

三角波—正弦波变换 电路

班号：电 82

姓名：冯腾

学号：2008010935

目录

三角波—正弦波变换电路	1
内容摘要.....	3
关键词.....	3
三角波—正弦波变换电路	4
1 滤波法.....	4
1.1 原理分析.....	4
1.2 仿真电路.....	5
1.3 仿真波形.....	5
2 折线逼近法.....	6
2.1 原理分析.....	6
2.2 仿真电路及其参数选定.....	7
2.3 仿真波形.....	9
3 非线性有源电路形成法.....	10
3.1 原理分析.....	10
3.2 仿真电路.....	10
3.3 仿真波形.....	11
4 幂级数法.....	11
4.1 原理分析.....	11
4.2 仿真电路及其参数选定.....	12
4.3 仿真波形.....	13
参考资料.....	14

内容摘要

由于矩形波和三角波的产生以及频率的调节都比正弦波简单,所以在许多函数发生器中不采用独立的正弦波振荡器,而是用三角波通过变换获得正弦波。本文主要介绍了四种常见的三角波—正弦波变换方法——滤波法、折线逼近法、非线性有源电路形成法和幂级数法。

关键词

三角波、正弦波、变换

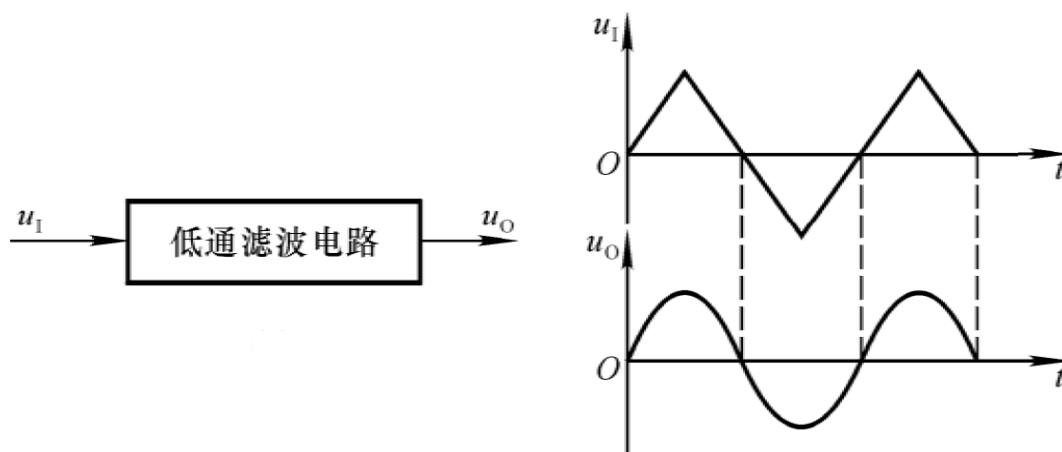
三角波—正弦波变换电路

由于矩形波和三角波的产生以及频率的调节都比正弦波简单，所以在许多函数发生器中不采用独立的正弦波振荡器，而是用三角波通过变换获得正弦波。常见的三角波—正弦波变换方法有滤波法、折线逼近法、非线性有源电路形成法和幂级数法等。

1 滤波法

1.1 原理分析

将三角波展开为傅立叶级数可知，它含有基波和 3 次、5 次等奇次谐波，因此通过低通滤波器取出基波，滤除高次谐波，即可将三角波转换成正弦波。这种方法适用于固定频率或频率变化范围很小的场合。电路框图如下方左图所示。输入电压和输出电压的波形如下方右图所示， u_O 的频率等于 u_I 基波的频率。

