Quick sort

# Lược đồ chung

---

## □ Lược đồ chung

### ■ Chia:

- Chia tập hợp các đối tượng của bài toán thành bài toán con “độc lập”
- Tiếp tục chia bài toán con cho đến khi có thể giải trực tiếp (không cần, hoặc không thể chia nhỏ được nữa)

### ■ Trị:

- Trên các bài toán con thực hiện cùng một cách thức: chia nhỏ nếu cần hoặc giải trực tiếp

### ■ Tổng hợp:

- Khi mỗi bài toán con được giải, tổng hợp để có kết quả bài toán ban đầu



# Lược đồ chung

---

Gọi  $R$  là miền dữ liệu

```
void D_and_C(R) {  
    if (R đủ nhỏ) {  
        giải bài toán  
    } else {  
        chia R thành  $R_1 \dots R_m$   
        for (i=1; i<=m; i++)  
            D_and_C( $R_i$ )  
        Tổng hợp kết quả  
    }  
}
```

# Nội dung

---

- ❑ Ý tưởng chia để trị
- ❑ Lược đồ chung
- ❑ Merge sort
- ❑ Binary Search
- ❑ Quick sort

# Merge Sort

---

## □ Bài toán

- Cho mảng gồm  $n$  phần tử  $A[1..n]$ , sắp xếp mảng  $A$  theo thứ tự tăng dần

# Merge Sort

---

## □ Ý tưởng

- Nếu có hai dãy  $a$  và  $b$  đã được sắp xếp, tiến hành trộn hai dãy này thành dãy  $c$  đã được sắp xếp
- Nếu chia nhỏ mảng cần sắp xếp thành các đoạn 1 phần tử thì nó là đoạn được sắp xếp
- Tiến hành ghép các đoạn nhỏ thành các đoạn lớn đã được sắp xếp

# Merge Sort

---

## □ Cài đặt

```
MERGE_SORT (S, C) {  
    if (S.size() > 1) {  
        (S1, S2) ← partition(S, n/2)  
  
        MERGE_SORT(S1, C)  
        MERGE_SORT(S2, C)  
  
        S ← MERGE(S1, S2)  
    }  
}
```

# Merge Sort

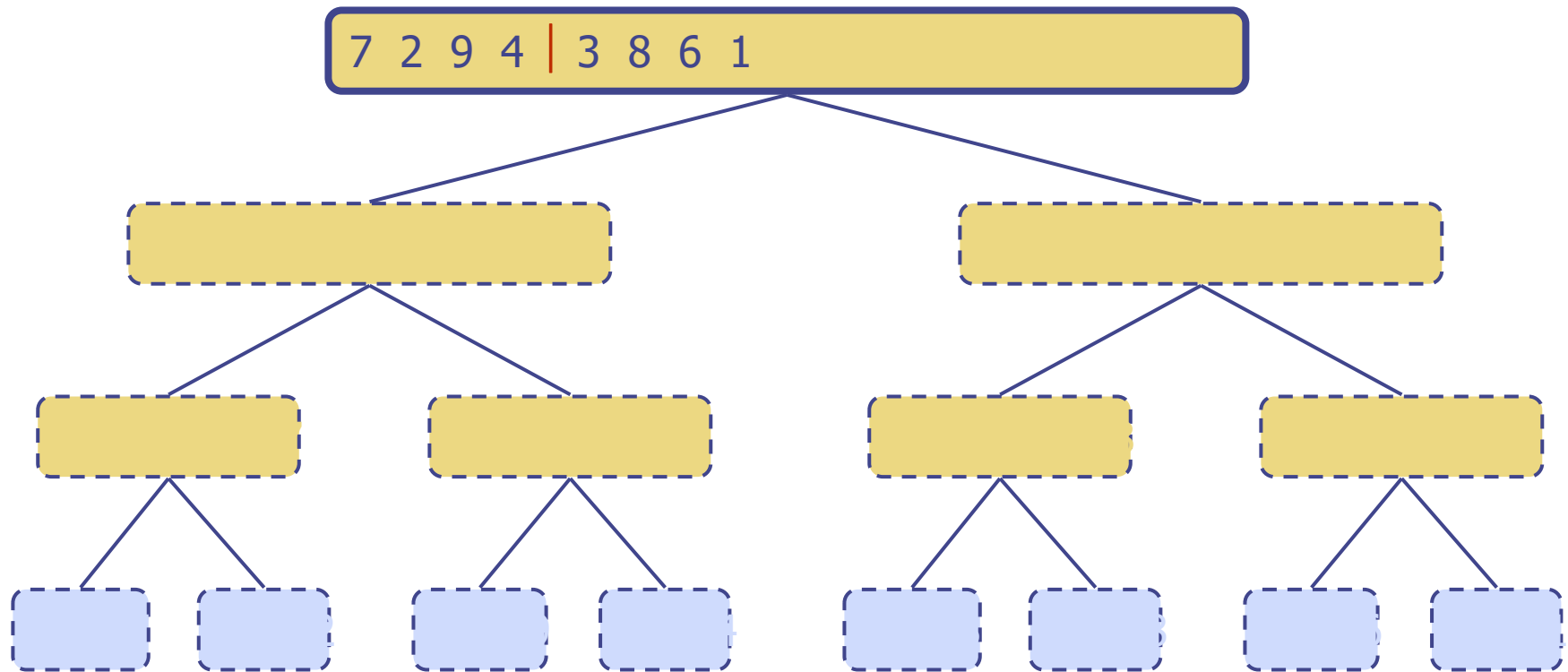
---

```
MERGE (A, B) {  
    while (!A.empty() || !B.empty())  
        if (A.front() < B.front())  
            S.addBack(A.front()); A.eraseFront();  
        else  
            S.addBack(B.front()); B.eraseFront();  
    while (!A.empty())  
        S.addBack(A.front()); A.eraseFront();  
    while (!B.empty())  
        S.addBack(B.front()); B.eraseFront();  
  
    return S;  
}
```

