Tribute to American Mathematics, 1776-1976. The American Association of Mathematics, Buffalo, NY, 101-116.
Sapolsky, H.M. (1979). Academic Science and the Military: The Years Since the Second World War. I: N. Reingold (red.) *The Sciences in the American Context: New Perspectives* (s. 379-399). Washington, D. C.: Smithsonian Institution Press.
von Neumann, J. & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton: Princeton University Press, Princeton.
Zachary, P.G. (1997). *Endless Frontier: Vannevar Bush, Engineer of the American Century*. New York: The Free Press.

KAPITEL 8

»MATEMATIKKENS URIMELIGE ANVENDELIGHED« – MODELLER OG PROCESSER

Den ungarskfødte nobelpristager, fysikeren og matematikeren Eugene Paul Wigner (1902-1995), skrev i 1960 et essay, hvori han undrede sig over, at matematikken »i en helt urimelig grad« er i stand til ikke blot at beskrive vores fysiske natur, men også til at forudsige fænomener som ingen tidligere havde observeret. Som vi så i kapitel 6 var den dominerende opfattelse på Wigners tid, at matematikken var en autonom videnskab, der studerede strukturer, og hvor de matematiske objekter er uspecificerede størrelser, der ikke som udgangspunkt behøver at have nogen relation til virkeligheden. Ifølge Wigner definerer matematikere deres begreber, så det bliver muligt for dem at udføre sindrige logiske operationer, der appellerer til vores æstetiske sans vedrørende generaliseringer og enkelhed – med andre ord: matematikere definerer begreber, der tillader dem at gøre matematikken generel, enkel og – smuk. I en sådan opfattelse, hvor matematikken – lidt sat på spidsen – opfattes som et spil med begreber, der tilsyneladende er produkter af rent tankespind, virker det faktisk helt urimeligt, at matematik er så effektivt et redskab i vores bestræbelser på at forstå og afdække naturens love. Wigner sluttede sin diskussion af matematikkens anvendelighed i fysik med ordene:

Miraklet om det matematiske sprogs anvendelighed til at formulere fysikkens love er en vidunderlig gave, som vi hverken forstår eller fortjener. Vi bør være taknemmelige for den og håbe, at den vil forblive gyldig i fremtidig forskning, og at den, på godt og ondt, til vores glæde, endda måske til vores forbløffelse, vil føre til omfattende områder af erkendelse. (Wigner 1960, s. 14)

Forlader vi filosofien for i stedet at se på, hvordan matematik og fysik har udviklet sig i praksis, så viser det sig, at de to fag til stadighed har vekselvirket med hinanden og inspireret til videreudviklinger i begge fag (Lützen 2005). Det har altså ikke været sådan, at man, når man stod med et problem i fysik, »blot« har lukket matematikværktøjskassen op og fundet noget, man kunne bruge. I mange tilfælde er matematikken blevet udviklet inspireret af problemstillinger i fysik, og omvendt har matematikken ofte spillet en integreret rolle i udviklingen af fysiske begreber og teorier. Historiske studier af sådanne vekselvirkninger mellem matematik og fysik giver formentlig ikke en fuldstændig løsning på det filosofiske problem om matematikkens anvendelighed, men det sætter problemstillingen lidt mere i perspektiv og afmystificerer den til en vis grad.

Som vi så i forrige kapitel, udvikles der også nye matematiske discipliner i vekselvirkning med logistiske (og andre samfundsmæssige) problemstillinger. Matematikken spiller en større og større rolle ikke kun inden for de forskellige naturvidenskabelige fag, men også inden for sundheds-, social- og humanvidenskaberne. Det foregår gennem konstruktion af matematiske modeller. Siden 1980'erne har sådanne modeller i stigende grad været inddraget i samfundsmæssige beslutningsprocesser (Hermann og Niss 1982). Økonomiske modeller er blevet brugt sammen med for eksempel beskæftigelsesmodeller til at estimere konsekvenserne af politiske tiltag af økonomisk eller erhvervsmæssig art. Trafikmodeller og befolkningsprognoser er andre eksempler på matematiske modeller, der bliver brugt som analyseredskab og indgår i beslutningsprocesser om udbygninger og ændringer af vores vejnet, planlægning af skoler og dagsinstitutioner osv. Matematiske modeller udgør således en del af grundlaget for samfundsmæssige beslutninger, der får direkte indflydelse på almindelige borgeres dagligdag. Følgende historie, som mange forældre med børn i skolealderen sikkert vil kunne nikke genkendende til, er et eksempel på dette.

