تمرین سری اول

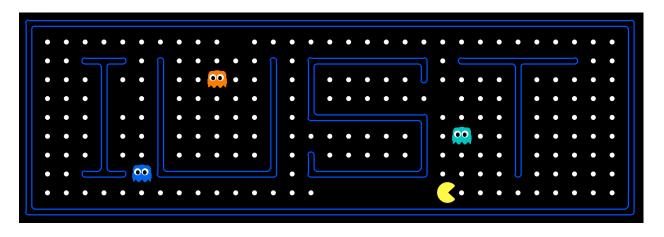
لطفا به نكات زير توجه كنيد:

- در صورتی که به اطلاعات بیشتری نیاز دارید میتوانید به صفحهی تمرین در وبسایت درس مراجعه کنید.
- این تمرین شامل سوالهای برنامهنویسی میباشد، بنابراین توجه کنید که حتماً موارد خواسته شده در سوال را رعایت کنید. در صورتی که به هر دلیلی سامانهی داوری نتواند آن را اجرا کند مسئولیت آن تنها به عهده ی شماست.
- ما همواره همفکری و همکاری را برای حل تمرینها به دانشجویان توصیه می کنیم. اما هر فرد باید تمامی سوالات را به تنهایی تمام کند و پاسخ ارسالی حتماً باید توسط خود دانشجو نوشته شده باشد. لطفا اگر با کسی همفکری کردید نام او را ذکر کنید. در صورتی که سامانهی تطبیق، تقلبی را تشخیص دهد متأسفانه هیچ مسئولیتی بر عهده گروه تمرین نخواهد بود.
 - لطفاً برای ارسال پاسخهای خود از راهنمای موجود در صفحهی تمرین استفاده کنید.
- هر سوالی درباره ی این تمرین را میتوانید در گروه درس مطرح کنید و یا از دستیاران حلِ تمرین بپرسید.

- آدرس صفحهی تمرین: https://iust-courses.github.io/ai982/assignments/01 search problems
 - آدرس گروه درس: https://groups.google.com/forum/ !forum/ai982

موفق باشيد

دنیای یکمن



فریمورکی^۱ که در این سری از تمرینها با آن کار میکنید یک نسخهی ساده و البته کامل از بازی معروف پکمن است. هدف از ایجاد این چهارچوب، پیادهسازی و یادگیری مفاهیم و تکنیکهای پایه در هوش مصنوعی مانند جستو جو در فضای حالات، یادگیری تقویتی و استنتاج احتمالی است.

قبل از اینکه به اولین سوال بپردازیم، ابتدا باید کمی با نحوهی کارکرد این فریمورک آشنا شویم.

۱. نحوهی اجرا:

فایل زیپ را از صفحهی تمرین دانلود کنید و آن را از حالت فشرده خارج کرده، سپس دستورات زیر را اجرا کنید:

- \$ cd assignment01
- \$ python pacman.py

می توانید زمین بازی را به نقشهی دلخواهتان تغییر دهید (سایر نقشهها را در پوشهی layouts می توانید پیدا کنید):

\$ python pacman.py --layout powerClassic

می توانید عامل ۲ کنترل کننده ی پکمن و حتی روحها را هم عوض کنید:

\$ python pacman.py --pacman GreedyAgent --ghost DirectionalGhost

برای مشاهدهی تمام قابلیتهای بازی میتوانید از دستور زیر استفاده کنید:

\$ python pacman.py -h

۲. ساختار فایلها:

این فریمورک ابتدا در دانشگاه برکلی توسعه یافته و سپس برای این درس شخصیسازی شده است.

² Agent

نکته: این فرمورک با زبان پایتون نوشته شده است. بنابراین برای انجام تمرینها نیاز به کمی آشنایی با زبان پایتون دارید. در صورت نیاز می توانید از اینجا استفاده کنید. اطلاعاتی که برای انجام این تمرین نیاز دارید کاملاً در قسمت بعد آمده است بنابراین این قسمت مستقیماً مورد سوال نیست اما مطالعهی آن دید بهتری از ساختار فریمورک به شما میدهد.