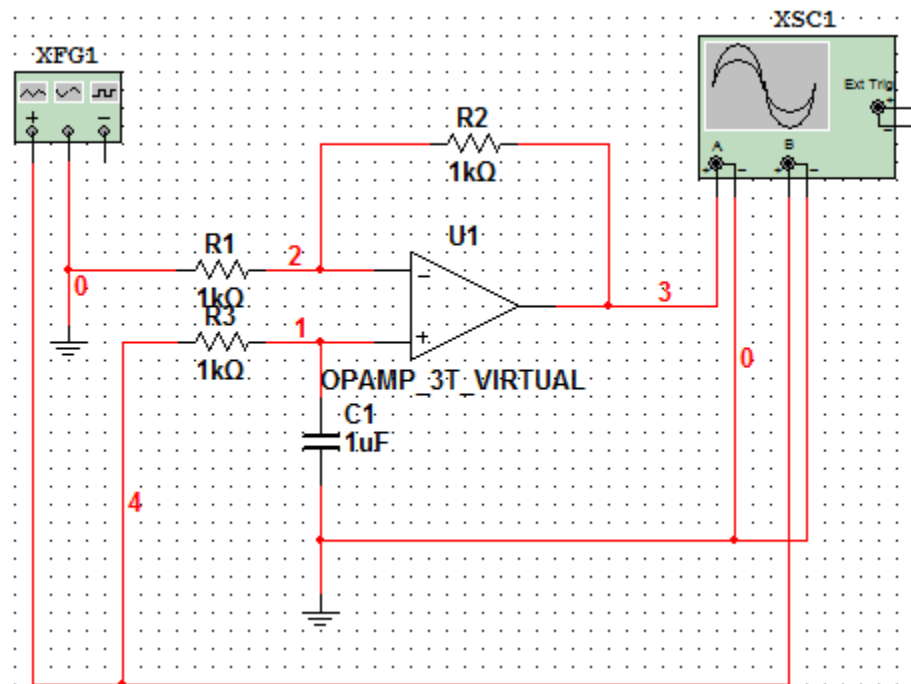


将三角波按傅立叶级数展开

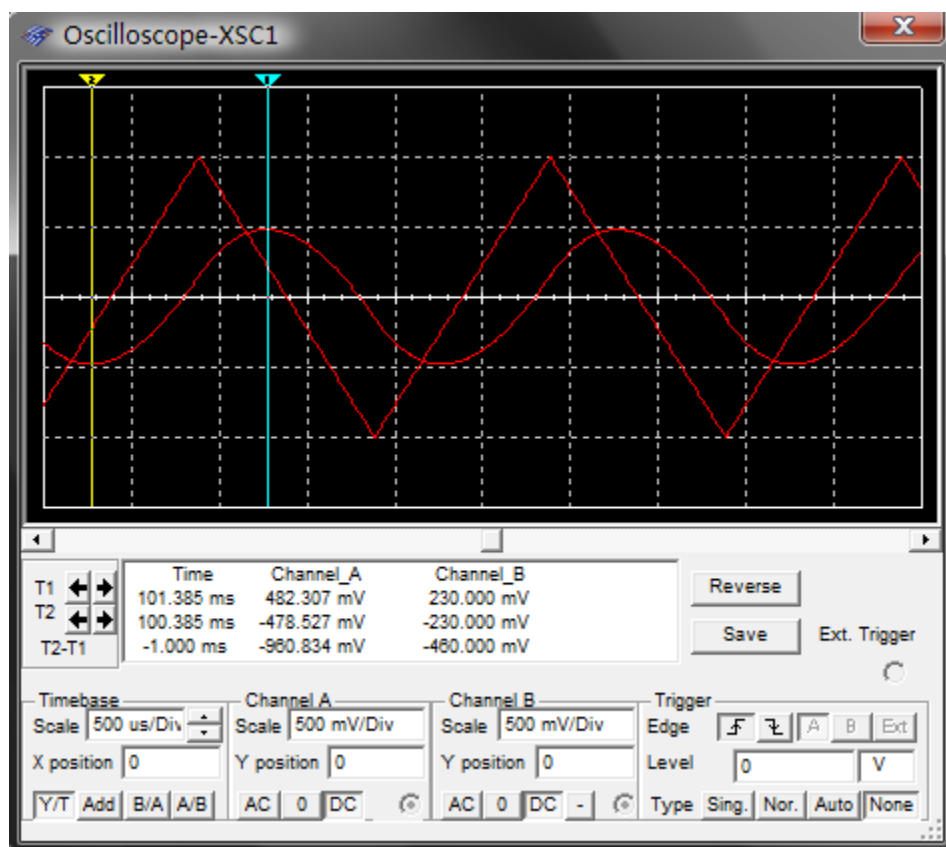
$$u_I(\omega t) = \frac{8}{\pi^2} U_m \left(\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \dots \right)$$

其中 U_m 是三角波的幅值。根据上式可知，低通滤波器的通带截止频率应大于三角波的基波频率且小于三角波的三次谐波频率。但是，如果三角波的最高频率超过其最低频率的 3 倍，就要考虑采用折线逼近法来实现变换了。