For nogle år siden var der indkaldt til forældremøde på en skole i forbindelse med diskussioner om ændring af skoledistriktsgrænser og af hvor mange spor, skolen fremover skulle rumme. En repræsentant for kommunen var til stede for at besvare spørgsmål fra bekymrede forældre. I diskussionen spurgte en del forældre ind til holdbarheden af den fremlagte analyse. Hvordan kunne man være sikker på, at det estimerede antal af børn i skoledistriktet ville være i overensstemmelse med det faktiske antal børn, når skoleåret startede? Og hvad med næste år? Og havde man taget højde for den form for opfindsomhed, som forældre i visse situationer er i stand til at udvise for at opnå, at deres børn kommer ind på den skole, de ønsker? Disse spørgsmål blev alle besvaret med henvisning til, at tallene var fremkommet af en matematisk model, som var konstrueret til at tage højde for »det værst tænkelige tilfælde«. Dermed endte diskussionen.

Episoden illustrerer, at matematikken i vores samfund har fået en sådan autoritet, at den kan bruges til at lukke debatter i det offentlige rum og retfærdiggøre samfundsmæssige beslutninger. Er man i en situation, hvor man kan sige: »Det er matematisk bevist at ...«, så er sagen afgjort, og konklusionerne accepteres som regel uden yderligere forklaringer af, hvordan matematikkens svar er fremkommet. Alligevel har vi jo alle sammen erfaringer for, at sådanne forudsigelser ikke altid holder stik. Er det så fordi, vi alligevel ikke kan stole på matematikken? Eller er det måden, matematikken bliver brugt på, vi skal stille spørgsmål til? Det skal vi se lidt nærmere på i dette kapitel, hvor vi vil fokusere på, hvad det er, der foregår, når matematikken bruges på problemer, der ligger uden for matematikken selv. Hvad er en matematisk model, hvad går modelleringsprocessen ud på, og hvilke typer af refleksioner giver anledning til kritik af modellers rolle i beslutningsprocesser og i videnskabelig praksis?

HVAD ER EN MATEMATISK MODEL, OG HVAD GÅR EN MODELLERINGSPROCES UD PÅ?

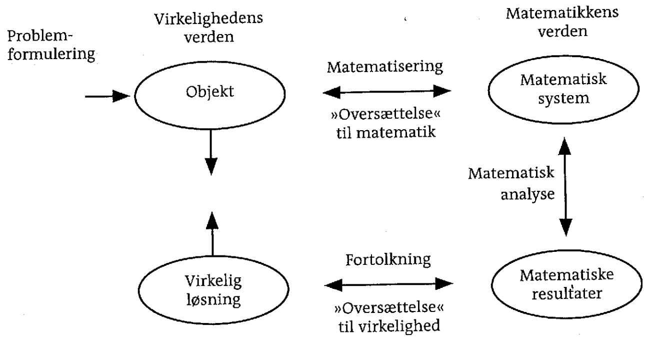
En matematisk model defineres ofte som en relation mellem på den ene side (visse træk) af det fænomen eller problemkompleks, man ønsker at undersøge, og en samling af matematiske objekter (ligninger, funktioner, etc.) på den anden side. En matematisk model er altså ikke »bare« noget matematik, den er altid en model af *noget*, og dette *noget* konstrueres i løbet af den

proces (også kaldet modelleringsprocessen), hvori modellen bygges. Dette *noget* kaldes også for modelleringsprocessens objekt (genstand), og det findes som regel ikke i virkeligheden, men repræsenterer i en vis forstand nogle at de essentielle træk ved det udsnit af virkeligheden, vi oprindeligt var interesseret i at få noget at vide om. Og her kommer et andet vigtigt element på banen, nemlig hensigten med modelleringen. Der er altid en hensigt, et formål, med modelleringen. Modeller bygges ikke bare ud i den blå luft. Der ligger altid en interesse bag, og hvad der er de essentielle træk ved vores virkelighedsfænomen, afhænger som oftest af den bagvedliggende interesse.