	ماژولهای اصلی، بهتر است نگاهی به آنها بیندازید.
paceman.py	این فایل، نقطهی شروع برنامه است و جزئیات مخصوص به بازی پکمنِ مانند سیاستهای برد و باخت، نحوهی حرکت شخصیتهای بازی و تعاملات آنها با یکدیگر را مدل میکند.
game.py	موتور اصلی بازی و نحوه ی کنترل آن در این فایل قرار دارد. دادهساختارهای AgentState(وضعیت شخصیت)، Agent(شخصیتها) و Grid(نقشه ی بازی) در آن پیادهسازی شدهاند.
pacmanAgents.py	چند مورد از عاملهای کنترلکنندهی پکمن در این ماژول پیادهسازی شدهاند.
ghostAgents.py	چند مورد از عاملهای کنترلکنندهی روحها در این ماژول پیادهسازی شدهاند.
keyboardAgents.py	عامل کنترلکننده که دستوراتآن از صفحهکلید گرفته میشود.
util.py	ابزارها و دادهساختارهای کمکی که میتوانید در تمرینها از آنها استفاده کنید.

سایر فایلها که صرفا برای پیادهسازی بازی هستند. میتوانید آنها را رد کنید.

graphicDisplay.py, graphicUtils.py, layout.py, projectParams.py, test*.py

زمین بازی یک صفحه ی دوبعدی است که هر خانه ی آن یا دیوار است یا خالی و طبیعتاً تنها در صورتی که آن خانه خالی باشد می توان وارد آن شد. ممکن است در هر خانه ی زمین یک غذا و یا یک کپسول موجود باشد. همچنین همه ی عاملهای بازی می توانند به وضعیت تمام زمین از جمله غذاها، دیوارها، کپسولها و همچنین محل و جهت سایر عاملها دسترسی داشته باشند.

در این فریمورک تقریباً تمام بازی پیادهسازی شده است؛ وظیفهی شما تنها پیادهسازی یک عامل هوشمند است. که کنترل شخصیت پکمن یا یکی از روحها را بر عهده می گیرد. کلاس Agent به همین منظور تعبیه شده است. در هر مرحله موتور بازی وضعیت همهی المانهای بازی را محاسبه می کند و سپس با فراخوانی متد getAction از این کلاس و همچنین پاسدادن وضعیت زمین به آن، حرکت بعدی عامل را درخواست می کند. این روند تا پایان بازی تکرار خواهد شد.

٣. حالتهای بازی:

این فریمورک دو حالت مختلف را در خود دارد. حالت اول همان پکمن کلاسیک است که شخصیت پکمن باید غذاهای روی زمین را بخورد و همچنین از روحها باید فرار کند. حالت دیگر، «حالت جستوجو» است به این صورت که پکمن باید از نقطهای شروع کند و به هدف مشخصی برسد. حال ممکن است این هدف صرفاً مکان خاصی در زمین باشد یا گذشتن از ۴ گوشهی زمین و یا حتی خوردن همه غذاها و یا حتی همهی اینها با هم. کاملاً می توان مسائل و فضای جستوجوی دلخواهی را برای آن تهیه کرد.

```
class SearchProblem:
    def getStartState(self)
    def isGoalState(self, state)
    def getNextStates(self, state)
    def getCostOfActions(self, actions)
```

این سری از تمرینها فقط در مورد حالت دوم است. در ادامه برای حل سوالات مربوط به جستوجو نیاز نیست عامل را از اول پیادهسازی کنید. فریمورک این را برای شما فراهم کرده است. کلاس SearchAgentبرای این حالت طراحی شدهاست. این کلاس دو ورودی می گیرد ۱- الگوریتم جستوجو ۲- مساله جستوجو. در این تمرین مسائل جستوجو مختلفی را خواهید دید، بعضی از آنها برای شما پیادهسازی شدهاند و بعضی هم به عهده ی شماست. همچنین در سوالات ابتدایی شما چند الگوریتم جستوجو را نیز پیادهسازی خواهید کرد.