1.2 仿真电路



1.3 仿真波形

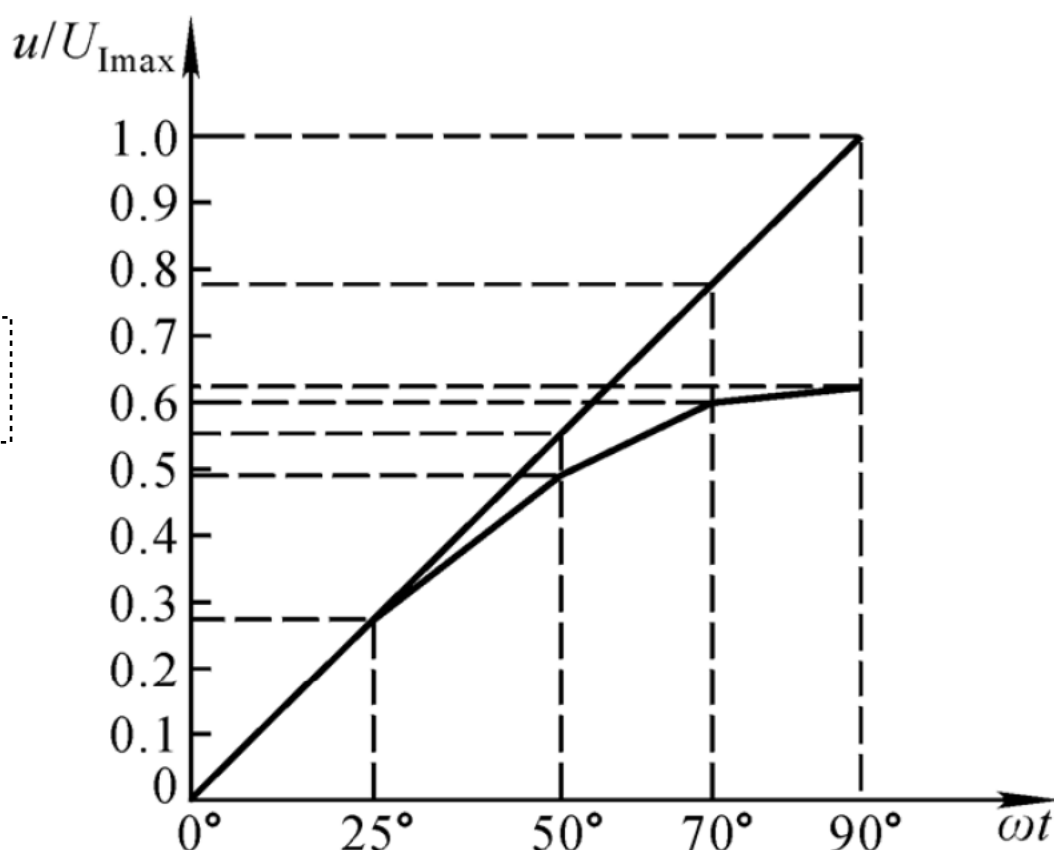


2 折线逼近法

2.1 原理分析

折线法是用多段直线逼近正弦波的一种方法。其基本思路是将三角波分成若干段，分别按不同比例衰减，所获得的波形就近似为正弦波。下图画出了波形的1/4周期，用四段折线逼近正弦波的情况。图中 $U_{I\max}$ 为输入三角波电压幅值。

1.比例关系
2.放大梯度



根据上述思路，可以采用增益自动调节的运算电路实现。利用二极管开关和电阻构成反馈通路，随着输入电压的数值不同而改变电路的增益。

在 $\omega t = 0^\circ \sim 25^\circ$ 段，输出的“正弦波”用此段三角波近似（二者重合），因此，此段放大电路的电压增益为 1。由于 $\omega t = 25^\circ$ 时，标准正弦波的值为 $\sin 25^\circ \approx 0.423$ ，这里 $u_0 = u_1 = \frac{25}{90} U_{I\max} \approx 0.278 U_{I\max}$ ，所以，在 $\omega t = 90^\circ$ 时，输出的“正弦波”的值应为 $u_0 = \frac{0.278}{0.423} U_{I\max} \approx 0.657 U_{I\max}$ 。

在 $\omega t = 50^\circ$ 时, 输入三角波的值 $u_I = \frac{50}{90} U_{I\max} \approx 0.556 U_{I\max}$, 要求输出电压 $u_O = 0.657 U_{I\max} \times \sin 50^\circ \approx 0.503 U_{I\max}$, 可得在 $25^\circ \sim 50^\circ$ 段, 电路的增益应为 $\frac{\Delta u_O}{\Delta u_I} = \frac{0.503 - 0.278}{0.556 - 0.278} = 0.809$ 。

在 $\omega t = 70^\circ$ 时, 输入三角波的值 $u_I = \frac{70}{90} U_{I\max} \approx 0.778 U_{I\max}$, 要求输出电压 $u_O = 0.657 U_{I\max} \times \sin 70^\circ \approx 0.617 U_{I\max}$, 可得在 $50^\circ \sim 70^\circ$ 段, 电路的增益应为 $\frac{\Delta u_O}{\Delta u_I} = \frac{0.617 - 0.503}{0.778 - 0.556} = 0.514$ 。

在 $\omega t = 90^\circ$ 时, 输入三角波的值 $u_I = U_{I\max}$, 要求输出电压 $u_O \approx 0.657 U_{I\max}$, 可得在 $70^\circ \sim 90^\circ$ 段, 电路的增益应为 $\frac{\Delta u_O}{\Delta u_I} = \frac{0.657 - 0.617}{1 - 0.778} = 0.180$ 。