I forhold til brugen af modeller i beslutningsprocesser er det således vigtigt at holde sig for øje, at der i løbet af den proces, hvori modellen fremstilles, ofte foretages adskillige idealiseringer og forenklinger. Mængden af information er reduceret til de træk, der er medtaget i modellen, resten er smidt væk. Hvad der tages med i modellen, og hvad der smides væk, er ikke noget der afgøres ved hjælp af matematikken. Det bestemmes af modelbyggeren, og her spiller mange faktorer ind: hensigten med modellen, modelbyggerens erfaring, de redskaber (teoretiske som regnetekniske) modelbyggeren har til sin rådighed, og modelbyggerens adgang til information og viden om virkelighedsudsnittet, er bare nogle af de forhold, der har indflydelse på modeldannelsen. Alle de antagelser, valg og forsimplinger, der er foretaget under modelkonstuktionen, kan og bør gøres til genstand for en kritisk evaluering. Er det de rigtige valg, der er foretaget? Kunne man lige så godt have foretaget andre valg? Og hvilke konsekvenser ville det så få for de resultater, der kommer ud af modellen?

Der er således mange elementer involveret i fremstillingen af matematiske modeller, og for overhovedet at have en mulighed for at vurdere og kritisere en models resultater og forudsigelser er man nødt til at have indsigt i den bagvedliggende modelleringsproces. Det er dog ofte svært at få, da den kan være mere eller mindre veldokumenteret – og ind imellem helt usynlig.

Analytisk kan man beskrive modelleringsprocessen som en cyklisk proces, der består af seks delprocesser (Blomhøj 2006, s. 88), som i princippet indgår i opstillingen af enhver model, selv om det i praksis kan være mere eller mindre bevidst eller mere eller mindre tydeliggjort. Her vil vi nøjes med at præsentere en mere simpel udgave af modelleringsprocessen (se figur 8.1), hvor den består af fire delprocesser:



Figur 8.1 Grafisk fremstilling af en simpel analytisk model af en modelleringsproces

1. Problemformulering: Som udgangspunkt har man en eller anden interesse i at beskrive eller forstå et fænomen, og sammen med formuleringen af – eller forestillingen om – det problem, modellen skal belyse, konstrueres *objektet* (genstanden) for modelleringsprocessen. Formuleringen af problemet er præget af de motiver og interesser, man har i løsningen eller undersøgelsen af problemet og af ens forhåndsviden og -opfattelse af problemet og dets kontekst. I den proces sker der også en udvælgelse af de elementer fra virkelighedsudsnittet, der anses for at være centrale, mens der ses bort fra resten.

2. Matematisering: I matematiseringsprocessen »oversættes« objektet for modelleringsprocessen til matematik. I den proces sker der som oftest yderligere afgrænsninger, simplificeringer og idealiseringer af de centrale elementer.

3. Matematisk analyse: Som resultat af matematiseringen fremkommer der et matematisk system, som for eksempel kan være et system af ligninger, funktionssammenhænge osv., som kan analyseres og behandles med de matematiske redskaber, modelbyggeren har til sin rådighed. I den proces produceres der matematiske resultater og konklusioner, som for eksempel kan være løsninger af diverse ligningssystemer, bestemmelse af maksimum (minimum) for funktioner osv.

4. Fortolkning: Resultaterne af den matematiske analyse skal fortolkes i forhold til objektet for modelleringsprocessen

og i forhold til problemformuleringen. Det skal vurderes, om det er rimeligt at konkludere noget på baggrund af modelresultaterne, og om disse konklusioner kan bruges til at besvare det oprindelige problem.

Nu er det ikke sådan, at skitsen i figur 8.1 af modelleringsprocessen er en beskrivelse af, hvordan modellering foregår i praksis. Den er et analytisk redskab, som kan bruges til at tydeliggøre de erkendelsesmæssige processer, der i princippet indgår i enhver modelleringsproces. I praksis er forløbet ofte noget mere mudret, og de forskellige delprocesser gennemløbes ofte flere gange, hvilket illustreres af dobbeltpilene.