برای الگوریتم جستوجو، کافی است تابعی را پیادهسازی کنید که مسالهی جستوجو را به عنوان ورودی گرفته و دنبالهای از حرکاتی که پکمن باید انجام دهد تا به هدف مساله برسد را به عنوان خروجی برگرداند. حرکتهایی که پکمن می تواند انجام دهد شامل حرکت به سمت شمال، جنوب، شرق، غرب و یا ایست است.



همان طور که در مثال ساده ی بالا مشاهده می کنیم، این تابع برای رسیدن پکمن به مقصد (نقطه ی قرمز) دنباله ی شامل Λ حرکت را خروجی می دهد (در مثال بالا از پارامتر problem استفاده نشده است اما در ادامه به این پارامتر نیاز خواهید داشت).

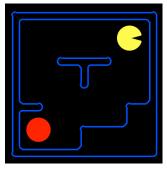
پارامتر problemمتغیری از جنس کلاس SearchProblemاست. این کلاس، کلاسی انتزاعی و عمومیست که بیان گر و مدل کننده ی هر نوع مساله ی جستوجو و فضای مربوط به آن است. بنابراین هر مساله ی باید جداگانه آن را پیاده سازی بکند. این کلاس به شما حالت شروع، حالت هدف (پایان)، حرکتهای مجاز از یک حالت خاص و هم چنین هزینه ی هر دنباله ی دلخواهی از حرکات را برمی گرداند.

- ()getStartState: این تابع stateشروع جستوجو را به شما میدهد؛ به طور مثال در سوالات ابتدایی که مساله جستوجو فقط براساس مکان است، خروجی این تابع مختصات نقطه ی شروع پکمن در نقشه است.
- (isGoalState(state: این تابع یک stateمی گیرد و اگر آن حالت هدف(مقصد) جستوجو باشد مقدار False. True.

- (getNextStates(state: این تابع با گرفتن یک state، حالتهای بعدی را که می توان با حرکات مجاز رفت، خروجی می دهد. هر آیتم از این لیست یک سه تایی است که به ترتیب: حالت جدید، حرکت لازم برای رسیدن به آن وهزینه ی انجام این حرکت.
- (getCostOfActions(actions: این تابع لیستی از حرکتها را میگیرد و هزینهی این دنباله را حساب میکند. طبیعتاً همهی حرکات باید مجاز باشند.

حال هر مسالهی جستوجویی با توجه به شرایطش باید این توابع را پیادهسازی کند. به طور مثال اگر مساله، جست و جو در گراف باشد، این کلاس باید ریشه، گرهی هدف، بچههای هر گره و هزینهی حرکات را خروجی دهد (در اینجا هزینهی همهی حرکات برابر یک است).

یک مساله ی جستوجوی دیگر، مساله ی پیداکردن یک نقطه ی خاص در نقشه ی بازی پکمن است. این کلاس به صورت پیشفرض برای شما پیادهسازی شده است (کلاس PositionSearchProblemدر فایل در این مساله، کلاس ذکر شده باید مختصات نقطه ی شروع، مختصات نقطه ی پیان و مکانهایی را که با هر حرکت به آن می رسیم خروجی دهد. در صفحه ی بعد عملکرد این کلاس را نقطه ی پیان و مکانهایی را که با هر حرکت به آن می رسیم خروجی دهد. در صفحه ی بعد عملکرد این کلاس را می تصویری از نقشه را نشان می دهد .(مبدا مختصات پایین سمت چپ است)



```
def search_algorithm(problem):
    # problem is an instance of PositionSearchProblem
    print problem.getStartState()
    print problem.isGoalState((5, 5))
    print problem.isGoalState((1, 1))
    print problem.getNextStates(problem.getStartState())
    return [...]
```