2.2 仿真电路及其参数选定

下页图所示是实现上述思路的反相放大电路。图中二极管 $D1 \sim D3$ 及相应的电阻用于调节输出电压 $u_O > 0$ 时的增益, 二极管 $D4 \sim D6$ 及相应的电阻用于调节输出电压 $u_O < 0$ 时的增益。

下面以输入电压 $u_I < 0$ ($u_O > 0$) 为例来分析电路的工作原理。当输入电压 $|u_I| < 0.278 U_{I\max}$ 时, 增益为 1, 要求图中所有二极管均不导通, 所以反馈电阻 $R_f = R$ 。据此可以选定 $R_f = R$ 的阻值均为 $1k\Omega$ 。

当 $\omega t = 25^\circ \sim 50^\circ$ 时, 电压增益为 0.809, 要求 $D1$ 导通, 则应满足 $(R_1 // R_f) / R = 0.809$, 即 $\frac{R_1}{R_1 + R} = 0.809$, 解出 $R_1 = 4.236k\Omega$ 。

由于在 $\omega t = 25^\circ$ 这一点, $D1$ 开始导通, 所以, 此时二极管 $D1$ 正极电位应等于二极管的阈值电压 V_{th} 。由图可得

$$\frac{u_O - V_{EE}}{R_1 + R_4} R_4 + V_{EE} = V_{th}$$

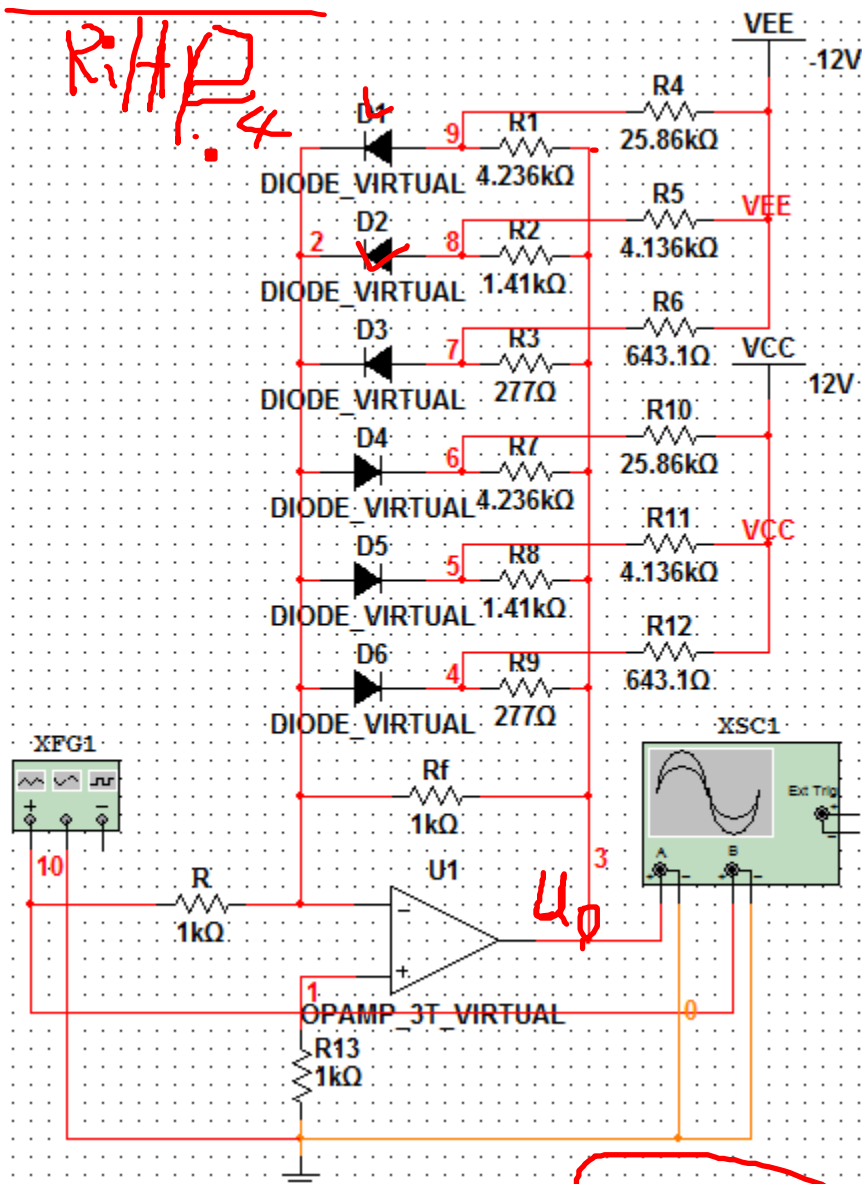
式中 u_O 是 $\omega t = 25^\circ$ 时输出电压的值, 即为 $0.278 U_{I\max}$ 。取 $U_{I\max} = 10V$, $U_{th} = 0.7V$, 则有