MODELKRITIK

I enhver modelleringsproces foregår der som nævnt en udvælgelse af, hvad der regnes for at være de centrale elementer, som skal indgå i modellen. Der foretages også forskellige former for afgrænsninger, simplificeringer og idealiseringer undervejs. De følger ikke med matematisk nødvendighed, og deres gyldighed kan ikke retfærdiggøres med henvisning til matematikken. I betragtning af at matematiske modellers rolle i offentlige beslutningsprocesser er stadig stigende, er der behov for, at alle borgere har et vist kendskab til matematiske modellers status og har indsigt i og kan reflektere over forskellige former for kritik, som sådanne modeller kan underkastes.

I den matematikdidaktiske forskningslitteratur om udvikling af elevers modelleringskompetence i matematikundervisningen skelnes der bl.a. mellem interne og eksterne refleksioner i forbindelse med fremstilling og brug af en matematisk model (Blomhøj og Kjeldsen 2011). De interne refleksioner knytter sig til de forskellige delprocesser i modelleringsprocessen. Det kan være overvejelser om problemformuleringen; kritisk undersøgelse af hvordan teoretisk viden, data og erfaring bruges i modeldannelsen; refleksion over »oversættelsen« til matematik, er det en fornuftig oversættelse, eller kunne man foretage en anderledes matematisering, og hvilke konsekvenser ville eventuelle ændringer have for modellens resultater; undersøgelse af modellens validitet, dvs. er det det »rigtige« objekt, vi har modelleret, og så fremdeles.

Hvor de interne refleksioner angår selve modelleringsprocessen og ideelt set kan foretages løbende under processen, knytter de eksterne refleksioner sig til brugen, eller den potentielle brug, af modellen i en ikke-matematisk kontekst. Især er følgende fire forhold omkring anvendelse af matematiske modeller blevet fremhævet (Skovsmose 1990, s. 128-129): For det første sker der en omformulering af det aktuelle problem, således at det kan angribes ved hjælp af matematik. For det andet ændrer argumentationsstrukturen, diskursen, sig til at være en modeldiskurs, hvor man argumenterer i forhold til modellen. Det er således modellen, der sætter scenen for diskussionen. For det tredje bevirker det, at kritikbasen ændres, det vil sige den del af befolkningen, der kan deltage i kritikken ændres. Med inddragelse af en matematisk model kræves der nemlig en vis matematisk indsigt og forståelse for modelleringsprocessen for at kunne deltage i analyserne og diskussionerne. For det fjerde sker der også en indskrænkning af handlemulighederne, altså de handlinger eller indgreb der kan komme på tale som løsning på det oprindelige problem til handlinger, hvis konsekvenser kan beregnes i modellen.

Så selvom matematik er den videnskab, der giver os den højeste grad af sikkerhed, så er inddragelse og brug af matematiske modeller i undersøgelser og beslutningsprocesser altså hverken objektiv eller neutral.

RASHEVSKYS MODEL TIL FORSTÅELSE AF CELLEDELING

Matematiske modeller indgår ikke kun i forbindelse med samfundsmæssige og teknologiske beslutninger, de indgår også i stigende grad i andre naturvidenskabelige praksisser end fysik (Andreasen 2008; Poulsen 1997). Her spiller modellerne en rolle som et erkendelsesmæssigt redskab, og videnskabshistorikere har påpeget, hvordan inddragelsen af matematiske modeller har ændret den videnskabelige praksis inden for f.eks. klimaforskning og har forårsaget skabelse af nye tværfaglige forskningsområder som for eksempel matematisk biologi. I det følgende skal vi se på et tidligt eksempel på et forsøg på at bruge matematisk modellering til at få indsigt i mekanismen bag celledeling.