خروجي

```
(5, 5)
False
True
[ ( (5, 4), 'South', 1 ), ( (4, 5), 'West', 1 ) ]
```

برای اجرای حالت جستوجو، از دستور زیر می توانید استفاده کنید:

```
$ python pacman.py -p SearchAgent -a fn=<search_fn>,prob=<search_problem> -
l=<search_map>
```

- <search_fn>: نام تابعی است که الگوریتم جستوجو را پیادهسازی میکند و حتماً باید در فایل searchFunctions.pyموجود باشد.
- <search_problem>: نام کلاسی است که مساله ی جست وجو را پیاده سازی می کند و حتماً باید در فایل search_problem>.py موجود باشد. اگر این پارامتر را مقدار ندهید، به صورت پیش فرض مساله ی جست وجوی مکانی بارگذاری می شود.
- <search_map>: نام نقشهای است که از این حالت پشتیبانی میکند(در هر سوال نقشهی مورد نظر به شما گفته می شود)

به طور مثال:

\$ python pacman.py -1 tinyMaze -p SearchAgent -a fn=tinyMazeSearch

نکته: در سوالهای پیشرو مساله جستوجوی مورد بحث ، جستوجوی مکانیست (مگر خلاف آن گفته شود).

سوالهای عملی

- برای اجرای فایل ها از پایتون ۲ استفاده کنید.
- خروجی توابع searchFunctions.py باید دنباله ای از حرکت ها باشد. برای درک بیشتر نگاهی به تابع tinyMazeSearch(problem) انداخته و نحوه عملکرد آن را به صورت زیر تست کنید:

\$ python pacman.py -1 tinyMaze -p SearchAgent -a fn=tinyMazeSearch

- بازی به ازای هر مکانی در نقشه که الگوریتم شما بررسی میکند، رنگ قرمزی روی آن میکشد. هرچه رنگ قرمز روشن تر باشد یعنی این مکان زودتر بررسی شده است و هرچه تیره تر، دیرتر.
 - پاسخ به یکی از دو سوال ۴ و ۵ کافی میباشد. درصورت پاسخگویی به هر دو نمره امتیازی منظور میشود.

۱. هزارتو (۱۰ نمره)

یکی از ساده ترین روش های یافتن مسیر خروج در یک هزارتو (Maze) گرفتن یکی از دست ها به دیوار و شروع به حرکت میباشد. اگر راه خروجی موجود باشد, بعد از طی کردن مسافتی متناهی میتوان به آن رسید. (اگر ابتدا دست راست را به دیوار گرفته باشیم تا زمانی که به خروجی میرسیم باید این کار را ادامه دهیم.) حال فرض کنید پکمن قصه ما هم در هزارتویی قرار دارد. تابع الگوریتم جستجو را طوری پیاده سازی کنید که با استفاده از این روش به نقطه ی خروج هزارتو (Goal Dot) برسد.

برای پاسخ به این سوال باید بدنه ی تابع (simpleMazeSearch(problem را در فایل searchFunctions.py کامل کنید. خروجی تابع باید دنباله ای از حرکتها باشد. برای تست کد خود میتوانید از دستورات زیر استفاده کنید:

\$ python pacman.py -1 rhmsMaze -p SearchAgent -a fn=simpleMazeSearch

آیا این روش همیشه جواب میدهد؟ در قسمت کامنت موجود در بدنه ی تابع پاسخ خود را توضیح دهید.

۲. جستجو اول عمق - DFS (۱۰ نمره)

همانطور که مشاهده شد روش ساده روش بهینه ای برای یافتن هدف نیست. حال وقت آن است که با الگوریتم به تری به دنبال هدف بگردیم. در کلاس، الگوریتم جستجوی DFS را یادگرفتیم. در این سوال شما باید این الگوریتم را پیاده سازی کنید. توجه داشته باشید پیاده سازی الگوریتم باید کاملا عمومی باشد تا هر نوع مساله جستجویی که با استفاده از کلاس SearchProblem (در فایل SearchProblems.py ییاده سازی شده باشد را حل کند.