$$\frac{10 \times 0.278 - (-12)}{4.236 + R_4} R_4 + (-12) = 0.7$$

解出 $R_4 = 25.86k\Omega$ 。

$$V_o - V_E$$

R₁H₁P₄



当 $\omega t = 50^\circ \sim 70^\circ$ 时，电压增益为 0.514，要求 D1、D2 导通，则应满足

$(R_2 // 0.809R) / R = 0.514$ ，即 $\frac{0.809R_2}{R_2 + 0.809R} = 0.514$ ，解出 $R_2 = 1.410k\Omega$ 。

由于在 $\omega t = 50^\circ$ 这一点，D2 开始导通，则有

$$\frac{10 \times 0.503 - (-12)}{1.410 + R_5} R_5 + (-12) = 0.7$$

解出 $R_5 = 4.136k\Omega$ 。

当 $\omega t = 70^\circ \sim 90^\circ$ 时，电压增益为 0.180，要求 D1、D2 和 D3 导通，则应满足

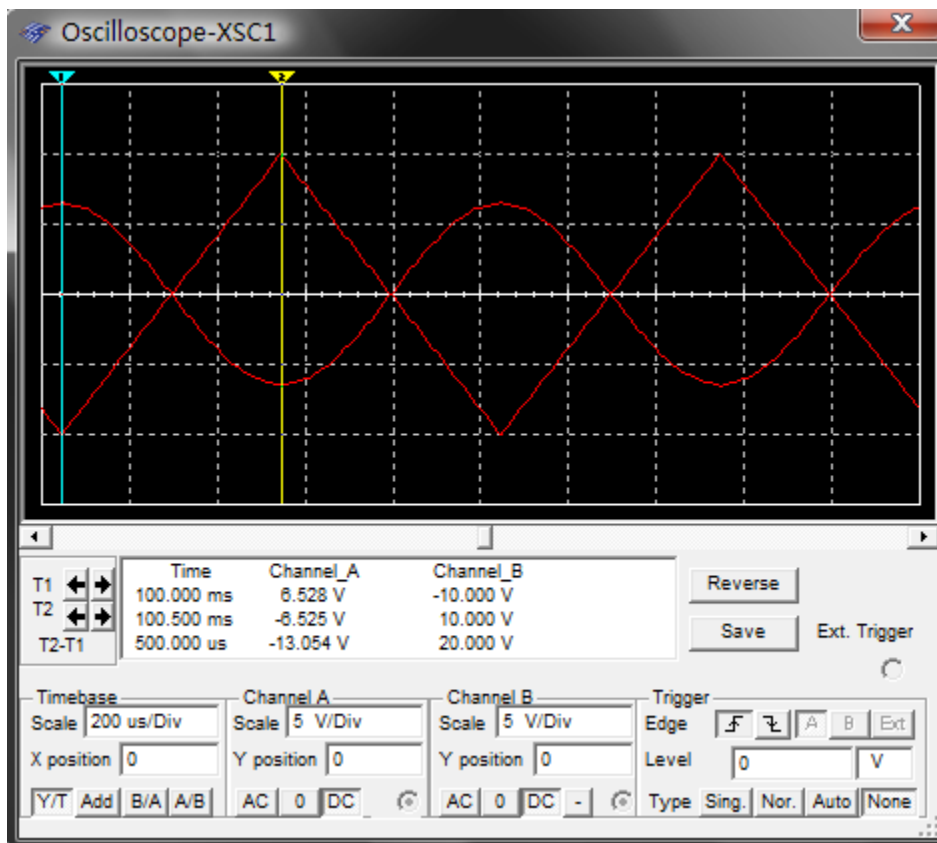
$(R_3 // 0.514R) / R = 0.180$ ，即 $\frac{0.514R_3}{R_3 + 0.514R} = 0.180$ ，解出 $R_3 = 0.2770k\Omega$ 。