Modellen blev udviklet af fysikeren Nicolas Rashevsky (1899-1972) i begyndelsen af 1930'erne. Den fik ikke nogen som helst betydning for vores forståelse af celledeling, men den er alligevel taget med her, fordi den er et godt eksempel på, hvordan matematisk modellering kan bruges i forskningsprocesser til at afprøve mulige forklaringsmodeller. Den er også et illustrativt eksempel på, hvordan modelkritik kan foregå, af to grunde: For det første er strukturen i modellen simpel nok til, at man kan få en forståelse af, hvordan den er konstru-

eret, uden man behøver at have indsigt i de mere matematiske dele. For det andet kan man følge de problemer, Rashevsky løb ind, da han præsenterede sine ideer for tidens biologer, som – mildt sagt – var noget skeptiske. Biologernes kritik og Rashevskys svar konkretiserer, som vi skal se nedenfor, begreberne interne og eksterne modelrefleksioner, og illustrerer de pointer, der blev diskuteret ovenfor i forbindelse med kritik af konstruktion og anvendelse af matematiske modeller.

Nicolas Rashevsky var uddannet fysiker, men brugte en hel del af sin karriere på at udvikle matematisk biologi. Selv om disciplinen først rigtig blev etableret og accepteret i 1970'erne, omtales Rashevsky ofte som matematisk biologis fader. I 1934 forsøgte han at få biologerne i tale ved en konference om kvantitativ biologi, hvor han præsenterede sit arbejde om en fysisk-matematisk model til forklaring af celledeling (Keller 2002). Kort fortalt stillede Rashevsky (1934) spørgsmålet, om det er nødvendigt at antage eksistensen af en særlig, uafhængig mekanisme, der får celler til at dele sig, eller om celledeling kan forklares som en konsekvens af mere generelle fænomener, som vi ved, foregår i alle celler. Hertil svarede han: Nej, det er ikke nødvendigt, for celledeling kan forklares som en direkte konsekvens af de kræfter, der opstår i en celle i forbindelse med stofskifteprocesser. Her ser vi tydeligt første skridt i den omformulering af problemet, der sker, når matematisk modellering bringes i spil som problemløsende redskab. Rashevsky omformulerede spørgsmålet om, hvorfor celler deler sig, til spørgsmålet om man kan argumentere for, at celledeling kan forekomme som en logisk og matematisk følge af de kræfter, der opstår i celler ved stofskifteprocesser.

Rashevsky valgte at opfatte cellen som et fysisk system bestående af en væske, der optager stof fra det medium, der omgiver det. Inde i systemet omdannes stoffet på grund af stofskifteprocesser til noget andet, og dermed opstår der en forskel i koncentrationen af stoffet inden for og uden for det fysiske system, dvs. cellen. Heraf sluttede Rashevsky, at der vil »flyde« stof fra omgivelserne ind i systemet (cellen), og at det vil ske ved diffusion og dermed være styret af diffusionsligningen, som man kendte fra fysik. Hermed fik Rashevsky forenklet og idealiseret situationen så meget, at han kunne begynde at foretage oversættelsen til matematik. Han opremsede derefter forskellige fysiske kræfter, der indvirker på systemet, og han endte med at få opstillet et matematisk udtryk ved hjælp af hvilket, han i princippet kunne beregne et udtryk for kraften per volumenenhed, der produceres i en celle som følge af forskellen i koncentrationen af stof inden for og uden for cellen.

Herefter idealiserede Rashevsky situationen yderligere, idet han antog, at cellen er ensartet og kugleformet, for, som han skrev, at få et generelt, kvalitativt billede af celledelingsfænomenet. Han beregnede det, der kaldes for systemets frie energi, og fandt frem til at volumen-energien formindskes ved celledeling, mens overfladeenergien øges. Han kunne så beregne, at når radius i den kugleformede celle når en vis kritisk størrelse, så er energiforøgelsen mindre end energitabet, hvis cellen deler sig. Da naturen er sådan indrettet, at systemer søger mod tilstande med minimal fri energi, »fristes man«, som Rashevsky skrev, til at konkludere at cellen vil dele sig spontant, når den er så stor, at dens radius har nået den kritiske størrelse, hvor en deling vil resultere i mindre fri energi.