برای پاسخ به این سوال باید بدنه ی تابع (dfs(problem را که در فایل searchFunctions.py قرار دارد را کامل کنید. خروجی تابع، دنباله ای از حرکتهاست. برای پیادهسازی خود میتوانید از ساختار داده های پیاده سازی شده در فایل utils استفاده کنید. همچنین درستی کد خود را با دستورات زیر تست کنید:

\$ python pacman.py -1 tinyMaze -p SearchAgent -a fn=dfs

```
$ python pacman.py -l bigMaze -p SearchAgent -a fn=dfs -z 0.5
```

```
$ python pacman.py -l mediumMaze -p SearchAgent -a fn=dfs
```

آیا روند بررسی خانه های نقشه هامانیست که انتظار داشتید؟آیا پکمن برای رسیدن به جواب، تمامی مکانها را بررسی میکند؟ (در قسمت کامنت موجود در بدنه ی تابع پاسخ خود را توضیح دهید.) حال فرض کنید برای مساله ی جست و جو، جوابی وجود نداشته باشد. به طور مثال پکمن در مکان بسته قرار بگیرد. پاسخ پیاده سازی شما چه خواهد بود؟ برای تکمیل پیادهسازی خود، آن را طوری تغییر دهید که اگر جوابی وجود نداشت یک لیست فقط شامل اینام (Enum) طوری تغییر دهید که اگر جوابی تست کد خود میتوانید از دستورات زیر استفاده کنید:

```
$ python pacman.py -1 trappedPacman -p SearchAgent -a fn=dfs
```

\$ python pacman.py -l unreachableGoal -p SearchAgent -a fn=dfs

۳. جستجو اول سطح - BFS (۱۰ نمره)

در این سوال باید الگوریتم BFS را پیاده سازی کنید. یکی از ویژگی های این الگوریتم تضمین رسیدن به پاسخ بهینه (از لحاظ هزینه) است. برای همین اگردر تست های زیر برنامه ی شما به پاسخ بهینه bfs(problem) نرسید باید دوباره آن را بررسی کنید. برای پاسخ به این سوال باید بدنه ی تابع (search Functions قرار دارد را کامل کنید. خروجی تابع، دنباله ای از حرکتهاست. برای پیاده سازی خود میتوانید از ساختار داده های پیاده سازی شده در فایل utils استفاده کنید. درستی کد خود را با دستورات زیر تست کنید:

```
$ python pacman.py -1 mediumMaze -p SearchAgent -a fn= bfs
```

\$ python pacman.py -1 bigMaze -p SearchAgent -a fn= bfs -z 0.5

گفته شد که این الگوریتم پاسخ بهینه را تضمین میکند، اما آیا همیشه همینط ور است؟ چه چیزی در این مساله باعث میشود BFS بهترین پاسخ را بیاید؟میتوانید مساله ی را مثال بزنید که نتواند بهترین پاسخ را بیابد؟ (در قسمت کامنت موجود در بدنه ی تابع پاسخ خود را توضیح دهید.)

۴. غذا خوردن به ترتیب (۱۰ نمره)

در سوالات قبل روشهایی برای گشتن در فضای جستجوپیاده سازی کردیم و آنها را در مساله ی PositionSearchProblem تست کردیم. از آنجایی که قرار بود پیاده سازی مان عمومی باشد بنابراین باید بتوانند در هرمساله ی جستجویی کار بکنند. در این سوال میخواهیم مساله ی دیگری

را پیادهسازی کنیم. مساله ی جستجو این است که پکمن باید قبل از رسیدن به مقصد مشخصش، ابتدا تمامی غذاهای روی زمین را بخورد با این شرط که روش حرکت پکمن پاد ساعتگرد باشد.