# Merge Sort

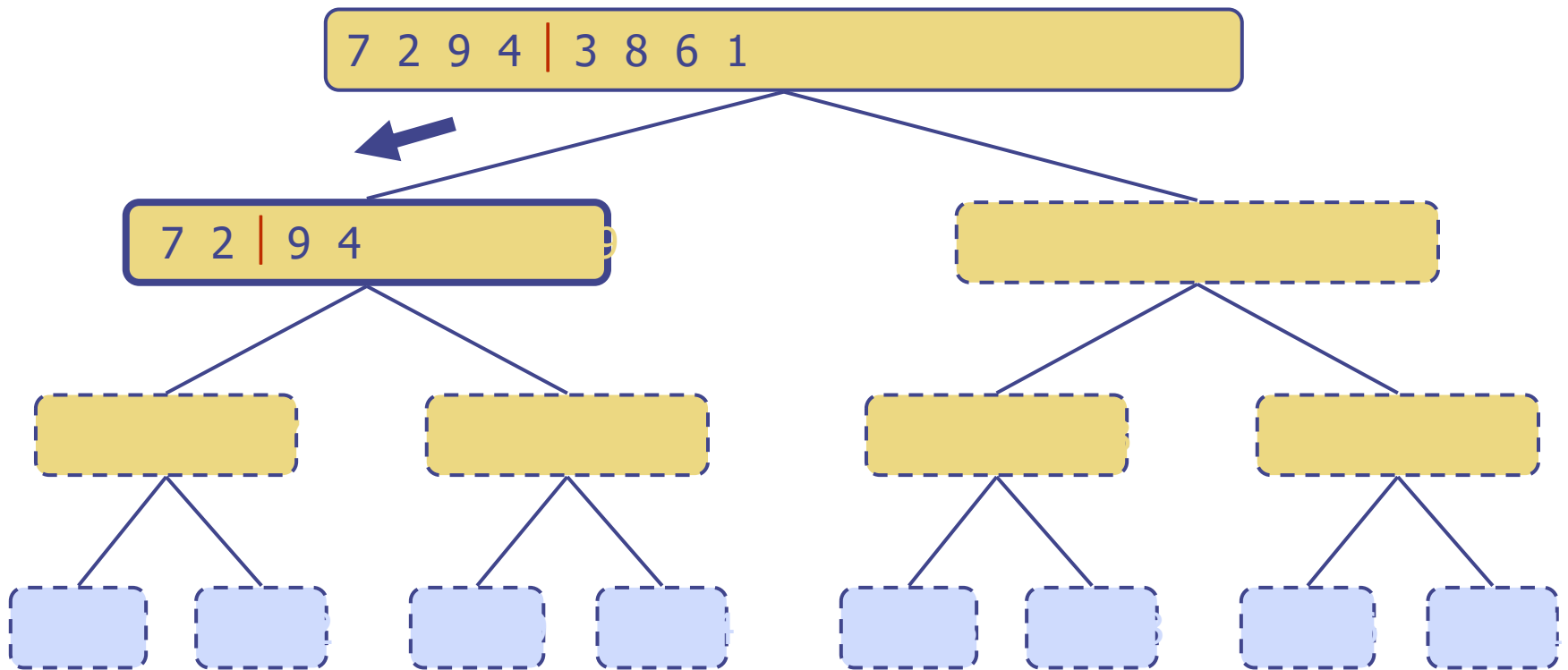
---

## □ Partition



# Merge Sort

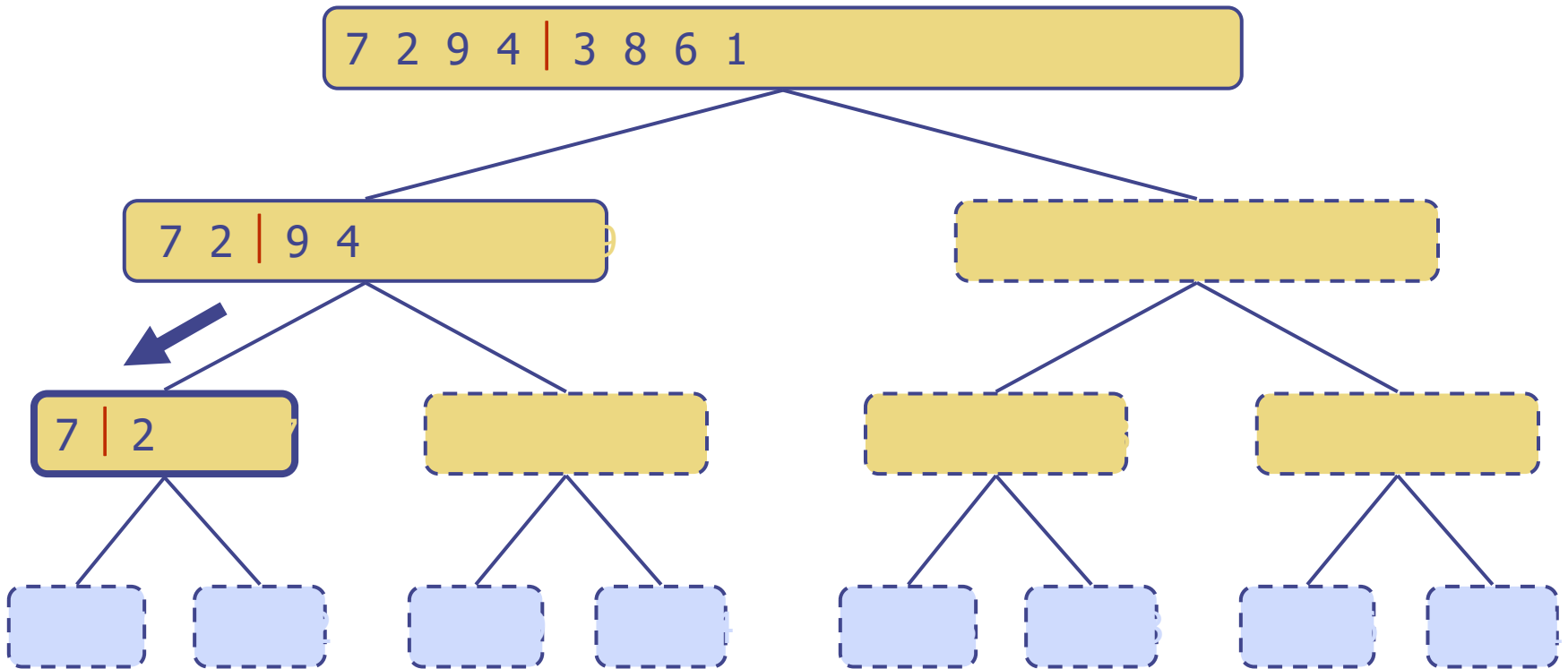
## ❑ Recursive call, partition





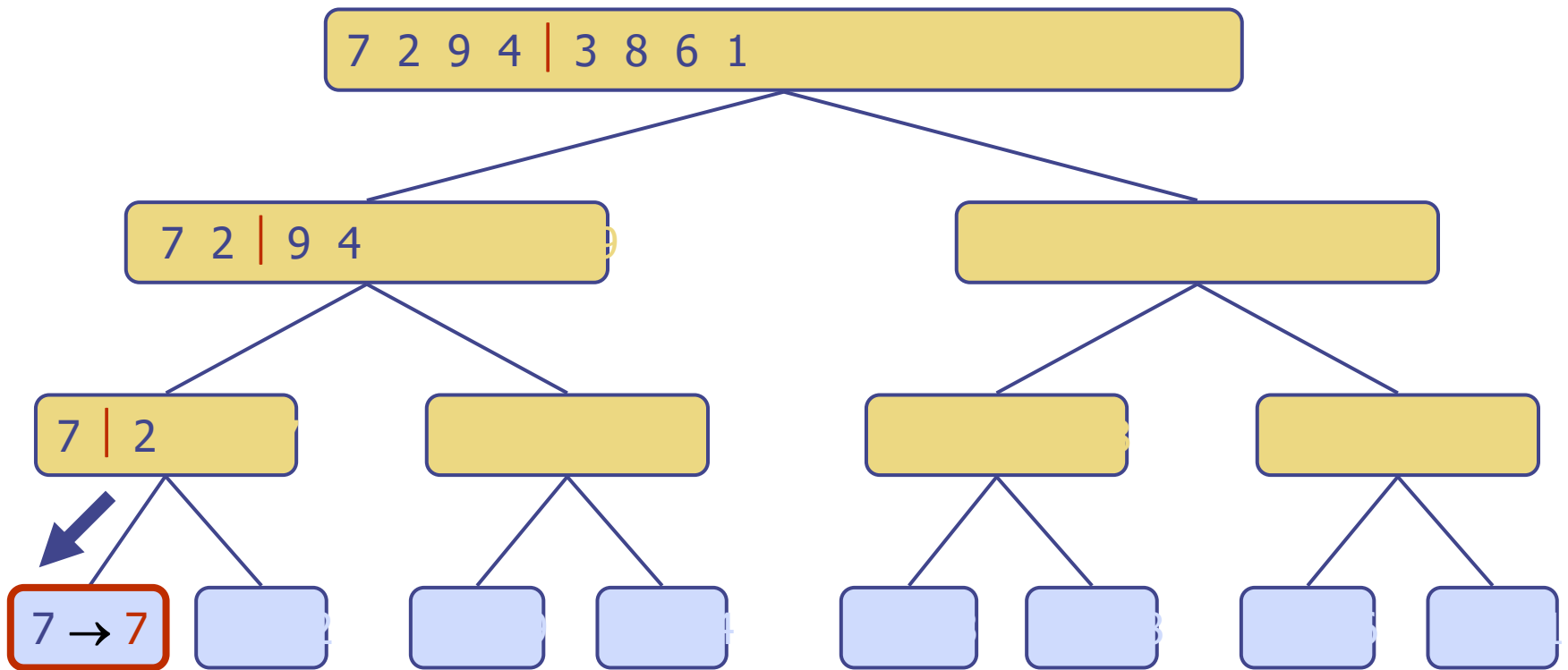
# Merge Sort

## □ Recursive call, partition



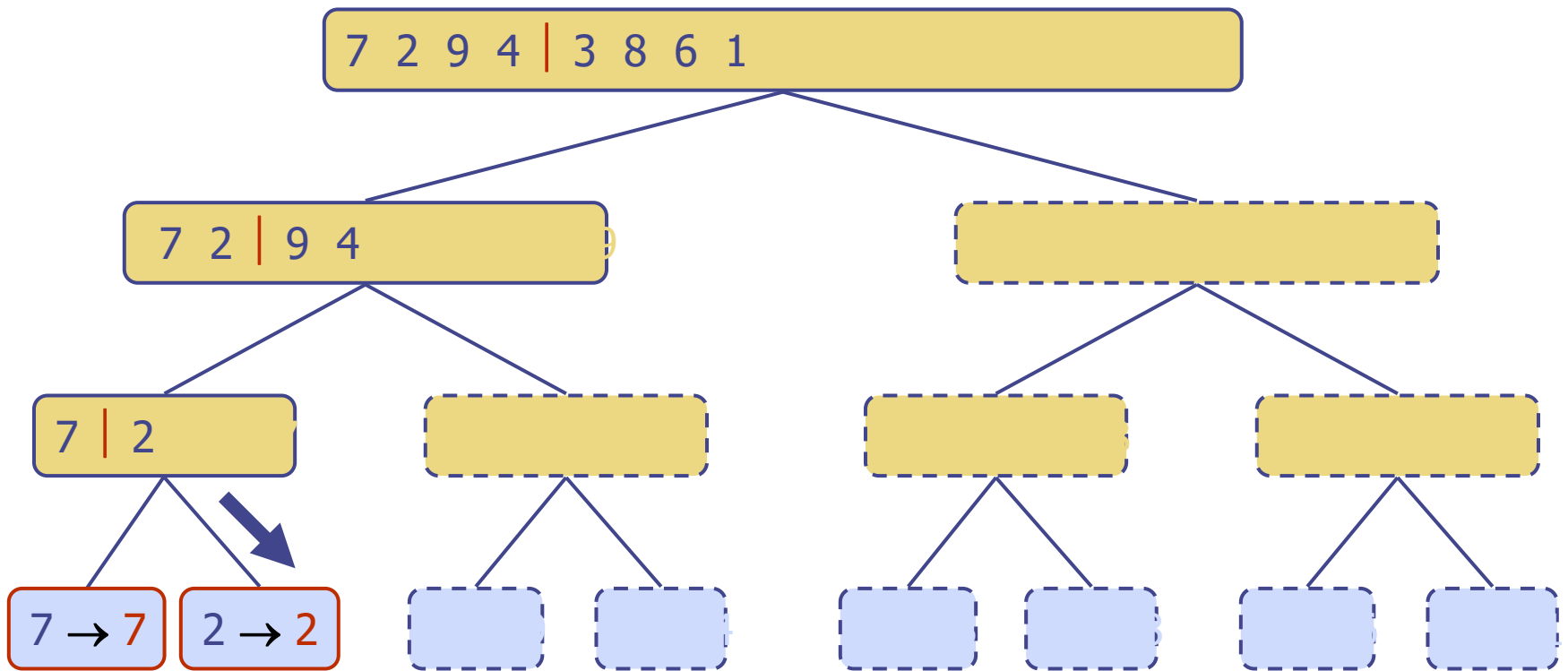
# Merge Sort

## ❑ Recursive call, base case



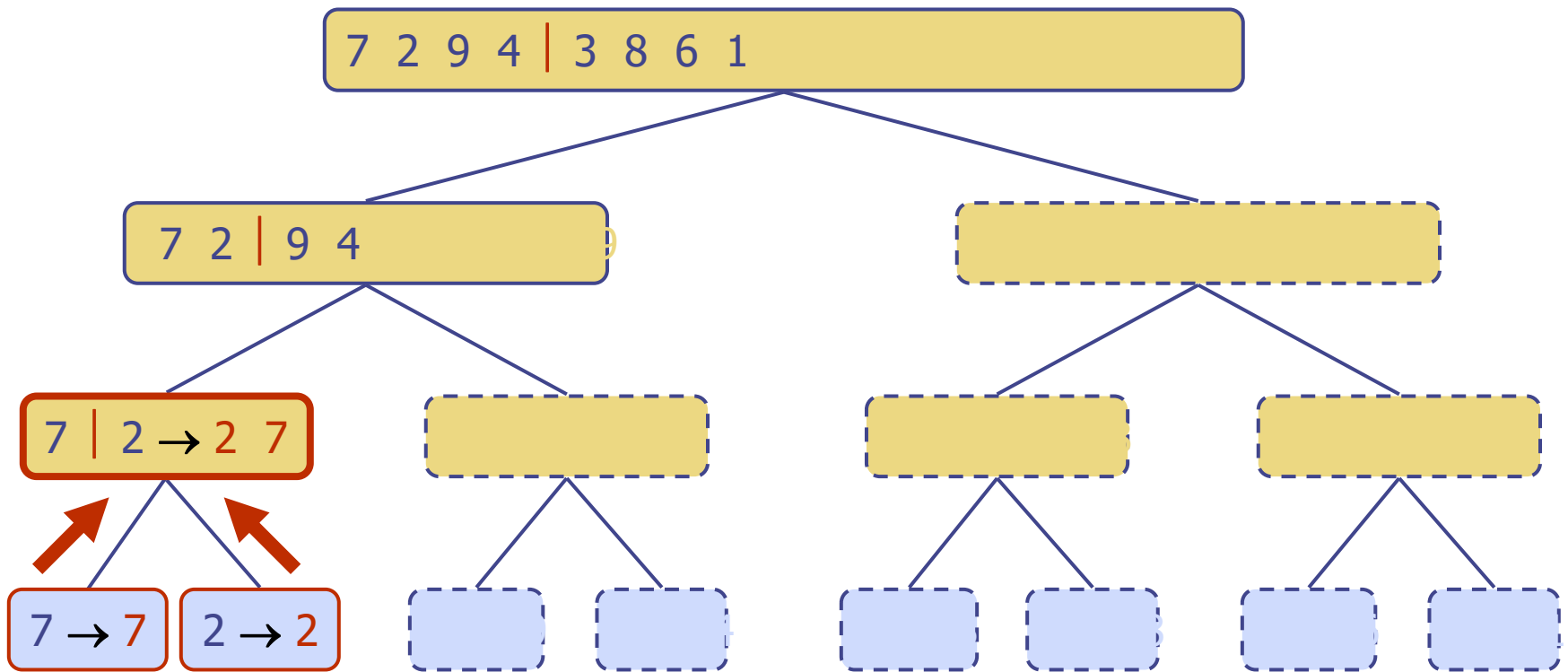
# Merge Sort

- ❑ Recursive call, base case



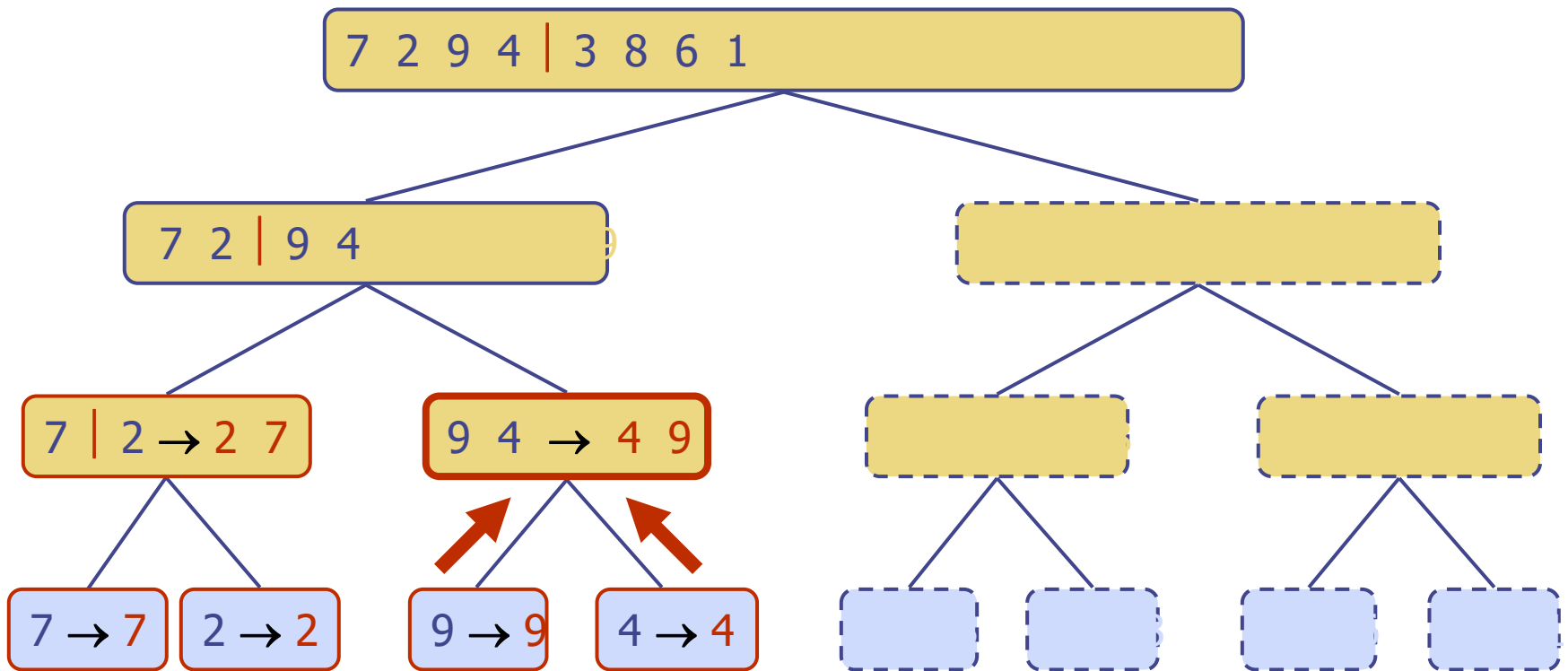