Efter Rashevskys foredrag var der en livlig diskussion, hvor biologerne kritiserede modelleringsprocessen. De kom bl.a. med indvendinger som, at Rashevsky i modelopstillingen så bort fra elasticiteten af cellemembranen og fra elektriske kræfter, og især kritiserede de idealiseringen til homogene, kugleformerede celler. Biologernes konklusion var, at modellen ikke var til nogen hjælp, fordi – som en af dem formulerede det – en kugleformet celle ikke er den almindeligste form for celler. Og dermed faldt hele projektet ifølge biologerne til jorden. Biologernes kritik knyttede sig til modelleringsprocessen og knytter sig dermed til den type af refleksioner, som vi ovenfor kaldte for interne refleksioner. Rashevsky blev ret frustreret over biologernes reaktion og forsøgte at forsvare sin modelleringstilgang med, at han til at begynde med valgte at antage den kugleformede symmetri, fordi det matematisk set er det simpleste tilfælde, hvilket var helt i overensstemmelse med den klassiske fremgangsmåde, som han var fortrolig med fra matematisk modellering i fysik.

Diskussionen mellem Rashevsky og biologerne bærer tydeligt præg af, at de havde helt forskellige videnskabsteoretiske opfattelser. Rashevsky mente, at biologi kunne reduceres til fysik og matematik. Hans projekt gik ud på at bringe matematisk biologi på niveau med matematisk fysik, et projekt, han mente, ville kræve »snesevis af matematikeres arbejde i mindst 25 år«. Biologerne derimod var af den opfattelse, at sådanne modeller ikke havde nogen forklaringsværdi i biologi.

De mente ikke, at modellen sagde noget om celledeling i virkelige celler. De opfattede den som ren spekulation, især fordi Rashevsky ikke fremlagde nogen form for eksperimentelle resultater, der kunne validere modellen.

Analyserer vi historien i forhold til de fire eksterne refleksionspunkter, kan vi se, at disse ikke kun er relevante i situationer, hvor modeller inddrages i samfundsmæssige undersøgelser og beslutningsprocesser, men også når matematiske modeller bruges som erkendelsesredskab i naturvidenskabelig praksis. Vi har allerede set, at der skete en omformulering af det oprindelige celledelingsproblem til spørgsmålet om, hvorvidt celledeling kan forklares som følge af en koncentrationsforskel i stof inden for og uden for en celle. Den efterfølgende diskussion mellem biologerne og Rashevsky var koncentreret om valgene, der var foretaget i modelleringsprocessen, og om modellen var fyldestgørende eller ej. Nu kan man så sige, at Rashevskys model ikke på dette tidspunkt fik de store konsekvenser for biologernes arbejde, da han ikke var i stand til at overbevise dem om, at matematisk modellering kunne give indsigt i biologiske fænomener. Forklaringsmulighederne begrænses også af modellen. Den kunne levere en løsning til Rashevskys problem, men kun i forhold til stofskifteprocesser som forklarende fænomen. Endelig er det også klart, at kritikbasen ændres. Biologer uden en vis indsigt i matematik og fysik ville være udelukket fra at deltage i diskussionen.

FREM AD BANEN ...

Det lykkedes altså ikke rigtigt for Rashevsky at overbevise biologerne om, at matematisk modellering kunne bruges til at få

indsigt i biologien. Historien er et eksempel på de problemer, man ofte støder på i videnskabelig forskning, når man arbejder med problemstillinger, der går på tværs af faggrænser, eller når forskere forsøger at bruge deres eget fags metoder og tænkemåder på problemstillinger, der kommer fra andre fag. Problemerne opstår bl.a., fordi de forskellige fag har forskellige videnskabelige kulturer. Når vi taler om *den* naturvidenskabelige metode, skjuler vi i en vis forstand disse kulturelle forskelle. Det ville være mere korrekt at tale om de naturvidenskabelige metod*er*.

Det lykkedes ikke for Rashevsky, at gøre matematisk biologi til et stort, velanskrevet forskningsområde (Abraham 2004). Det er det til gengæld i dag, hvor der eksisterer etablerede grupper af forskere, der arbejder med at udvikle matematiske modeller, der kan bruges som erkendelsesredskab inden for de biologiske videnskaber. I 1975 blev *Society for mathematical biology* oprettet, og matematisk biologi betragtes nu som en underdisciplin inden for matematik.