بنابراین برای پیاده سازی این مساله، شما باید کلاسی بنویسید که از SearchProblem ارث بری کرده باشد و متدهای آن را با توجه به این مساله ی خاص پر شده باشد. برای راحتی کار بهتر است ابتدا فضای حالت را برای این مساله ی خاص در نظربگیرد و جزئیات آن را به دست اورید. توجه کنید فضای حالتی که در نظرمیگیرید نباید اطلاعات غیر ضروری در خود داشته باشد چراکه باعث میشود اندازه ی فضای حالات شما بیهوده بزرگ شود.

برای پاسخ به این سوال شما باید کلاس CounterClockwiseFoodProblem که در فایل psearchProblems قرار داد را کامل کنید. برای تست برنامه خود میتوانید از دستورات زیر استفاده کنید:

- \$ python pacman.py -l openSearch -p SearchAgent -a fn=bfs,prob= CounterClockwiseFoodProblem
- \$ python pacman.py -l mediumCFoodMaze -p SearchAgent -a fn=bfs,prob= CounterClockwiseFoodProblem
- \$ python pacman.py -l bigCFoodMaze -p SearchAgent -a fn=bfs,prob= CounterClockwiseFoodProblem -z 0.5

راهنمایی: برای مثال میتوانید کلاس PositionSearchProblem را مرور کنید. پیادهسازی شما در این سوال، بیشتر در توابع getNextStates و isGoalState تفاوت خواهد داشت.

۵. خوردیم به بن بست! (۱۰ نمره)

در این سوال عامل پکمن باید ابتدا در کمترین زمان تمامی بن بست ها را پیدا کرده و سپس به سمت هدف حرکت کند.



برای پاسخ به این سوال باید بدنه ی تابع (deadend(problem) را که در فایل py.searchFunctions قرار دارد را کامل کنید. خروجی تابع، دنباله ای از حرکتها است. برای پیاده سازی خود میتوانید از ساختار داده های پیاده سازی شده در فایل utils استفاده کنید. درستی کد خود را با دستورات زیر تست کنید.

- \$ python pacman.py -1 mediumMaze -p SearchAgent -a fn= deadend
- \$ python pacman.py -1 bigMaze -p SearchAgent -a fn= deadend -z 0.5

۶. مناطق سمی – cost_function (۱۰ نمره)

در الگوریتم هایی که تا به اینجا پیاده سازی کردید هزینه حرکت از یک خانه به خانه در نظر گرفته نشده بود. حال در این سوال قصد داریم عامل پکمن جدیدی را پیاده سازی کنیم که از مبدا به مقصد در کمترین زمان ممکن رسیده و همچنین از مناطقی که روح ها در آنها هستند (منطقه سمی) دوری کند. تـوجـه کنید که مـنطقه ی سمی، مـربعی ۳در ۳ اسـت که یک روح در مرکز آن قرار دارد.

برای اعمال این شرایط تغییر جزئیات فضای حالت و یا هدف مساله کمکی به ما نمیکند. اما اگر هزینه ی ورود به مناطق سمی را بیشتر از حالتهای دیگر در نظر بگیریم میتوانیم الگوریتم جستجویی طراحی کنیم که مسیرهای بهینه تری را انتخاب کند.

بنابراین فقط کافیست نحوه ی محاسبه ی هزینه را طوری به روزرسانی کنیم که هزینه ی ورود به مناطق سمی بیشتر از مناطق امن باشد.

برای سوال بعدی میخواهیم جستجوی هزینه یکنواخت (ucs) را پیاده سازی کنیم و از کلاس ScaryProblem برای سوال بعدی میخواهیم جستجوی استفاده کنیم که تابع محاسبه هزینه در آن پیاده سازی نشده است.

تابع cost_function در کلاس ScaryProblem را به شکلی کامل کنید که هزینه وارد شدن به مناطق سمی زیاد شود. درستی برنامه خود را میتوانید پس از حل سوال بعدی تست کنید.