由于在 $\omega t = 70^\circ$ 这一点，D3 开始导通，则有

$$\frac{10 \times 0.617 - (-12)}{0.2770 + R_5} R_5 + (-12) = 0.7$$

解出 $R_6 = 0.6431\text{k}\Omega$ 。

2.3 仿真波形



需要说明，为使各二极管能够工作在开关状态，对输入三角波的幅度有一定的要求，如果输入三角波的幅度过小，输出电压的值不足以使各二极管依次导通，电路将无法正常工作。

为了使输出电压波形更接近于正弦波，应当将三角波的四分之一区域分成更多的线段，尤其是在三角波和正弦波差别明显的部分，然后再按正弦波的规律控制比例系数，逐段衰减。

折线逼近法的优点是不受输入电压频率范围的限制，便于集成化，缺点是反馈网络中电阻的匹配比较困难。

3 非线性有源电路形成法

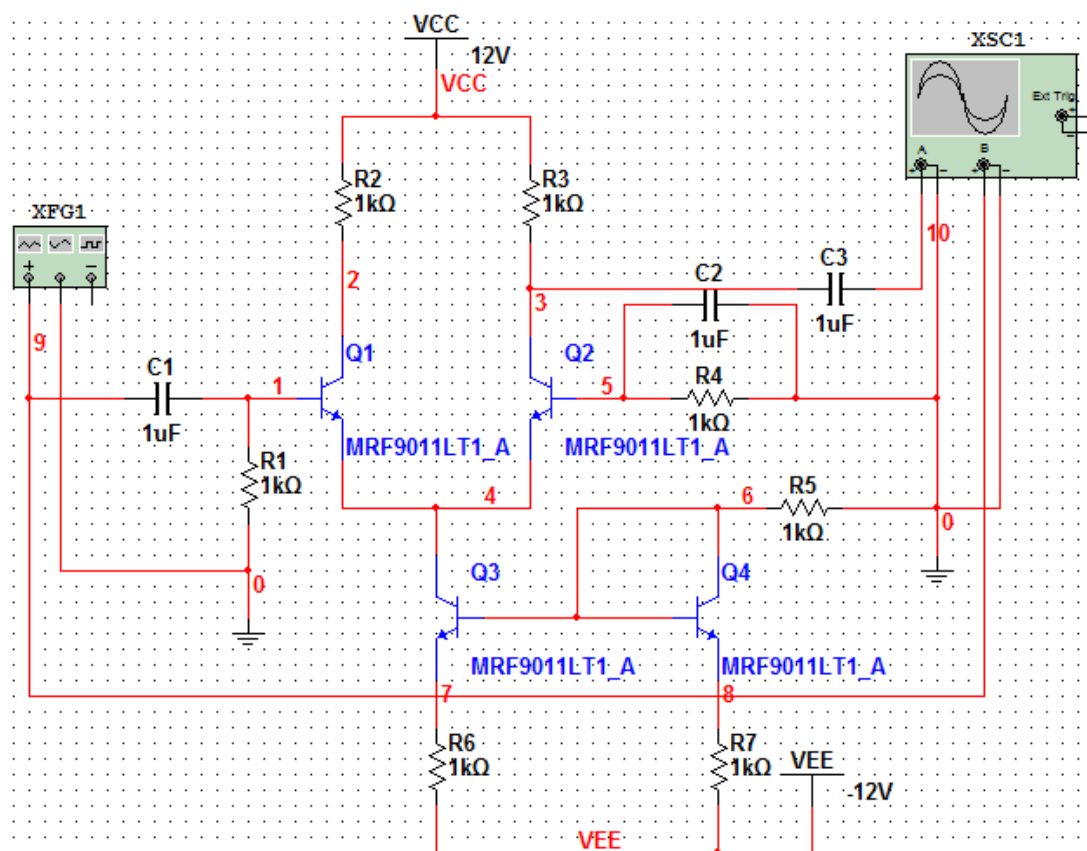
3.1 原理分析

利用差分放大电路的非线性传输特性可以实现三角波—正弦波的变换。

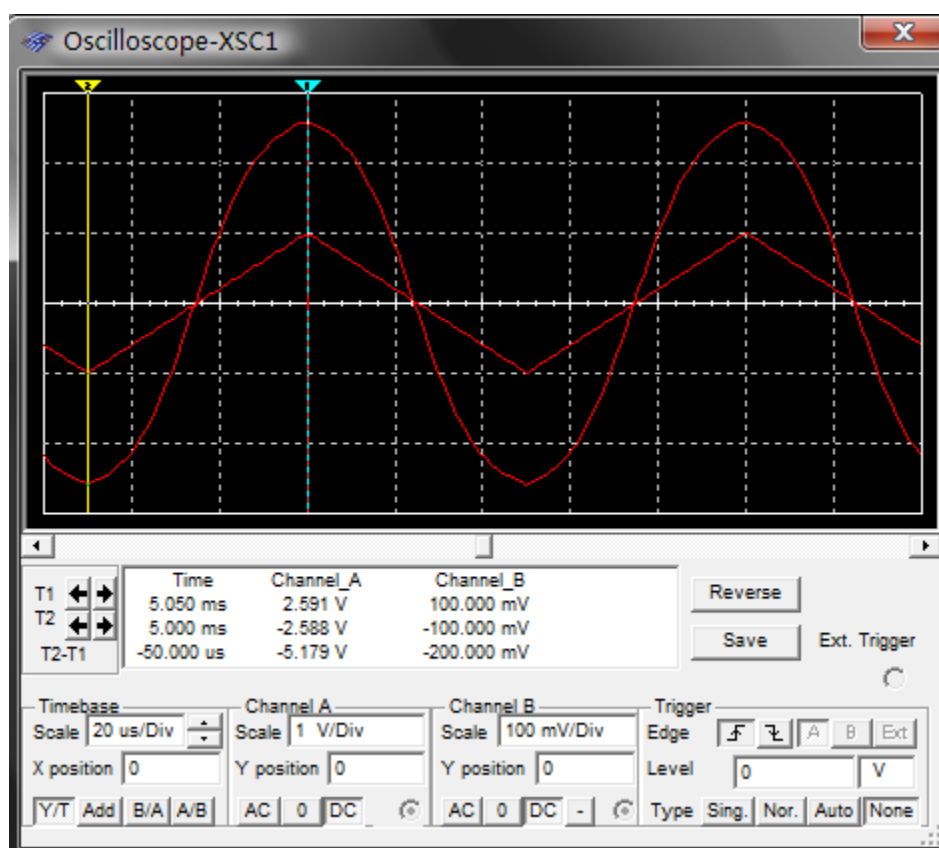
对于典型差分放大电路的差模传输特性，它的输出电流（电压）与差模输入电压之间的关系符合双曲正切函数的变化规律。当三角波的正负峰值正好对应于差分放大管的截止电压时，晶体管集电极电流接近于正弦波，从而实现了三角波—正弦波的变换。

需要注意，为了使输出波形更接近正弦波，差分放大电路的传输特性应尽可能对称，且线性区越窄越好。同时输入三角波的幅度应满足上述要求。

3.2 仿真电路



3.3 仿真波形



4 幂级数法

4.1 原理分析

正弦函数可以用泰勒公式展开成幂级数形式：

$$u_0 = U_{om} \sin \omega t = U_{om} \sin \frac{\pi u_I}{2U_{Im}} = U_{om} \left[\frac{\pi u_I}{2U_{Im}} - \frac{\left(\frac{\pi u_I}{2U_{Im}}\right)^3}{3!} + \frac{\left(\frac{\pi u_I}{2U_{Im}}\right)^5}{5!} - \dots \right]$$

也就是说可以用有限项的 u_I 的幂级数来逼近正弦函数。

如果取 $U_{Im} = 10V$, $U_{om} = 5V$, 那么上式的前三项可写成：

$$u_0 = 5 \left(\frac{\pi}{20} u_I - \frac{\pi^3}{6 \times 20^3} u_I^3 + \frac{\pi^5}{120 \times 20^5} u_I^5 \right)$$

$$= \frac{u_I}{10} \left[0.785 \times 10 - 0.323 \times \left(\frac{u_I^2}{10} \right) + 0.0398 \times \left(\frac{u_I^4}{1000} \right) \right]$$

设

$$u_1 = \frac{u_I \times u_I}{10} = \frac{u_I^2}{10} \quad (1)$$

$$u_2 = \frac{u_1 \times u_1}{10} = \frac{u_I^4}{1000} \quad (2)$$

$$V_1 = 10V$$

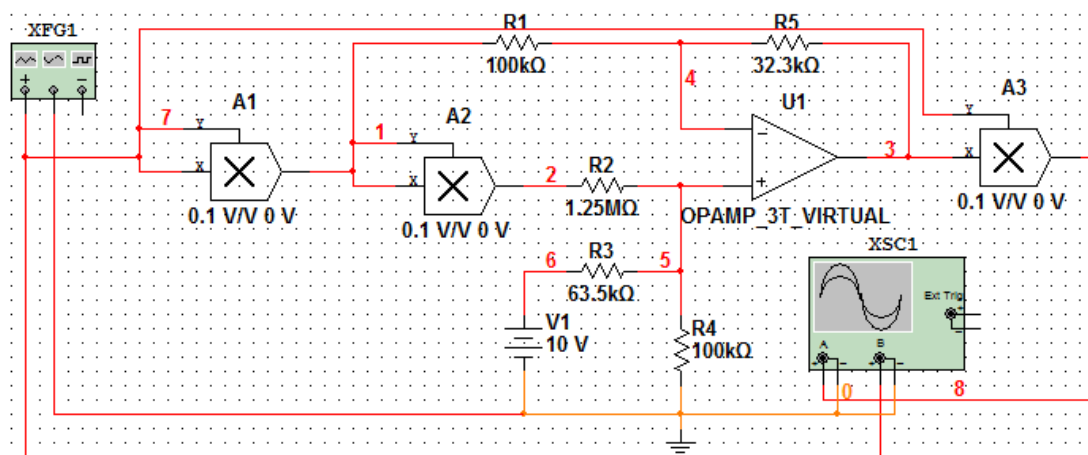
$$u_3 = 0.785V_1 - 0.323u_1 + 0.0398u_2 \quad (3)$$