Men det er ikke kun inden for grene af biologisk forskning, man i dag kan finde anvendelse af matematiske modeller som videnskabelig metode, det foregår også i større og større omfang inden for områder som medicinalforskning, klimaforskning og miljøforskning. Modellering er et meget stærkt redskab, f.eks. gør computersimuleringer baseret på matematiske modeller det muligt at udføre eksperimenter, som man ikke kan udføre i praksis. Ved hjælp af matematisk modellering kan man nogle gange få adgang til viden om sammenhænge, som ellers ville forblive usynlige, og matematisk modellering kan derfor ses omtalt som *det matematiske mikroskop* (Ottesen

2008). Dette udnyttes i stigende grad inden for det biomedicinske område bl.a. til udvikling og testning af ny medicin og til fremstilling af simulatorer, som giver læger og sygeplejersker mulighed for at øve sig. Dermed kommer matematiske modeller til at fungere som understøttende for beslutninger i forhold til medicinsk behandling.

Udviklingen inden for computere og informationsteknologi har, sammen med den stigende brug af matematiske modeller inden for samfundsmæssige beslutninger og ingeniør- og naturvidenskaberne, betydet, at flere og flere mennesker involveres i brug af matematiske modeller i deres daglige arbejde. Ofte er disse modeller »pakket« ind i sofistikerede og brugervenlige softwarepakker, hvor processen bag fremstillingen af modellerne er usynliggjort. Dette øger risikoen for, at modellerne bruges uden for deres gyldighedsområde eller bruges under falske forudsætninger.

LITTERATUR

Abraham, T. (2004). Nicolas Rashevsky's Mathematical Biophysics. *Journal of the History of Biology*, 3, s. 333-385.

Andreasen, V. (2008). »Matematiske modeller af influenzas epidemiologi og evaluation«, *Matilde*, Nyhedsbrev for Dansk Matematisk Forening, nr. 34, s.20-26.

Blomhøj, M. (2006). »Mod en didaktisk teori for matematisk modellering«. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.). *Kunne det tænkes?* Malling Beck A/S, 2006, 80-109.

Blomhøj, M., Kjeldsen, T.H. & Ottesen, J. (2008). *Grundkursus i matematisk modellering*. Og *Matematisk modellering af dynamiske systemer*. Den Naturvidenskabelige Basisuddannlese, Roskilde Universitet.

Blomhøj, M. & Kjeldsen, T.H. (2011). »Students' reflections in mathematical modelling projects«. I: G. Kaiser, W. Blum, R.B. Ferri & G. Stillman (red.). *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*. Springer, 2011.

Hermann, K. & Niss, M. (1982). *Beskæftigelsesmodellen i SMEC III: En autentisk matematisk model*. København: Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck A/S.

Keller, E.F. (2002). *Making sense of life: explaining biological development with models, metaphos, and machines*. Cambridge, Massachusetts og London, England: Harvard University Press.

Lützen, J. (2005). En Videnskabelig Duo: Matematikkens samspil med fysik 1809-1950. *Matilde*, Nyhedsbrev for Dansk Matematisk Forening, nr. 22, s. 18-20.

Matilde (2008). Nyhedsbrev for Dansk Matematisk Forening, nr. 34.

Ottesen, J. (2008). Matematisk modellering og kardiovaskulær fysiologi, *Matilde*, Nyhedsbrev for Dansk Matematisk Forening, nr. 34, s. 4-11.

Poulsen, E.T. (1997). *Matematiske modeller: principper, litteratur*. Århus: Institut for matematiske fag, Aarhus Universitet.

Rashevsky, N. (1934). Physico-mathematical aspects of cellular multiplication and development. *Cold Spring Harbor symposia on quantitative biology, II* (s. 188-198). Long Island, New York: Cold Spring Harbor.

Skovsmose, O. (1990). *Ud over matematikken*. Viborg: Systime.

Wigner, E.P. (1960). The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences, *Communications in Pure and Applied Mathematics*, 13, 1-14.