مطمئن شوید پیاده سازی شما از برخورد با روحها جلوگیری میکند زیرا در صورت برخورد با آنها میبازید. در صورت نیاز میتوانید تابع getNextStates را نیزتغییر دهید.

۷. هزینه یکنواخت - UCS (۱۰ نمره)

برای پاسخ به این سوال باید بدنه ی تابع (problem) را که در فایل searchFunctions و تابع (ucs(problem) را که در فایل قرار دارد را کامل کنید. خروجی تابع، دنباله ای از حرکت ها است. برای پیاده سازی خود میتوانید از ساختار داده های پیاده سازی شده در فایل utils استفاده کنید. درستی کد خود را با دستورات زیر تست کنید:

\$python pacman.py -1 dangMaze -p SearchAgent -a fn=ucs, prob= ScaryProblem
\$python pacman.py -1 bigDangMaze -p SearchAgent -a fn=ucs, prob= ScaryProblem z 0.5

در چه صورتی نتیجه الگوریتم های bfs و ucs یکی خواهد شد؟ (در قسمت کامنت موجود در بدنه ی تابع پاسخ خود را توضیح دهید.)

سوالهای تئوری

جست و جوی ۲ طرفه(۵ نمره)

الگوریتم جست و جوی ۲ طرفه را به کمک یک مثال شرح دهید و با دلیل بگویید آیا این الگوریتم همواره بهترین جواب را می دهد یا خیر .

۲. پیمایش گراف(۱۰نمره)

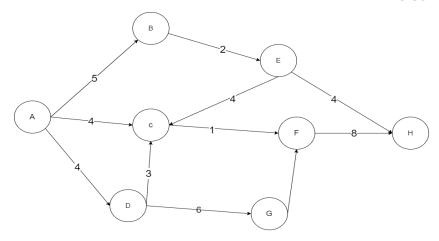
در گراف زیر جستجو از گره A شروع میشود و با رسیدن به گره پایانی H تمام میشود. با استفاده از هر یک از الگوریتم های ذکر شده گراف را پیمایش کنید. برای هر یک از الگوریتم ها موارد زیر را بنویسید.

۱. ترتیب گره هایی که بعد از پایان جستجو برای رسیدن به هدف طی خواهیم کرد.

۲. ترتیب گره هایی که در مراحل الگوریتم مشاهده میشوند.

۳. در هر مرحله از اجرا الگوریتم محتویات فرینج را نمایش دهید و مشخص کنید چه گرهای در مرحله بعد بسط داده میشود.

- DFS •
- BFS •
- UCS •



۳. مدل سازی(۵ نمره)

حال اپلیکشن waze را در نظر بگیرید و آن را مدل سازی کنید . به فرض مثال محیط و عوامل موثر بر آن را پیدا کنید و جستوجوی اول عمق را صرفا روی آن توضیح دهید.

۴.فرار از ماز (۱۰نمره): با استفاده از الگوریتم A Star راه بهینه خروج از ماز زیر را پیدا کنید.(در هر خانه مقدار پتانسیل را بنویسید)

	1		3	5	2	1		1	
	3	3	5	4		5	4	2	
	4		4		1	1		1	
	7	3	2	1			7	3	€nd
	5		4	3	2	5	4	8	
	1	2	3		3			1	
		4		5	6			2	
Start	1	2	4	2	4		2	1	

۵. متغیر های محدود کننده(۱۰نمره):

با ۱۵ متغیر X_1, X_2, \dots, X_{15} و X_1, X_2, \dots, X_{15} را در نظر بگیرید.

محدودیتهای زیر در بین متغیرها برقرار است:

 $X_i > X_{2i}, X_i > X_{2i+1}, \forall i = 1, \dots n$ گراف محدودیت را رسم کنید.

-متغیرها را با اعمال binary arc consistency هرس کرده و روی گراف مشخص کنید. -با استفاده از گراف محدودیت، راه حلی با استفاده از backtracking پیدا کنید. مراحل طی شده و فرضیات خود برای انتخاب متغیرها و مقادیر را بنویسید.