n° 1

1. $0 + -^{?}\,[1-9]\,[0-9]^{*}$

2. séparateur $,$ sauf sur les entiers
pas de 0 en tête sauf entre -1 et 1
base 10

$$-^{?}\left([1-9]\,[0-9]^{*}\left(,0^{*}[1-9]\,[0-9]^{*}\right)^{?} + 0,0^{*}[1-9]\,[0-9]^{*}\right) + 0$$

il peut y avoir des 0 en trop après la virgule

3. $f\ 2$

4. $[1-9]\,[0-9]^{*}\,[02468]\,0$ $\geqslant 100$

$+\ [2468]^{?}\ 0$ < 100

n° 2

2. $-^{?}[0-9](,[0-9]^{+})^{?}(e-^{?}[0-9]^{+})^{?}$

un peu bancal

-0,0e0 autorisé

n° 3

$a^* b (ab)^*$		$a^* (bab)^*$	
$\notin$	ε	$\in$	
$\notin$	a	$\in$	$\not\subset$
$\in$	b	$\notin$	$\not\supset$

$a^* (bb)^*$		ab^*
$\notin$	ab	$\in$
	$\subset$	car $(bb)^* \subset b^*$

$a(a+b)^*b \qquad\qquad a^*(a+b)^*b^*$

$\not\ni \qquad \varepsilon \qquad \ni$

$\subset$

$a \subset a^*$

$b \subset b^*$

$abc + acb \qquad\qquad a(b+c)(c+b)$

2 mots $\qquad \neq \qquad$ 4 mots

$\subset$

$a^*bc + a^*cb \qquad\qquad a^*(bc + a^*cb)$

$$= a^*bc + \underbrace{a^*a}_{a^*}{}^*cb$$

égalité

$$(abc + acb)^* \qquad\qquad ((abc)^*(acb)^*)^*$$

égalité

$$(e + f)^* = (ef)^*$$

$$(abc + acb)^+ \qquad\qquad ((abc)^*(acb)^+)^+$$

$$\notin \qquad \varepsilon \qquad \in \qquad \not\supset$$

$\subset$ car $abc + acb$

$$\subset (abc)^*(acb)^*$$

$$(abc + acb)^* \qquad\qquad (abc(acb)^*)^*$$

$$\in \qquad acb \qquad \notin \qquad \not\subset$$

$$\supset$$

$$= ((abc)^*(acb)^*)^*$$

$(abc + acb)^*$ $\quad\quad\quad\quad$ $(a(bc)^*(cb)^*)^*$

$\not\subset$ $\quad$ a $\quad$ ϵ $\quad$ $\not\supset$

$\subset$

car $abc + acb \subset a(bc)^*(cb)^*$

$\subset$ préservée par $.$, $+$, $*$

n° 5

notons que ε n'appartient pas nécessairement à

$$\underbrace{(LM)^*L}_{\mathcal{L}_2} \quad \text{et} \quad \underbrace{L(LM)^*}_{\mathcal{L}_3}$$

$$\underbrace{(L \cup M)^*}_{\mathcal{L}_1} = \underbrace{(L^* M^*)^*}_{\mathcal{L}_6}$$

cf cours

$$(e+f)^* = (e^* + f^*)^*$$

$$\begin{aligned} & (e+f)^* \\ = \ & (e^* f^*)^* \\ = \ & (e^{**} f^{**})^* \\ = \ & (e^* + f^*)^* \end{aligned}$$

donc $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_8$

de plus $\mathcal{L}_6 = \mathcal{L}_5$

car $(e^* f^*)^* = (e^* f^{**})^*$

$= (e + f^*)^*$

de même $\mathcal{L}_6 = \mathcal{L}_4$

et $\mathcal{L}_7$? $(e^* f^*)^* = (e + f)^*$

$= (f + e)^*$

$= (f^* e^*)^*$

$\mathcal{L}_7 = \mathcal{L}_6$ $efefe = efefe$

$\mathcal{L}_2 \neq \mathcal{L}_3$ dans le cas général

$L = \{l\}$ $\quad lml \in \mathcal{L}_2$

$M = \{m\}$ $\quad \notin \mathcal{L}_3$

n° 4

1. oui, mais on ne peut le prouver actuellement

les langages rationnels sont décidables (grep)
les langages décidables sont stables par :

$\cup$	car	$\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$ décidé par	$\mathcal{A}_1 \vee \mathcal{A}_2$
$\neg$		$\mathcal{L}_1$	$\neg \mathcal{A}_1$
$\cap$		$\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$	$\mathcal{A}_1 \wedge \mathcal{A}_2$

où $\mathcal{L}_i$ reconnu par $\mathcal{A}_i$ algo

cette intersection est à minima décidable

2. $L_1 L_2 = L_3 + L_4$

$L_2 L_1 = L_5 + L_6$

$$L_1 \cap L_2 = (L_3 + L_4) \cap (L_5 + L_6)$$
$$= \underbrace{L_3 \cap L_5}_{L'_1} + \underbrace{L_3 \cap L_6}_{L'_2}$$
$$+ \underbrace{L_4 \cap L_5}_{L'_3} + \underbrace{L_4 \cap L_6}_{L'_4}$$

trouver des regexps pour tous les L'_i

$\longrightarrow ab\,(\varepsilon + ab + b^* c^+) + bc^+ (\varepsilon + ab + bc^+)$