# Merge Sort

## □ Merge



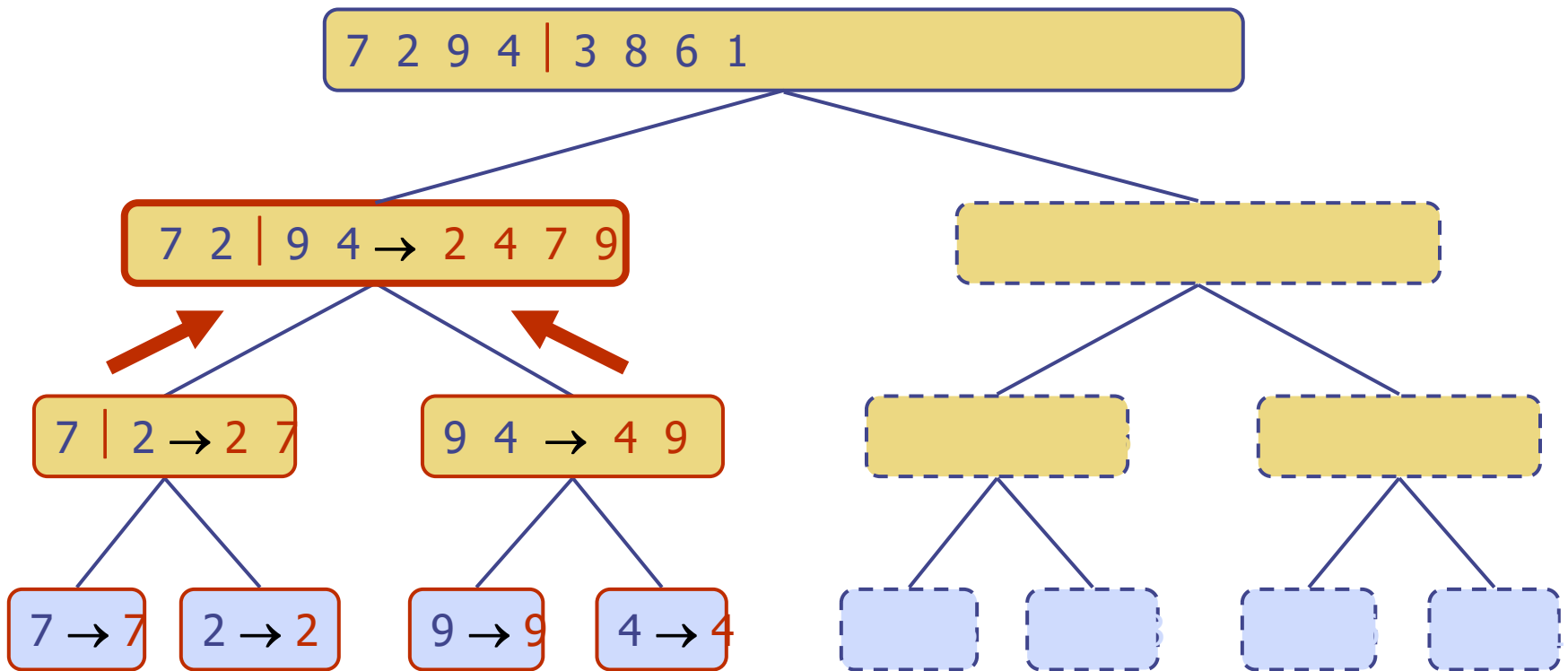
# Merge Sort

□ Recursive call, ..., base case, merge



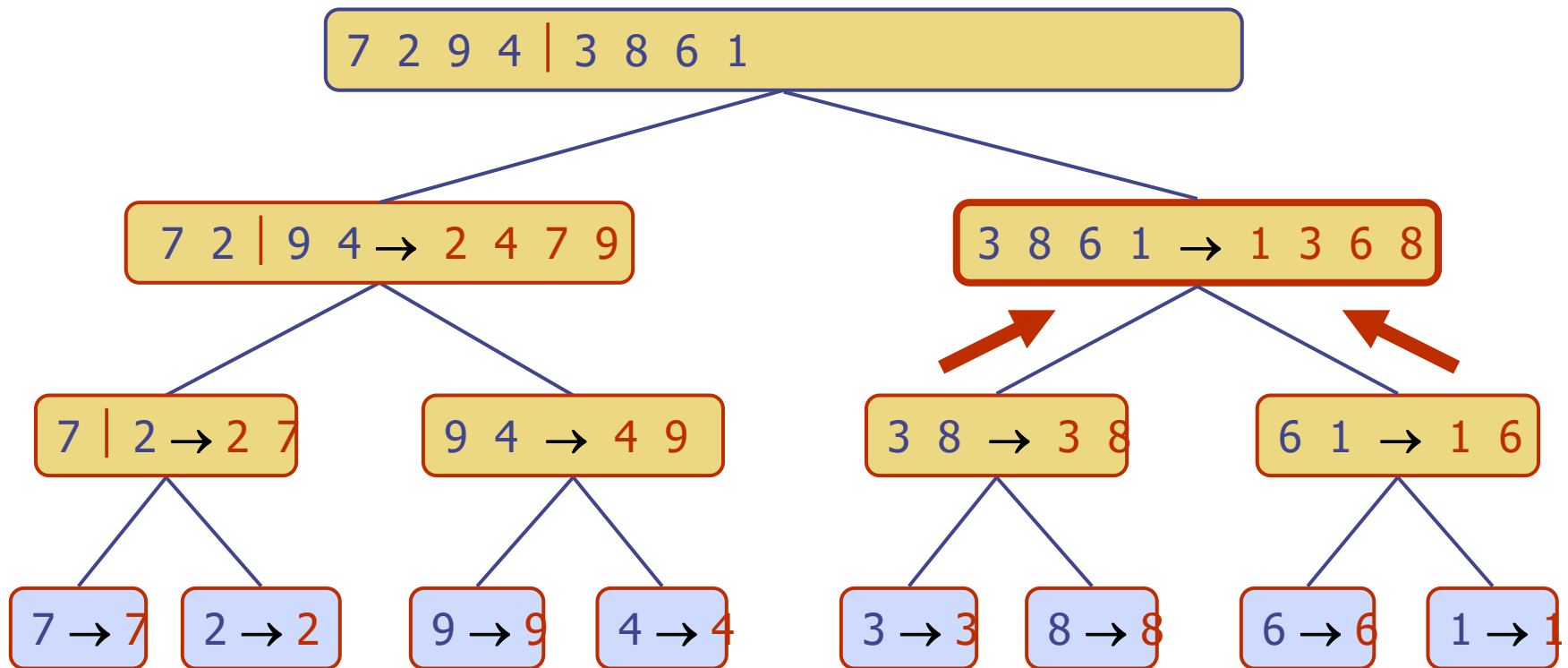
# Merge Sort

## □ Merge



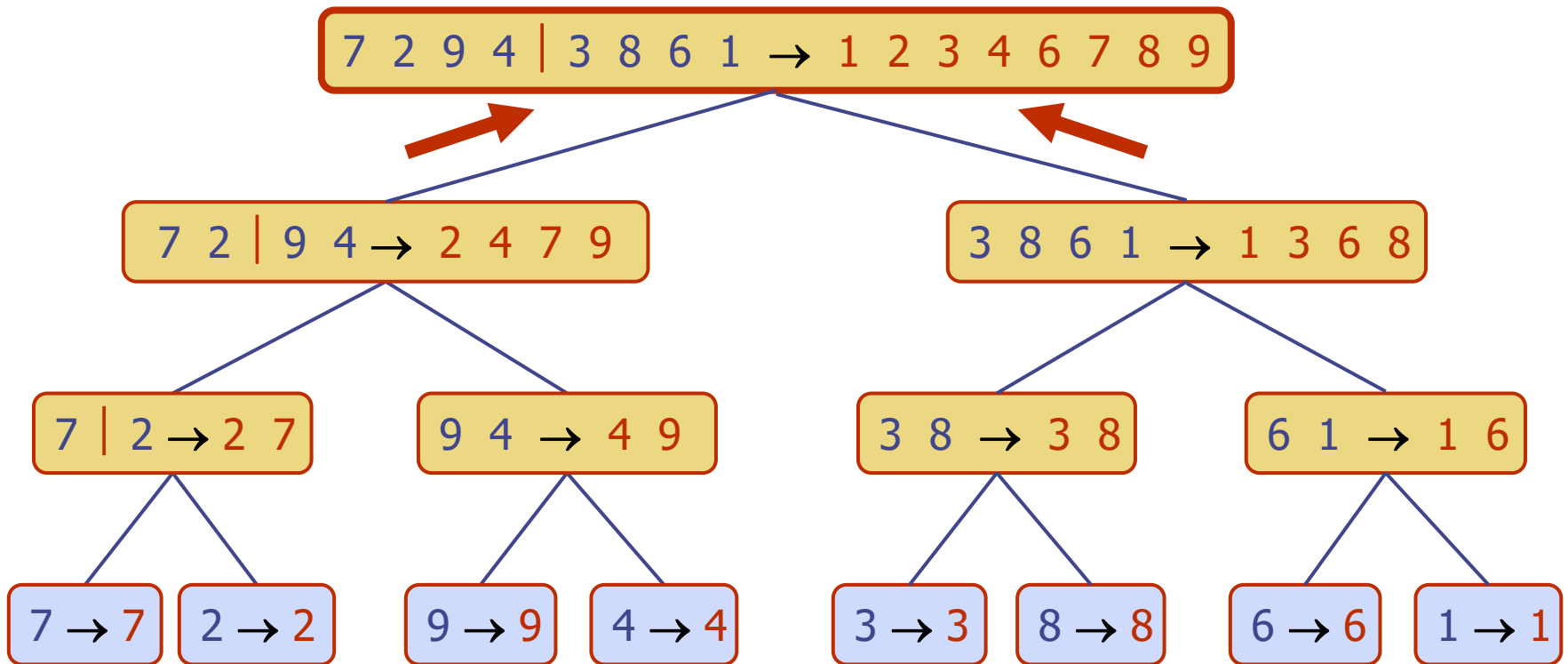
# Merge Sort

□ Recursive call, ..., merge, merge



# Merge Sort

## □ Merge





# Nội dung

---

- ❑ Ý tưởng chia để trị
- ❑ Lược đồ chung
- ❑ Merge sort
- ❑ **Binary Search**
- ❑ Quick sort

# Binary Search

---

## □ Bài toán

- Cho mảng gồm  $n$  phần tử  $A[1..n]$ , đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Kiểm tra xem dãy  $A$  có tồn tại phần tử có giá trị  $x$  không?

# Binary Search

---

## □ Ý tưởng

- Nếu mảng không có phần tử nào thì *return false*
- ***So sánh x với phần tử ở giữa mảng***
- Nếu bằng nhau thì kết luận mảng A tồn tại x, *return true*
- Nếu bé hơn, thì x nằm ở nửa bên trái của mảng  
-> ***Tìm kiếm nhị phân nửa bên trái***
- Nếu lớn hơn, thì x nằm ở nửa bên phải của mảng  
-> ***Tìm kiếm nhị phân ở nửa bên phải***

# Binary Search

## □ Cài đặt

```
1  bool binary_search(const vector<int> &arr, int lo, int hi, int x){
2      if (lo > hi) {
3          return false;
4      }
5
6      int m = (lo + hi) / 2;
7      if (arr[m] == x) {
8          return true;
9      } else if (x < arr[m]) {
10         return binary_search(arr, lo, m - 1, x);
11     } else if (x > arr[m]) {
12         return binary_search(arr, m + 1, hi, x);
13     }
14 }
15
16 binary_search(arr, 0, arr.size() - 1, x);
```

- $T(n) = T(n/2) + 1$
- $O(\log n)$