于是，

$$u_0 = \frac{u_I \times u_3}{10} \quad (4)$$

式①②④都可以用 $\frac{xy}{10}$ 模拟乘法器实现，式③可用求和电路实现， V_1 用一个 10V 恒压源实现。

4.2 仿真电路及其参数选定



电阻参数的计算根据叠加原理可得：

$$u_3 = \left(1 + \frac{R_5}{R_1} \right) \frac{R_2 // R_4}{R_3 + R_2 // R_4} V_1 - \frac{R_5}{R_1} u_1 + \left(1 + \frac{R_5}{R_1} \right) \frac{R_3 // R_4}{R_2 + R_3 // R_4} u_2$$

比较系数，得

$$\left(1 + \frac{R_5}{R_1} \right) \frac{R_2 // R_4}{R_3 + R_2 // R_4} = 0.785$$

$$\frac{R_5}{R_1} = 0.323$$

$$\left(1 + \frac{R_5}{R_1}\right) \frac{R_3 // R_4}{R_2 + R_3 // R_4} = 0.0398$$

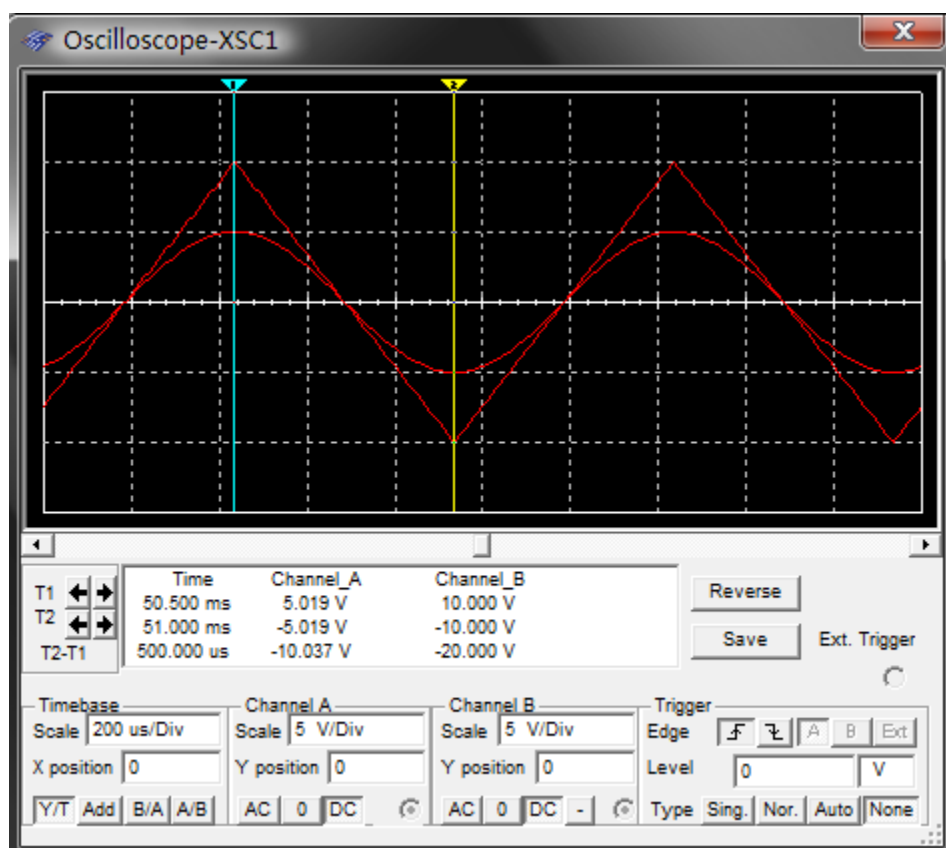
先设 $R_1 = 100\text{k}\Omega$, $R_4 = 100\text{k}\Omega$, 解出

$$R_5 = 32.3\text{k}\Omega$$

$$R_3 = 63.5\text{k}\Omega$$

$$R_2 = 12.5\text{M}\Omega$$

4.3 仿真波形



参考资料

- 1、《模拟电子技术基础(第三版)》/童诗白,华成英. —北京: 高等教育出版社, 2001
- 2、《电子电路实验》/高文焕等. —北京: 清华大学出版社, 2008. 8
- 3、《信号变换电路》/华正权. —北京: 电子工业出版社, 1994