# Binary Search

## □ Cài đặt – khử đệ quy

```
1  bool binary_search(const vector<int> &arr, int x) {
2      int lo = 0,
3          hi = arr.size() - 1;
4
5      while (lo <= hi) {
6          int m = (lo + hi) / 2;
7          if (arr[m] == x) {
8              return true;
9          } else if (x < arr[m]) {
10             hi = m - 1;
11          } else if (x > arr[m]) {
12             lo = m + 1;
13          }
14      }
15
16      return false;
17 }
```

# Nội dung

---

- ❑ Ý tưởng chia để trị
- ❑ Lược đồ chung
- ❑ Merge sort
- ❑ Binary Search
- ❑ **Quick sort**

# Quick Sort

---

## □ Bài toán

- Cho mảng gồm  $n$  phần tử  $A[1..n]$ , sắp xếp mảng  $A$  theo thứ tự tăng dần

# Quick Sort

---

## □ Ý tưởng

- Chọn ngẫu nhiên 1 giá trị trong mảng
- So sánh các phần tử trong mảng với giá trị này.
- Nếu bé hơn thì nằm bên trái
- Nếu lớn hơn thì nằm bên phải
- Lặp lại quá trình cho đến khi nào mảng được sắp xếp



# Quick Sort

---

## ❑ Cài đặt

```
int partition(int A[], int lo, int hi) {  
    int pivot = A[(lo + hi) / 2]  
    int i = lo, j = hi;  
    while (true) {  
        while(A[i] < pivot)  
            i++;  
        while(A[j] > pivot)  
            j--;  
        if (i >= j)  
            return j;  
        swap(A[i], A[j])  
    }  
}
```

# Quick Sort

---

## □ Cài đặt

```
void quick_sort (int A[], int lo, int hi) {  
    if (lo >= 0 && hi >= 0 && lo < hi ) {  
        int p = partition(A, lo, hi)  
  
        quick_sort(A, lo, p);  
        quick_sort(A, p+1, hi);  
    }  
}
```



